

# LA DÉTERMINATION DE LA LONGUEUR D'ONDE D'UNE RADIATION LUMINEUSE MONOCHROMATIQUE AVEC LE RÉSEAU DE DIFFRACTION

## 1. Les objectifs du travail

1.1. Le but théorique du travail de laboratoire est d'étudier le phénomène de diffraction Fraunhofer, phénomène qui se manifeste au passage d'un faisceau parallèle de lumière par un réseau de fentes unidimensionnelles, plane.

1.2. Le but pratique de ce travail est d'établir la valeur explicite des longueurs d'onde pour les principaux composants (lignes spectrales) de la radiation lumineuse utilisée dans le déroulement de cette expérience.

## 2. Rappels théoriques

### 2.1. Notions générales sur la diffraction

La signification générale du terme de diffraction d'ondes circonscrit toute la variété des phénomènes qui ont lieu alors que les ondes rencontrent – dans leur propagation – les non-homogénéités du milieu. Par conséquent, la diffraction désigne pas seulement les particularités de la propagation d'ondes au front des fentes, des orifices, des écrans ou en présence d'autres obstacles (diffraction restreinte), mais aussi la totalité des phénomènes de réflexion ou de diffusion (dans le sens général) au cas de certain milieu avec non-homogénéités.

La propagation d'ondes dans un milieu non homogène présente des particularités déterminées du fait que les non-homogénéités provoquent l'interruption partielle ou la déformation des surfaces d'onde, ce qui peut avoir pour conséquence la déviation de la propagation rectiligne.

De cette raison, nous pouvons définir la diffraction comme un phénomène qui consiste dans la modification de la direction de propagation

l'onde accompagnée (éventuellement, mais pas obligatoirement) d'une distribution spatiale de son intensité. L'explication de ce phénomène peut être faite à l'aide du principe Huygens-Fresnel. Ce principe a un caractère général.

Il affirme que la source primaire peut être remplacée par une distribution continue, sur une surface auxiliaire  $\Sigma$ , des sources secondaires ponctuelles convenablement choisies, tel que dans le point M, la fonction d'onde obtenue par la superposition de toutes les ondes secondaires s'identifie à celle produite par l'onde primaire.

La formulation initiale de ce principe avait imposé la condition conformément à laquelle la surface enveloppe des surfaces d'ondes secondaires sphériques soit une surface d'onde de l'onde primaire, cette condition étant de nature géométrique.

La principale déficience de l'application de ce principe réside dans l'absence de toute information qui se réfère aux intensités et aux phases des ondes secondaires, le terme de "sources ponctuelles secondaires convenablement choisies" n'étant pas explicite.

Un procédé plus perfectionné pour établir les caractéristiques des sources secondaires a été formulé par Fresnel sous la forme d'un postulat.

Il dit que: l'amplitude et la phase de chaque source secondaire sont les mêmes, dans chaque point de la surface auxiliaire  $\Sigma$ , avec l'amplitude et la phase produite dans ce point de l'onde primaire.

Le principe Huygens-Fresnel admet que les ondes secondaires sont cohérentes et ont des amplitudes qui peuvent être calculées, en fonction des conditions données. Par cela, il devient possible le calcul des effets d'interférence produits par la superposition des ondes secondaires et la surface d'onde enveloppe résulte automatiquement par conséquence de cette superposition.

Quand le faisceau diffracté est intersecté avec un écran, on obtient par conséquence de la diffraction une figure de diffraction dont l'aspect dépend essentiellement des caractéristiques des non-homogénéités.

Tant expérimentalement que théoriquement on constate que le phénomène est observé sans difficulté au moment où la dimension de la non-homogénéité qui interrompt la surface d'onde a le même ordre de grandeur avec la longueur d'onde de la radiation diffractée.

Le principe Huygens-Fresnel ne donne pas des résultats corrects pour la phase de l'onde résultée, mais il permet le calcul de l'amplitude et, implicitement, l'établissement de la figure de diffraction.

