

INTERFÉRENCE DE LA LUMIÈRE. LE DISPOSITIF D'YOUNG

1. Objectifs

1.1. étudier l'interférence de la lumière

1.2. déterminer la longueur d'onde d'une radiation monochromatique

2. Rappels théoriques

On dit que l'**interférence** se produit ou que des ondes interfèrent lorsque l'intensité résultant de la superposition de deux ou plusieurs ondes n'est pas la somme de leurs intensités.

Historiquement, ce phénomène, que l'on a parfois résumé de façon provoquante par l'équation:

$$\text{lumière} + \text{lumière} = \text{obscurité}$$

a beaucoup surpris au point que l'on a parlé du "paradoxe de l'interférence". Celui-ci a permis d'établir la nature vibratoire de la lumière et a déterminé pour la première fois, grâce à Fresnel, l'ordre de grandeur d'une longueur d'onde optique.

Nous nous proposons de rappeler en quoi consiste la superposition de deux ondes monochromatiques isochrones et d'étudier les conditions nécessaires à la réalisation de leur interférence.

Considérons deux ondes lumineuses, monochromatiques, isochrones, polarisées rectilignement.

En notation complexe, elle s'écrivent:

$$\begin{aligned}\tilde{E}_1 &= \tilde{\psi}_1 e^{-i\omega t} \tilde{e}_1 \\ \tilde{E}_2 &= \tilde{\psi}_2 e^{-i\omega t} \tilde{e}_2\end{aligned}\quad (1)$$

où

$$\tilde{\psi}_1 = A_1 e^{i\phi_1}; \tilde{\psi}_2 = A_2 e^{i\phi_2} \quad (2)$$

sont les amplitudes complexes correspondantes, ϕ_1, ϕ_2 les phases des vibrations et \tilde{e}_1, \tilde{e}_2 des vecteurs unitaires. Le champ électrique \tilde{E} résultant de la superposition de ces deux ondes est la somme des deux champs \tilde{E}_1 et \tilde{E}_2 , puisque les équations de Maxwell auxquelles il doit satisfaire sont linéaires:

$$\tilde{E} = \tilde{E}_1 + \tilde{E}_2 = (\tilde{\psi}_1 \tilde{e}_1 + \tilde{\psi}_2 \tilde{e}_2) e^{-i\omega t} \quad (3)$$

L'intensité de l'onde résultante est $I \sim \tilde{E} \tilde{E}^*$.

$$I \sim (\tilde{\psi}_1 \tilde{e}_1 + \tilde{\psi}_2 \tilde{e}_2) (\tilde{\psi}_1^* \tilde{e}_1 + \tilde{\psi}_2^* \tilde{e}_2) = \tilde{\psi}_1 \tilde{\psi}_1^* + \tilde{\psi}_2 \tilde{\psi}_2^* + \tilde{e}_1 \tilde{e}_2 (\tilde{\psi}_1 \tilde{\psi}_2^* + \tilde{\psi}_1^* \tilde{\psi}_2) \quad (4)$$

soit, en introduisant les intensités de chaque onde, $I_1 \sim \tilde{\psi}_1 \tilde{\psi}_1^*$; $I_2 \sim \tilde{\psi}_2 \tilde{\psi}_2^*$.

$$I = I_1 + I_2 + 2(\tilde{e}_1 \cdot \tilde{e}_2) \text{Re} \left\{ \tilde{\psi}_1^* \tilde{\psi}_2 \right\} = I_1 + I_2 + 2(\tilde{e}_1 \cdot \tilde{e}_2) (I_1 I_2)^{1/2} \cos \phi \quad (5)$$

où $\phi = \phi_2 - \phi_1$ désigne le retard de phase de l'onde 2 par rapport à l'onde 1. Notons que la fonction cosinus qui intervient étant paire, on aurait pu introduire la différence $\phi_1 - \phi_2$; aussi appelle-t-on ϕ la différence de phase entre les deux ondes.

