UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" BUCURESTI
DEPARTAMENTUL DE FIZICA

LABORATORUL DE FIZICĂ
BN – 122B

DETERMINAREA MOMENTULUI DE INERȚIE PRIN METODA WEBER - GAUSS

2004 - 2005

DETERMINAREA MOMENTULUI DE INERȚIE PRIN METODA WEBER - GAUSS

1. Scopul lucrării

Determinarea momentului de inerție al unui corp cu ajutorul pendulului de torsiune.

2. Teoria lucrării

Metoda Weber-Gauss utilizează un pendul de torsiune a cărui perioadă de oscilație este dată de relația:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{K}}\,, \tag{1}$$

unde J este momentul de inerție al corpului în raport cu axa de oscilație, iar K este constanta elastică de torsiune a firului de suspensie.

Momentul de inerție al unui punct material de masă m în raport cu o axă este egal cu produsul dintre masa m şi pătratul distanței r de la punctul material la axă:

$$J = mr^2\,. \tag{2}$$

Momentul de inerție al unui corp în raport cu o axă este egal cu suma momentelor de inerție ale tuturor părților componente ale corpului în raport cu acea axă.

Momentul de inerție al fiecărui corp în raport cu o axă care trece prin centrul său de greutate poate fi scris sub forma:

$$J_0 = m\rho^2\,, \tag{3}$$

unde m este masa corpului, iar mărimea ρ poartă numele de rază de girație a corpului în raport cu axa considerată.

Dacă se cunoaşte momentul de inerție al unui corp în raport cu o axă care trece prin centrul său de greutate, momentul de inerție al corpului în raport cu o altă axă paralelă cu prima şi aflată la distanța a de aceasta este:

$$J = J_0 + ma^2\,. \tag{4}$$

În relația (1), singura mărime care poate fi determinată experimental este perioada de oscilație T, constanta elastică de torsiune K fiind necunoscută. De aceea este necesar să se efectueze două seturi de determinări:

I) Se va măsura perioada T de oscilație a corpului al cărui moment de inerție J trebuie determinat.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{K}} \tag{5}$$

II) Se va măsura perioada T_c de oscilație a corpului împreună cu un alt sistem de corpuri al cărui moment de inerție J_c se cunoaşte.

$$T_c = 2\pi\sqrt{\frac{J+J_c}{K}} \tag{6}$$

În relația (6), J_c reprezintă momentul de inerție al sistemului adițional format din două bile de masă m_0 şi rază r_0, situate la distanța $2a$ una față de cealaltă şi se calculează în conformitate cu relația (4):

$$J_c = 2m\left(\frac{2}{5}r^2 + a^2\right) \tag{7}$$

Eliminând pe K din relațiile (5) şi (6) se obține momentul de inerție al corpului studiat:

$$J = \frac{T^2}{T_c^2 - T^2} J_c . \qquad (8)$$

3. Montajul experimental

Montajul experimental cuprinde un pendul de torsiune şi un cronometru.

Corpul pentru care se determină momentul de inerție este un cilindru de metal care poate fi montat fie cu generatoarele verticale, fie cu generatoarele orizontale.

Cele două bile care alcătuiesc sistemul adițional sunt sprijinite cu ajutorul unei bare de aluminiu al cărei moment de inerție este neglijabil.

4. Modul de lucru

Se vor efectua determinări cu cilindrul de metal montat în două poziții: cu generatoarele verticale, respectiv cu generatoarele orizontale.

Cazul 1: Cilindrul este montat cu generatoarele verticale. Se efectuează următoarele operații:

1. Se imprimă cilindrului o mişcare oscilatorie a cărei amplitudine să nu depăşească 4^0.
2. Se cronometrează durata t a 40 de oscilatii complete. Se determină $T = t/40$.
3. Se repetă măsurătoarea de cinci ori şi se calculează valorile medii ale timpului t şi ale perioadei T.
4. Se aşează sferele adiționale în lăcaşurile barei de aluminiu şi se măsoară durata t_c a 40 de oscilații complete. Se determină $T_c = t_c / 40$.
5. Se repetă măsurătoarea de cinci ori şi se calculează valorile medii ale timpului t_c şi ale perioadei T_c.
6. Datele obținute vor fi trecute în *Tabelul 1*.