Quand la source lumineuse ponctuelle est approchée de l'obstacle, la diffraction correspondante de la lumière a le nom de diffraction Fresnel.

Ce type de diffraction suppose un faisceau lumineux divergent qui, par conséquence de l'interaction avec l'obstacle, conduit à l'apparition de franges visibles directement sur l'écran, sans être nécessaire l'utilisation d'un des systèmes optiques spéciaux.

Le phénomène de diffraction qui apparaît quand la source de lumière est très éloignée de l'obstacle, tel que les rayons lumineux sont pratiquement parallèles, s'appelle diffraction Fraunhofer (ou "diffraction à l'infini").

## 2.2. Diffraction Fraunhofer par une fente

On considère une fente, ça veut dire une ouverture rectangulaire de longueur  $L$  qui est considérée pratiquement infinie par rapport à sa largeur  $a$  (figure 1).

On suppose que sur la fente tombe une onde plane, la direction de propagation de laquelle est située dans un plan normal sur la fente et parallèle avec le côté  $a$ , qui fait un angle nul avec la normale à la fente.

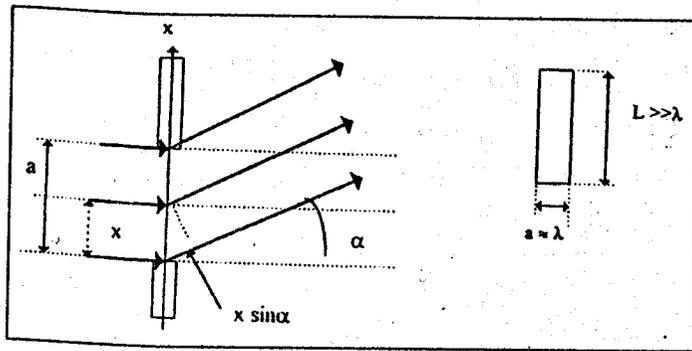


Figure 1

L'onde va souffrir la diffraction sous tous les angles formés par rapport au normale à la fente, contenues entre  $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ .

L'expression de l'onde résultante provenant de l'entière fente s'obtient en faisant la somme (en intégrant) des contributions de toutes les sources secondaires, situées dans le plan de la fente. Cette-ci est:

$$\psi = \text{const} \cdot \int_0^a e^{j(kx \sin \alpha - \omega t)} dx = \text{const} \cdot \frac{e^{-j\omega t}}{jk \sin \alpha} \cdot (e^{jk a \sin \alpha} - 1) \quad (1)$$

où  $\psi$  est l'expression mathématique de l'onde harmonique plane résultante,  $k$  est le module du vecteur d'onde et  $\omega$  est la fréquence angulaire.  $j = \sqrt{-1}$

En tant que l'intensité de l'onde diffractée se calcule, par définition, par multiplication de  $\psi^*$  par  $\psi$ , les calculs conduisent au résultat suivant:

$$I \approx \psi^* \cdot \psi = (\text{const})^2 \cdot \frac{\sin^2 \left( \frac{ka \sin \alpha}{2} \right)}{\left( \frac{ka \sin \alpha}{2} \right)^2} \Rightarrow I = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \quad (2)$$

où  $I_0 = I(\alpha = 0) = I(\beta = 0)$

$\frac{ka \sin \alpha}{2} \stackrel{\text{notation}}{=} \beta$

La courbe  $I = I(\beta)$  est montrée dans la figure 2.

On constate que l'intensité d'onde diffractée présente un maximum absolu pour  $\beta \rightarrow 0$  et des minimums (nuls) chaque fois que la condition suivante est satisfaite:  $\sin \beta = 0$  (avec  $\beta \neq 0$ ) ça veut dire alors que la condition  $\beta = m \cdot \pi$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) ou

$$a \cdot \sin \alpha = m \cdot \lambda \quad (3)$$

est satisfaite.