Le troisième terme de (5) est le *terme d'interférence* entre les deux ondes. Il est identiquement nul si les vibrations sont rectangulaires ($\tilde{e}_1 \cdot \tilde{e}_2 = 0$). Lorsque les champs électrique \tilde{E}_1 et \tilde{E}_2 se superposent

parallèlement, ce que nous supposons dorénavant ($\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 1$), l'intensité I oscille entre les deux valeurs extrêmes, $I_{\min} = (I_1^{1/2} - I_2^{1/2})^2$ et $I_{\max} = (I_1^{1/2} + I_2^{1/2})^2$. Expérimentalement, on caractérise le contraste des franges d'interférence par *le facteur de visibilité* V :

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2(I_1 I_2)^{1/2}}{I_1 + I_2} \quad (6)$$

I_1 et I_2 étant positifs, on peut les considérer comme les racines réelles positives de l'équation du second degré $x^2 - (I_1 + I_2)x + I_1 I_2 = 0$.

Il en résulte que $\Delta = (I_1 + I_2)^2 - 4I_1 I_2 = (I_1 - I_2)^2 \geq 0$, soit $(I_1 + I_2) \geq 2(I_1 I_2)^{1/2}$ ou $V \leq 1$, donc, le contraste est toujours inférieur ou égal à 1. Le plus fort contraste est donc obtenu pour $I_1 = I_2$; il vaut alors 1.

Si les champs \vec{E}_1 et \vec{E}_2 représentent des ondes monochromatiques planes de même amplitude A , les amplitudes complexes $\tilde{\psi}_1$ et $\tilde{\psi}_2$ se mettent sous la forme:

$$\tilde{\psi}_1 = A \exp[i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_1)]; \quad \tilde{\psi}_2 = A \exp[i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_2)] \quad (7)$$

avec $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = k$, d'où

$$\phi = \vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_2 - \varphi_1 = \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi \quad (8)$$

avec $\vec{k} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ et $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

Ces quantités sont appelées respectivement le *vecteur interférence* et la différence de phase à l'origine des coordonnées. On en déduit l'expression de l'intensité:

$$I = 2A_0^2 [1 + \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)] \quad (9)$$

Suivant une axe Ox parallèle à \vec{k} , l'intensité I oscille autour de la valeur $2A_0^2$. Pour exprimer la période spatiale de I , appelée *interfrange* i , il suffit d'évaluer $\vec{k} \cdot \vec{r}$ en fonction de l'angle α que font entre eux les vecteurs d'ondes \vec{k}_1 et \vec{k}_2 (fig. 1).

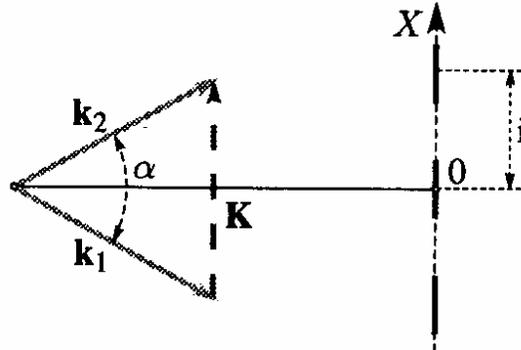


Figure 1

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = 2kx \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{4\pi}{\lambda} x \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (10)$$

$\lambda = \frac{2\pi}{k}$ désignant la longueur d'onde dans le milieu considéré. Ainsi, en

posant $I_0 = A_0^2$, on trouve:

$$I = 2I_0 \left[1 + \cos\left(2\pi \frac{x}{i} + \varphi\right) \right] \quad (11)$$

avec

$$i = \frac{\lambda}{2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (12)$$

L'interfrange est d'autant plus grande que l'angle α est petit.

