UNIVERSITATEA "POLITEHNICĂ" DIN BUCUREŞTI
DEPARTAMENTUL DE FIZICĂ

LABORATORUL DE FIZICĂ GENERALĂ
BN - 122 B

MAŞINA ATWOOD

2004 - 2005

MAŞINA ATWOOD

1. Scopul lucrării constă în studiul mişcării corpurilor sub acțiunea forței gravitaționale şi a determinării valorii locale a accelerației gravitaționale. Se ştie din experiență că un corp lăsat să cadă liber capătă o mişcare uniform accelerată. În această lucrare se verifică de asemenea legea spațiilor în mişcarea uniform accelerată şi în mişcarea uniformă. Se utilizează în acest scop dispozitivul numit maşina Atwood .

2. Teoria lucrării

Mişcarea uniform variată este mişcarea în care în intervale de timp Δt egale (şi arbitrare) viteza unui mobil variază cu aceeaşi valoare $\Delta \overline{v}$. Atunci când creşterea vitezei cu timpul are loc liniar (uniform), mişcarea se numeşte *uniform accelerată*, iar atunci când viteza scade liniar cu timpul, mişcarea se numeşte *uniform încetinită*. Mişcarea uniform variată se caracterizează printr-o accelerație constantă. Legile mişcării uniform variate, fără viteză inițială sunt:

$$\overline{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overline{v}}{\Delta t} = \text{constant}; \qquad \overline{v} = \overline{a}t \qquad \text{şi} \qquad \overline{r} = \frac{\overline{a}t^2}{2}, \qquad (1)$$

unde: $\overline{a}$ reprezintă vectorul accelerație, $\overline{v}$ este vectorul viteză de deplasare a corpului, $\overline{r}$ este vectorul de poziție al corpului, iar t este timpul. În relația (1) s-a considerat că momentul inițial este $t_0 = 0$, astfel că $\Delta t = t - t_0 = t$. Atunci când luăm în considerare cauzele exterioare care produc mişcarea, relația cantitativă dintre acestea şi mărimile ce caracterizează mişcarea corpului este dată de legea a doua a lui Newton

$$\overline{F} = m \cdot \overline{a}, \qquad (2)$$

în care m este masa corpului care se mişcă cu accelerația $\overline{a}$ sub acțiunea forței $\overline{F}$. Un exemplu de mişcare uniform variată este căderea liberă a corpurilor (datorită atracției gravitaționale). În acest caz, legile generale (1) şi (2), scrise sub formă scalară, sunt:

$$g = \text{constant}; \; v = g \cdot t; \qquad s = \frac{gt^2}{2} \qquad (3)$$

$$G = m \cdot g \qquad (4)$$

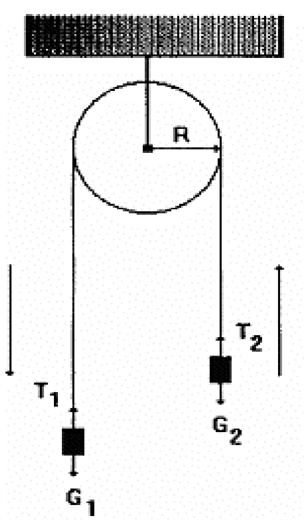

Fig. 1.

unde G este greutatea corpului care cade, iar g este accelerația gravitațională în punctul respectiv de pe suprafața Pământului.

Principiul de funcționare al maşinii Atwood poate fi înțeles dacă considerăm mişcarea unui sistem format dintr-un scripete S de rază R peste care este întins un fir, la capetele căruia sunt agățate corpurile G_1 şi G_2, de mase m_1 şi respectiv m_2 (Fig. 1).

Pentru simplificarea problemei vom considera că firul este fără greutate (imponderabil) şi este inextensibil, iar scripetele se mişcă fără frecare. În acest caz, accelerațiile celor două corpuri, G_1 şi G_2, vor fi egale şi de semne contrare. În anexă se obține pentru accelerația a următoarea expresie:

$$a = g \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{m}{2}}. \tag{5}$$

Din ecuația (5) se constată că valoarea accelerației cu care se vor mişcă corpurile depinde direct proporțional de diferența maselor acestor corpuri. Atunci când masele sunt egale, accelerația mişcării se anulează, iar mişcarea corpurilor devine uniformă (cu viteză constantă).