Pour établir les autres valeurs maximales (les maximums secondaires) de  $I(\beta)$  il doit être imposé la condition mathématique:

$\frac{d}{d\beta} \left( I_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \right) = 0$ , les solutions de laquelle sont les racines de l'équation transcendante  $\text{tg} \beta = \beta$ , ça veut dire:  $\beta = 0; 1,43\pi; 2,46\pi$  etc.

En passant à la variable indépendante  $\alpha$ , il résulte pour la condition de maximum l'expression:

$$a \cdot \sin \alpha = n \cdot \lambda, \text{ avec } n = 0; 1,43; 2,46 \text{ etc.} \quad (4)$$

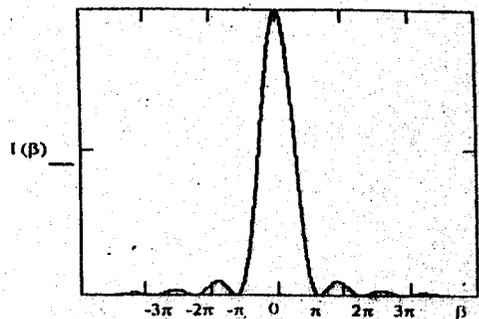


Figure 2

De l'équation (3) il résulte que le premier minimum apparaît quand il est satisfait la condition  $\alpha = \arcsin \frac{\lambda}{a}$ .

- Par conséquent, quand  $a \gg \lambda$ ,  $\alpha$  est très petit et donc, la figure de diffraction se réduit à l'image de la fente.
- Quand  $a$  a le même ordre de grandeur avec  $\lambda$ , la figure de diffraction s'étale de plus en plus, le maximum principal devenant de plus en plus moins aigu.
- Quand  $a = \lambda$ , on observe que  $\alpha = \pi/2$  ça veut dire que le maximum central s'élargisse dans tout le champ ("l'éparpillement de la lumière").
- Le cas  $a \ll \lambda$ , n'a pas de sens et, par conséquent l'effet correspondant consiste dans le fait qu'on ne peut pas obtenir de diffraction.

**Important!** Comme on a déjà affirmé, les effets de diffraction doivent être pris en calcul et pris en considération seulement quand la dimension de la fente est comparable avec la longueur d'onde, jusqu'aux, approximativement deux ordres de grandeur.

Alors que l'onde diffractée n'est pas mono-chromatique, chaque composant spectral forme les maximums et les minimums propres. La figure de diffraction apparaît comme une superposition des figures de diffraction mono-chromatiques, avec un maximum central commun et avec des positions différentes des maximums et minimums secondaires. Le premier minimum rencontré va appartenir à la longueur d'onde minimale. ( $\alpha_1 = \arcsin \frac{\lambda_1}{a}$  ;  $\alpha_2 = \arcsin \frac{\lambda_2}{a} \Rightarrow \lambda_1 < \lambda_2 \Rightarrow \alpha_1 < \alpha_2$ ).

### 2.3. Diffraction Fraunhofer produite par un réseau optique plane unidimensionnel

Un réseau unidimensionnel consiste d'un ensemble de  $N$  fentes rectangulaires identiques, distribuées régulièrement après une direction (figure 3). Un des côtés de la fente est très grand et l'autre côté a la dimension  $a$ . En notant avec  $b$  la distance entre deux fentes successives, la grandeur  $d = a + b$  constitue une caractéristique du réseau.