Si les champs \vec{E}_1 et \vec{E}_2 représentent des ondes monochromatiques *sphériques*, émises par deux points sources S_1 et S_2 distancés de d , les amplitudes complexes s'écrivent en un point P (fig. 2):

$$\tilde{\psi}_1 = \frac{c}{r_1} \exp[i(kr_1 + \varphi_1)]; \quad \tilde{\psi}_2 = \frac{c}{r_2} \exp[i(kr_2 + \varphi_2)] \quad (13)$$

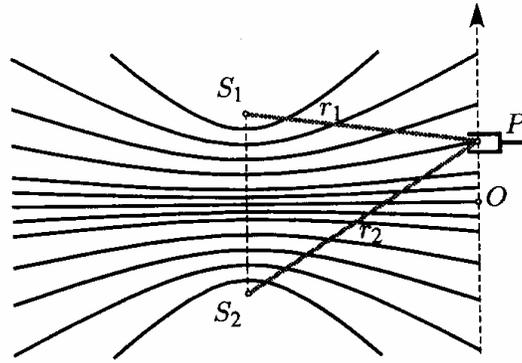


Figure 2

où $r_1 = S_1P$ et $r_2 = S_2P$. Par conséquent: $\phi = k(r_2 - r_1) + \varphi_2 - \varphi_1$. Comme la variation des amplitudes avec r_1 et r_2 est négligeable dans le voisinage de P (lointain de S_1 et S_2):

$$I = 2A_0^2 \{1 + \cos[k(r_2 - r_1) + \varphi_2 - \varphi_1]\} \quad (14)$$

L'ensemble des points d'égale intensité est défini par les surfaces $r_2 - r_1 = \text{cte}$. Ce sont des hyperboloïde de foyers S_1 et S_2 dont l'intersections avec un plan Φ parallèle a S_1S_2 sont *pratiquement* des droites si r_1 est voisin de r_2 .

Evaluons r_1 et r_2 en fonction des coordonnées (x, y) de P :

$$r_1 = \left[D^2 + \left(x - \frac{d}{2} \right)^2 \right]^{1/2} \approx D \left(1 - \frac{dx}{D^2} \right)^{1/2} \approx D - \frac{dx}{2D} \quad (15)$$

$$r_2 \approx D + \frac{dx}{2D} \quad (16)$$

On a donc:

$$r_2 - r_1 = \frac{dx}{D}, \text{ d'où}$$

$$I = 2I_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{x}{i} + \varphi_2 - \varphi_1 \right) \right] \quad (17)$$

avec
$$i = \frac{\lambda D}{d} \quad (18)$$

Cohérence mutuelle

La tentative de réaliser l'interférence de deux ondes lumineuses quelconques indépendantes aboutit à un échec. Il apparaît donc nécessaire de rejeter le modèle simplifié des ondes monochromatiques et d'analyser le mécanisme de l'émission de lumière par les atomes.

Les sources lumineuses émettent de la lumière par suite de la désexcitation des atomes préalablement excités par une perturbation extérieure. Comme l'émission atomique est lancée, interrompue puis relacée à la suite des collisions entre atomes, le champ électrique qui représente *en moyenne* l'émission lumineuse de la source se présente sous la forme de *trains d'onde* de durée limitée τ_c , qui se succèdent de *façon aléatoire*:

$$\tilde{E}(t) = A \exp[-i(\omega t - \phi)] \tilde{e} = \tilde{\psi}(t) \exp(-i\omega t) \tilde{e} \quad (19)$$

où A et ϕ ont des valeurs fixées et \vec{e} une orientation déterminée pendant la durée τ_c qui est de l'ordre de la durée moyenne entre deux collisions successives: alors que $T = \frac{2\pi}{\omega} \sim 10^{-14}$ s, $\tau_c \sim 10^{-8}$ s.

L'intensité associée à de telles ondes est égale à la valeur moyenne de l'intensité instantanée pendant la durée T_d nécessaire à la détection. Comme $T_d \approx 0,1$ s, $T_d \gg \tau_c$, il vient:

$$I = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} |\tilde{\psi}(t)|^2 dt = \langle |\tilde{\psi}(t)|^2 \rangle \quad (20)$$

Considérons la superposition des trains d'ondes émis par deux sources S_1 et S_2 .