Tabelul 1

Nr crt	t (s)	t_c (s)	T (s)	T_c (s)	$\overline{T}$ (s)	$\overline{T}_c$ (s)	$\sigma_{\overline{T}}$ (s)	$\sigma_{\overline{T}_c}$ (s)	J (kg.m^2)	$\overline{J}$ (kg.m^2)	$\sigma_{\overline{J}}$ (kg.m^2)	J' (kg.m^2)
1.												
2.												
3.												
4.												
5.												

Cazul 2: Cilindrul este montat cu generatoarele orizontele şi se efectuează aceleaşi operații ca şi în cazul 1, datele obținute fiind trecute într-un tabel de tipul tabelului 1.

5. Prelucrarea datelor experimentale

a. Se calculează valorile medii ale timpilor (t, t_c) şi ale perioadelor de oscilație (T, T_c).

b. Se calculează momentul de inerție al corpului de studiat cu relația (8).

c. Se calculează valoarea medie a momentul de inerție J.

d. Se determină abaterea standard asupra valorii medii a momentului de inerție cu metoda propagării erorilor:

$$\sigma_{\overline{J}} = \sqrt{\left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)^2_{\overline{T},\overline{T}c} \sigma^2_{\overline{T}} + \left(\frac{\partial J}{\partial T_c}\right)^2_{\overline{T},\overline{T}c} \sigma^2_{\overline{T}c}} \qquad (9)$$

unde $$\sigma_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{N\left(N-1\right)}}$$, cu N=5.

e. Se compară valoarea momentului de inerție obținut experimental J cu momentul de inerție calculat teoretic J' conform relațiilor:

- pentru poziția în care axa de rotație este paralelă cu generatoarele (poziția verticală):

$$J' = \frac{1}{2}mr^2 \tag{10}$$

- pentru poziția în care axa de rotație este perpendiculară pe generatoare şi trece prin centrul de greutate (poziția orizontală):

$$J' = m\left(\frac{l^2}{12} + \frac{r^2}{4}\right) \tag{11}$$

unde m este masa cilindrului, r este raza, iar l este lungimea generatoarei.

Valorile numerice ale mărimilor care intervin în relațiile de mai sus sunt: masa cilindrului m = 235g, raza cilindrului r = 22,5mm, lungimea generatoarei l = 19,5mm; masa unei bile m_0=20,2g, raza unei bile r_0=7,9 mm, distanța dintre centrele bilelor $2a$ = 124mm.

Rezultatul final se va prezenta sub forma:

$$J = \left(\overline{J} \pm \sigma_{\overline{J}}\right)\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2 .$$

Întrebări:

1. Care este relația de calcul al momentului de inerție al unui punct material în raport cu o axă şi care sunt semnificațiile mărimilor care intervin?
2. Să se scrie relația de definiție a momentului de inerție al unui corp în raport cu o axă care trece prin centrul său de masă şi să se specifice semnificațiile mărimilor care intervin.
3. Cum se poate determina momentul de inerție al unui corp în raport cu o axă paralelă cu axa care trece prin centrul de masă al corpului?
4. Din ce motiv a fost necesară dispunerea cilindrului metalic în cele două poziții (cu generatoarele în poziție verticală, respectiv orizontală)?
5. Care este relația din care s-a determinat momentul de inerție al cilindrului şi care sunt semnificațiile mărimilor fizice care intervin?

Referatul va conține: un rezumat al teoriei, montajul experimental, tabelele de date, calculul momentului de inerție J şi compararea lui cu valoarea calculată teoretic J', calculul abaterii pătratice medii şi răspunsurile la întrebări.

***Observație*:** La apariția unei defecțiuni a aparatelor, studentul are obligația să atenționeze cadrul didactic.