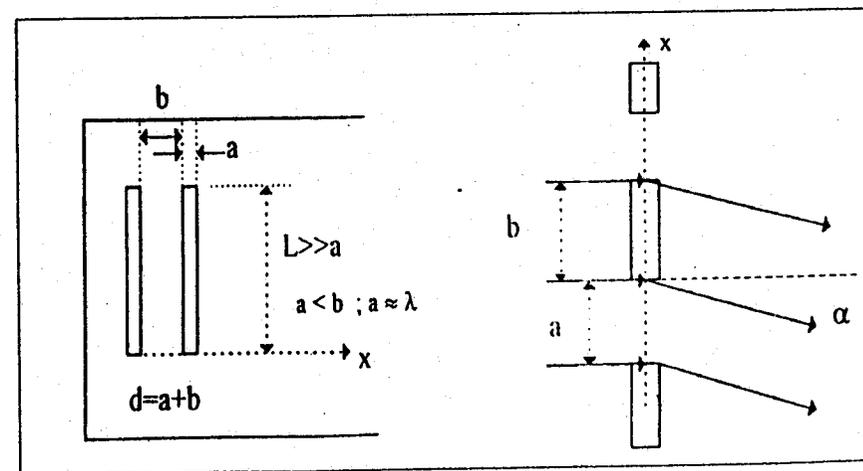


Figure 3

L'ordre de grandeur de cette constante est, en général,  $(10^{-3} + 10^{-2})$  mm. Le plus souvent on donne cette caractéristique sous la forme du "nombre de traits ou lignes par millimètre".

Par exemple, lorsque,  $a = 10 \mu\text{m}$ , on dit que le réseau a 100 traits par mm. La qualité des réseaux est directement liée au soin avec lequel les fentes sont tracées de façon périodique.

Actuellement, on réalise des réseaux holographiques.

Si sur un tel réseau avec N fentes tombe une onde plane, à l'incidence normale, la figure de diffraction obtenue dans le plan focal d'une lentille présente un aspect particulier, qui est le résultat des deux processus parallèles simultanés:

- un phénomène de diffraction qui se produit indépendamment sur chaque fente,
- un processus d'interférence multiple, dû à la superposition de N ondes cohérentes.

Le calcul de l'intensité en fonction de l'angle d'observation  $\alpha$  est similaire à celui effectué pour une seule fente, avec la seule différence que, cette fois, l'intégrale (1) doit être élargie sur l'entier système de fentes:

$$\Psi = \text{const.} \sum_{n=0}^{N-1} \int_{nd}^{nd+a} e^{j(kx \sin \alpha - \omega t)} dx \quad (5)$$

Si on introduit les notations:  $\begin{cases} \frac{ka \sin \alpha}{2} = \beta \\ \frac{kd \sin \alpha}{2} = \gamma \end{cases}$  on peut calculer

l'intensité d'onde résultante:

$$I \approx \Psi^* \cdot \Psi = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cdot \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \quad (6)$$

De la relation (6) il résulte que l'onde diffractée d'un réseau plane peut être vue comme une onde d'intensité  $I_0 \cdot \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$  modulée du facteur

$$\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$$

- L'aspect de la fonction exprimée par le facteur  $\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$  a été déjà étudié. Cette fonction varie avec l'angle  $\alpha$ , plus lentement que celle qui exprime la dépendance de type  $I_0 \cdot \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$ .

- La fonction  $\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$  (où  $\gamma = \frac{kd(\sin \alpha)}{2}$ ) avait exprimé la distribution de l'intensité de la lumière, comme résultat de l'interférence multiple des ondes provenues par diffraction de toutes les N fentes du réseau. Elle présente des maximums, alors que:

a)  $\gamma = n\pi$  pour qui

$$\lim_{\gamma \rightarrow n\pi} \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} = N^2 \quad (7.a)$$

Les maxima correspondants s'appellent maxima principaux.

$$b) \frac{d}{d\gamma} \left( \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \right) = 0, \text{ avec } \gamma \neq n\pi; N \cdot \text{tg} \gamma = \text{tg} N\gamma, \quad (7.b)$$

condition pour laquelle on trouve les maxima secondaires.

Les maxima secondaires ont des valeurs plus petites que les maxima principaux. Pour des valeurs grandes de  $N$ , les maxima secondaires sont pratiquement imperceptibles, pendant que les maxima principaux ont l'intensité donnée par l'expression  $I = I_0 N^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$ .