3. Descrierea montajului experimental

Montajul experimental utilizat de noi la studiul căderii libere a corpurilor este cunoscut sub denumirea de maşina Atwood şi este prezentat schematic în figura 2.

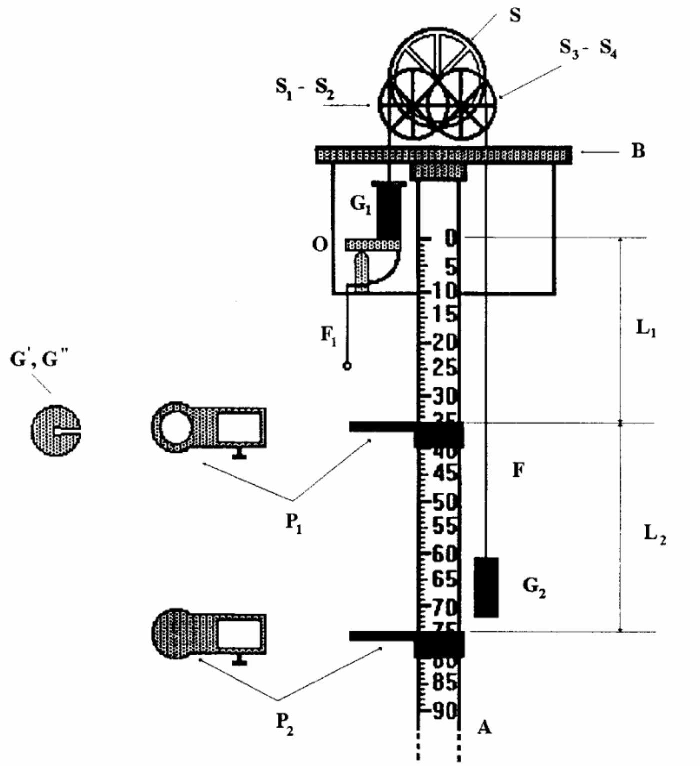

Fig. 2.

Suportul vertical A este o tijă metalică gradată în centimetrii. La partea superioară a acestuia este fixată o platformă B cu un scripete şi alte patru roți uşoare de aluminiu. Perechile de roți $S_1 - S_2$ şi $S_3 - S_4$ au rolul de a prelua din sarcina ce altfel ar reacționa numai pe lagărele axului scripetelui S şi deci au rolul de a reduce la maximum frecările în timpul rotirii scripetelui central S. Peste scripetele S este întins un fir de nylon F pe care îl considerăm de greutate neglijabilă şi inextensibil. La capetele firului sunt suspendate greutățile G_1 şi G_2 de aceeaşi masă (circa 500 g fiecare). Pentru realizarea condițiilor de mişcare uniform accelerată, cu accelerație mult mai mică decât cea gravitațională, se utilizeaza una dintre cele patru greutăți suplimentare de 5, 10, 20 sau 30 g, care au deci masele mult mai mici decât cele ale corpurilor G_1 şi G_2. Aceste greutăți se aşează pe rând peste corpul G_1. Pe suportul A culisează două platforme P_1 şi P_2 care pot fi fixate la diferite distanțe între ele cu ajutorul şuruburilor R_1 şi R_2. Platforma inelară P_1 are rolul de a reține supragreutățile G', G'' etc. iar platforma P_2 de a reține corpul G_1 la sfârşitul căderii. Începutul căderii corpurilor este produs prin deblocarea opritorului O, care fixează corpul G_1 la cota ∅ (zero) cm de pe suportul vertical A. Se notează cu s distanța parcursă de corpul G_1 cu supragreutățile G', G'' şi cu d distanța parcursă de corpul G_1 fără supragreutăți. Timpul în care corpul G_1 cu supragreutățile G', G'' etc. parcurge distanța s şi intervalul de timp în care corpul G_1 fără supragreutăți parcurge distanța d este măsurat cu un cronometru.