Comme

$$\tilde{\psi}_1(t)\vec{e}_1 + \tilde{\psi}_2(t)\vec{e}_2 = A_1 \exp(i\phi_1)\vec{e}_1 + A_2 \exp(i\phi_2)\vec{e}_2 \quad (21)$$

on a, dans le vide:

$$I = \langle \tilde{\psi}_1(t)\tilde{\psi}_1^*(t) \rangle + \langle \tilde{\psi}_2(t)\tilde{\psi}_2^*(t) \rangle + 2\langle \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 \operatorname{Re}\{\tilde{\psi}_1(t)\tilde{\psi}_2^*(t)\} \rangle \quad (22)$$

d'où:

$$I = I_1 + I_2 + 2\langle \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 A_1 A_2 \cos \phi \rangle \quad (23)$$

avec $\phi = \phi_2 - \phi_1$.

Si les sources S_1 et S_2 sont indépendantes, ϕ_1 et ϕ_2 sont aléatoires, donc ϕ est elle aussi une fonction aléatoire; par conséquent, ϕ varie beaucoup pendant la durée T_α et la moyenne des valeurs prises par le terme d'interférence pendant cette durée est *nulle*. Il en résulte que:

$$I = I_1 + I_2 \quad (24)$$

Les deux sources S_1 et S_2 sont alors dites incohérentes.

Une condition nécessaire pour obtenir des phénomènes d'interférence consiste à neutraliser le caractère aléatoire relatif de l'émission lumineuse de ces deux sources. On y parvient en les subordonnant à une *même source primaire* S par deux méthodes: la division du front de l'onde issue de la source primaire et la division de l'amplitude de l'onde.

Les trains d'ondes émis par les sources S_1 et S_2 (secondaires) présentent alors, au point de rencontre, le même état aléatoire de la source primaire et la différence de phase ϕ est stationnaire. Dans ces conditions, on dit qu'on a réalisé la cohérence mutuelle des sources S_1 et S_2 .

Le dispositif des fentes d'Young

Le dispositif des fentes d'Young est constitué de deux fentes S_1 et S_2 éclairées par une source primaire S .

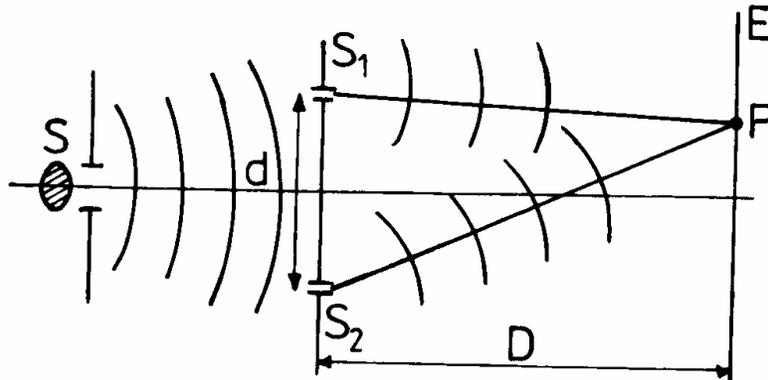


Figure 3

Le front sphérique de l'onde primaire en partant de S se divise en deux fronts secondaires, en partant de S_1 et S_2 , ainsi que les deux fentes S_1 et S_2 joueront le rôle de sources cohérentes. Sur l'écran E on peut voir

des franges brillantes et des franges obscures. Si les deux fentes sont rectangulaires, les franges seront aussi rectangulaires et parallèles, avec les fentes; l'interfrange sera donnée par (18).