Parce que l'expérience de laboratoire se déroule en utilisant un réseau avec un très grand nombre de fentes ( $N = 10^3$ ), les seuls maxima qui vont compter sont les maxima principaux, pour lesquels il est satisfait la condition:  $\gamma = n\pi \Rightarrow \frac{kd(\sin \alpha)}{2} = n\pi$ , ça veut dire

$$n\lambda = d \cdot \sin \alpha \text{ (avec } n \in \mathbb{N}). \quad (8)$$

Les minimums apparaissent quand la condition suivante est satisfaite:  $\gamma = \frac{m}{N} \cdot \pi$  avec  $m \in \mathbb{N}$ .

**Observation:** Parce que l'intensité relative des deux maxima de diffraction successifs de la fonction modulateur décroît très rapidement, en réalité on observe seulement les maxima principaux d'interférence de l'intérieur du maximum principal de diffraction, correspondant à l'intervalle  $\beta \in (-\pi, \pi)$ .

La position de ces maxima principaux est donnée par la relation (8).

Expérimentalement, on mesure l'angle  $\alpha_n$  où se trouvent les maxima principaux, correspondants aux différents ordres (valeurs) de  $n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ).

La longueur d'onde se détermine avec la relation (8):

$$\lambda = \frac{d \sin \alpha_n}{n}$$

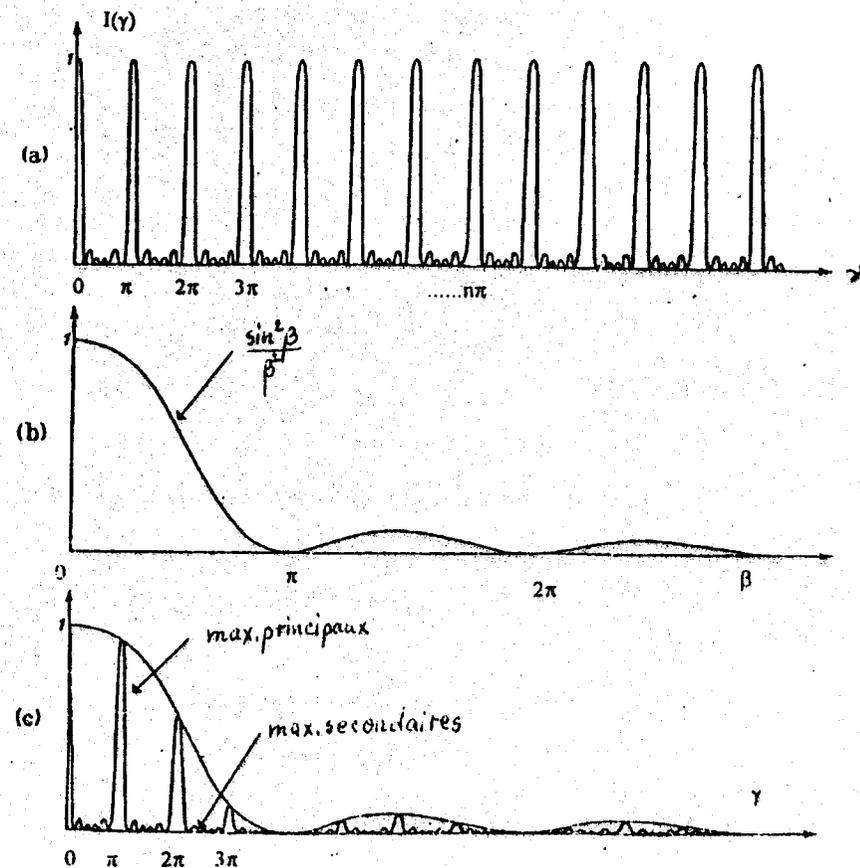


Figure 4

**Observation importante:** Nous rappelons que, alors qu'on utilise la radiation lumineuse ayant plusieurs composants spectraux, la succession de ces maximums va être comme dans la figure 5, en respectant l'ordre indiqué dans le cas d'une seule fente. Le maximum central, pour lequel  $n = 0$ , représente le lieu où se superposent tous les maximums de tous les composants du spectre, la résultante étant une ligne blanche.