4. Modul de lucru şi prelucrarea datelor experimentale

a) Verificarea legii spațiilor în mişcarea uniform accelerată

Pentru a verifica legea spațiilor, $s = \frac{at^2}{2}$, se aşează peste corpul G_1 o supragreutate G'. Cu ajutorul sistemului de blocare O, corpul G_1 cu supragreutatea G' se fixeaza la poziția ∅ (zero) cm de pe suportul vertical A (prin tragere de şnurul F_1). Platforma inelară P_1 este înlăturată şi se utilizează doar platforma plină P_2, care se poziționează la o distanță $s_1 = 40\,\text{cm}$ față de baza inferioară a ansamblului de corpuri $G_1 + G'$. O dată cu deblocarea sistemului de poziționare O (prin tragere de şnurul F_2) se porneşte şi cronometrul. Cronometrul este oprit atunci când corpul G_1 în cădere loveşte platforma P_2. Prin aceasta s-a măsurat intervalul de timp t_1 în care corpul a parcurs distanța s_1. Măsurarea timpului de cădere a sistemului $G_1 + G'$ se repetă de 5 ori; timpii măsurați se trec Tabelul 1.

Tabelul 1

Nr. crt.	Masa greutații G' suplimentare [g]	Spațiul parcurs în cădere liberă s_i [m]	Timpul t_i în [s] cât durează căderea sistemului de corpuri G_1+G' la măsurătoarea numărul :					Valoarea medie a timpului $\bar{t}_i$ [s]	$\bar{t}_i^{\,2}$	Valoarea calculată a accelerației a_i [m/s^2]
			1	2	3	4	5			
1	m'_1	0,40								
2		0,60								
3		0,8								
4		1,00								
5		1,20								
1	m'_2	0,40								
2		0,65								
3		0,80								
4		1,00								
5		1,20								

Pentru aceeaşi greutate suplimentară G' se deplasează platforma P_2 la distanțele: $s_2 = 60\,\text{cm}; s_3 = 80\,\text{cm}; s_4 = 100\,\text{cm}; s_5 = 120\,\text{cm}$ şi se repetă determinarea intervalelor de timp (t_2, t_3 şi t_4, t_5) în care corpul parcurge aceste spații (tot de 5 ori). Pentru fiecare din distanțele $s_i\,(i = 1,...,5)$ se calculează timpul mediu $\bar{t}_i$. La aceeaşi greutate adițională, G', în aproximația neglijării frecărilor, accelerația sistemului va fi aceeaşi şi se va calcula prin relația:

$$a_i = \frac{2s_i}{\bar{t}_i^2} = \text{constant, unde } i = 1,2,3,4,5. \qquad (6)$$

Se repetă experimentul pentru o altă valoare a masei supragreutății G' din cele patru disponibile. Rezultatele măsurătorilor şi valorile calculate pentru accelerațiile a_i se vor trece în tabelul 1. Pentru verificarea legii spațiilor în mişcarea uniform accelerată, se va verifica grafic dependența liniară $s = s(t^2)$.

b) Verificarea legii spațiilor în mişcarea uniformă

Pentru a verifica această lege, peste corpul G_1 se asează una din greutățile G'. Cu ajutorul sistemului de blocare O, corpul G_1 şi supragreutatea G' se fixează la poziția Ø (zero) cm de pe suportul vertical A (prin tragere de şnurul F_1). Platforma inelară P_1 se fixează la o anumită distanță $s_1 = 20\,\text{cm}$ față de reperul Ø (zero) de pe suportul vertical A. Platforma plină P_2 se fixează la distanța $d' = 107\text{ cm}$ față de platforma inelară. Deblocarea sistemului O se face prin tragere de şnurul F_2. La trecerea corpului prin platforma inelară P_2, greutatea suplimentară G' este reținută. Se măsoară timpul t_1 în care corpul de greutate G_1 parcurge în mişcare uniformă distanța $d = 100\,\text{cm}$ dintre cele două platforme (se ține cont de înălțimea de 7cm a corpului G_1). Prin urmare $d = v_1 \cdot t_1$, unde v_1 reprezintă viteza pe care corpul de greutate G_1 a avut-o la capătul mişcării accelerate deci $v_1 = \sqrt{2as_1}$. Se obține astfel relația: $d = \sqrt{2as_1} \cdot t_1$. Se repetă cele de mai sus pentru aceeaşi supragreutate G' şi pentru aceeaşi distanță d de 5 ori. Apoi se modifică distanța între reperul Ø (zero) cm şi platforma inelară P_1 de pe suportul vertical A la valorile $s_2 = 40\,\text{cm}$ respectiv $s_3 = 60\,\text{cm}$ iar platforma plină P_2 se deplasează astfel încât între platformele P_1 şi P_2 să se păstreze permanent distanța de 100 cm şi pentru aceste noi distanțe se repetă experiența de 5 ori notându-se timpii respectivi t_2 şi t_3. Măsurătorile se fac pentru două greutăți suplimentare iar rezultatele măsurătorilor se vor trece în tabelul 2.