3. Le dispositif expérimental

Sur un banc optique sont fixés, avec des pieds porteurs réglables, les suivants dispositifs:

a) une fente verticale F qui peut être réglée; b) un écran avec deux fentes F_1 et F_2 , aussi verticales et parallèles distants de d ; c) un dispositif pour mesurer l'interfrange, composé d'une loupe L , un filtre rouge, un vis micrométrique M qui déplace un fil réticulaire sur l'image des franges d'interférence; d) une ampoule C .

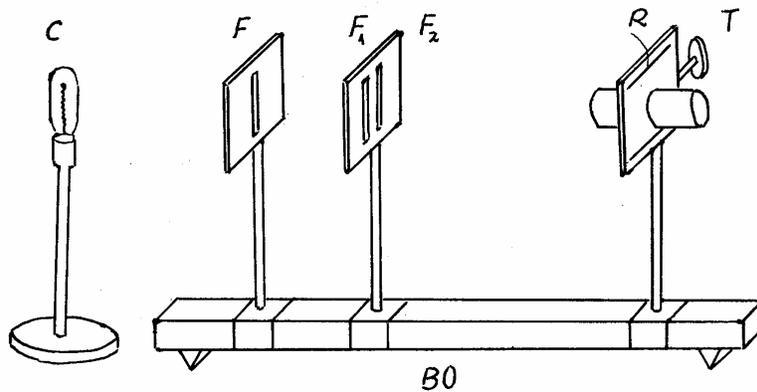


Figure 4

4. Manipulation

4.1) on allume l'ampoule et on règle sa position ainsi que son filament être voisin à la fente F et parallèle avec elle.

4.2) on règle l'ouverture de la fente F à 1 – 2 mm.

4.3) on règle les hauteurs de la loupe et des fentes F_1 et F_2 pour être à la même hauteur que F et parallèles avec F . En ce moment on peut voir la lumière provenant de F .

4.4) on réduit lentement l'ouverture de la fente F jusqu'à ce que des franges claires peut être observées.

4.5) on mesure la distance D entre les fentes et le plan du fil réticulaire.

4.6) pour déterminer l'interfrange, on positionne le fil réticulaire sur l'une des franges obscures et on note la position x_1 de l'indicateur I_1 sur la règle et la position y_1 de l'indicateur I_2 sur le tambour (voir fig. 4). Avec le vis micrométrique, on déplace le fil réticulaire sur N franges ($N \geq 5$) et on note les positions x_2 et y_2 . En gardant la même distance D , on répète 10 fois les manipulations f).

4.7) Pour des autres valeurs de la distance D , on répète 6 fois les opérations 4.6).

4.8) Tous les valeurs obtenues pour D, N, x_1, y_1, x_2, y_2 seront centralisées dans le tableau suivant.

No.	d (mm)	D (mm)	x_1	y_1	N	x_2	y_2	I (mm)	i (mm)	λ (Å)	$\bar{\lambda}$ (Å)

5. Indication pour le traitement des données expérimentales

5.1) En connaissant qu'une division x sur la scale S est 0,5 mm et une division y sur le tambour est 0,005 mm, on peut calculer la distance I sur laquelle s'étendent les N franges:

$$I = \left| (0,5x_1 + 0,005y_1) - (0,5x_2 + 0,005y_2) \right| \text{ (mm)}$$

5.2) L'interfrange sera $i = \frac{I}{N}$

5.3) Avec (18) on peut calculer la longueur d'onde.

5.4) Pour les déterminations de la même distance D , on peut calculer

l'interfrange moyenne $\bar{i} = \frac{\sum_{k=1}^{10} i_k}{10}$ et l'erreur $s_{\bar{i}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{10} (i_k - \bar{i})^2}{10 \cdot 9}}$. Ainsi,

$\bar{\lambda} = \frac{d}{D} \bar{i}$; $s_{\bar{\lambda}} = \left(\frac{\partial \lambda}{\partial i} \right)_{\bar{i}} s_{\bar{i}} = \frac{d}{D} s_{\bar{i}}$ et le résultat final aura la forme:

$$\lambda = \bar{\lambda} \pm s_{\bar{\lambda}}.$$