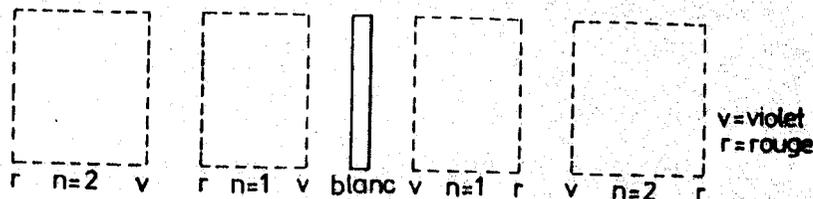


Figure 5

### 3. Le dispositif expérimental

Le dispositif expérimental (fig. 6) consiste d'un goniomètre équipé d'un collimateur C et d'une lunette L. Au centre du goniomètre il y a le réseau de diffraction R. La source de lumière est une lampe à vapeurs de mercure; le collimateur a une fente F, verticale, rectangulaire, parallèle avec les fentes du réseau. On fait les observations dans le plan foyer d'oculaire de la lunette, où les maximums principaux sont des lignes brillantes, des images de la fente F. Les maximums secondaires ne sont pas observables.

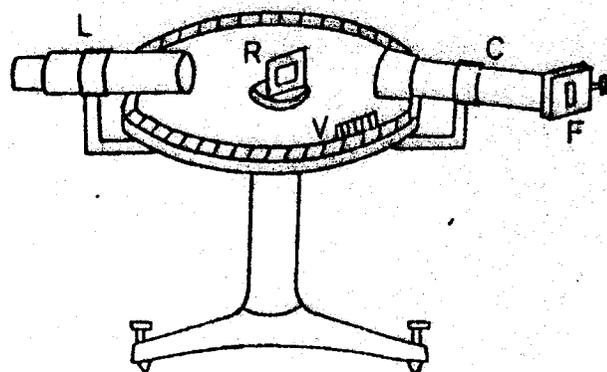


Figure 6

### 4. Manipulation

- 4.1) on vérifie si le réseau est normal sur le faisceau lumineux
  - 4.2) on règle l'ouverture de la fente F jusqu'à ce que les lignes spectrales observées deviennent verticales et étroites.
  - 4.3) on superpose le fil réticulaire de la lunette à la ligne désirée, située à la droite de la ligne centrale et on lit  $\alpha_n^d$  ( $n =$  l'ordre du spectre) - l'angle indiqué sur le goniomètre
  - 4.4) on répète l'opération à la gauche de la ligne centrale, en lisant  $\alpha_n^g$
- Observation: on fait des mesurages pour les spectres d'ordres  $n = 1$  et  $n = 2$
- 4.5) pour la ligne violette du spectre d'ordre  $n = 1$ , on répète les mesurages 10 fois.

On centralise toutes les valeurs obtenues dans le tableau suivant:

N	L'ordre du spectre n	Couleur	$\alpha_n^d$	$\alpha_n^g$	$\alpha_n = \frac{ \alpha_n^d - \alpha_n^g }{2}$	$\sin \alpha_n$	$\lambda$	$\bar{\lambda}$
0								

## 5) Indication pour le traitement des données expérimentales

5.1) On calcule l'angle  $\alpha_n = \frac{|\alpha_n^d - \alpha_n^g|}{2}$  où se trouve le maximum d'ordre  $n$  et puis avec la formule (8), la longueur d'onde  $\lambda$

5.2) pour la ligne violette du premier spectre on calcule  $\bar{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{10} \lambda_i}{10}$  et

$$s_{\bar{\lambda}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (\lambda_i - \bar{\lambda})^2}{10 \cdot 9}}$$