În cazul acestei lucrări verificarea legii spațiilor în mişcarea uniformă înseamnă verificarea relației $d = \sqrt{2as} \cdot t$. Ridicând la pătrat această relație şi exprimând spațiul în funcție de timp se obține: $s = \dfrac{d^2}{2a} \cdot \dfrac{1}{t^2}$. În continuare vom reprezenta grafic şi vom verifica dependența liniară $s = f\left(\dfrac{1}{t^2}\right)$. Verificarea acestei dependențe liniare reprezintă de fapt verificarea legii spațiilor în mişcarea uniformă.

Tabelul 2.

Nr. crt.	Masa greutații suplimentare G' [g]	Spațiul parcurs în cădere între reperul zero şi platforma P_1 [m]	Timpul t_i în [s] cât durează căderea greutății G_1 (fără G') între platformele P_1 şi P_2 (aflate la 1 m distanță între ele) la măsurătoarea numărul :					Valoarea medie a timpului $\bar{t}_i$ [s]	$\frac{1}{t_i^2}\left[s^{-2}\right]$
			1	2	3	4	5		
1		0,20							
2	m'_1	0,40							
3		0,60							
1		0,20							
2	m'_2	0,40							
3		0,60							

c. Determinarea accelerației gravitaționale *g*

Determinarea accelerației gravitaționale g se face din legea a doua a dinamicii $\overline{F} = m \cdot \overline{a}$ aplicată la deplasarea acestui sistem. Forța care produce mişcarea uniform accelerată a sistemului este tocmai greutatea suplimentară G' de masă m' iar sistemul care face mişcarea este compus din m_1, m_2, m' şi $m/2$ (masa scripetelui). Neglijând termenul $m/2$ din relația (10) şi folosid valoarea calculată a accelerației a a sistemului din tabelul 1, putem determina valoarea accelerației gravitaționale a Pământului în locul în care se face măsurătoarea

$$g = \frac{m_1 + m_2 + m'}{m'} \cdot a \,.$$

Se va calcula valoarea medie a accelerației gravitaționale şi se va evalua eroarea făcută la determinarea acesteia.

ANEXĂ

Dacă se consideră ca pozitiv sensul de mişcare indicat în figura 1, atunci, pentru fiecare din cele două corpuri se poate scrie legea a doua a lui Newton sub forma:

$$m_1 \cdot a = G_1 - T_1 \tag{1}$$

$$-m_2 \cdot a = G_2 - T_2, \tag{2}$$

unde T_1 şi T_2 sunt tensiunile din fir.

Momentul de inerţie I al scripetului S de masă m şi rază R, în raport cu axul său de rotaţie este:

$$I = \frac{m \cdot R^2}{2}. \tag{3}$$

Dacă notăm cu ω acceleraţia unghiulară a scripetelui, atunci, în raport cu acelaşi ax, din teorema momentului putem scrie că:

$$I \cdot \omega = R\left(T_1 - T_2\right), \tag{4}$$

unde $R\left(T_1 - T_2\right)$ este momentul forţei rezultant care produce rotaţia.

Neglijând alunecarea firului pe scripete, putem considera că între acceleraţiile liniară şi unghiulară este valabilă relaţia:

$$a = \omega \cdot R. \tag{5}$$

Introducând ecuaţiile (3) şi (5) în ecuaţiile (1), (2) şi (4) se obţine pentru acceleraţia a următoarea expresie:

$$a = g \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{m}{2}}. \tag{6}$$