UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN BUCUREŞTI
DEPARTAMENTUL DE FIZICĂ

LABORATORUL DE FIZICĂ
BN - 122 B

DETERMINAREA ACCELERAȚIEI GRAVITAȚIONALE PRIN METODA PENDULULUI FIZIC

2004 - 2005

DETERMINAREA ACCELERAȚIEI GRAVITAȚIONALE PRIN METODA PENDULULUI FIZIC

1. Scopul lucrării constă în determinarea accelerației gravitaționale, g, prin metoda pendulului fizic.

2. Teoria lucrării.

Pendulul fizic este un corp rigid greu care se roteşte fără frecare în jurul unei axe orizontale fixă, numită *axă de suspensie*, care trece prin corp astfel încât să nu intersecteze centrul de greutate al acestuia.

Un corp rigid se poate afla în mişcare de translație, în mişcare de rotație în jurul unei axe sau într-o *mişcare rezultantă* a celor două, efectuate simultan.

Mişcarea de translație a unui corp rigid este mişcarea în care orice dreaptă care traversează corpul se mişcă paralel cu ea însăşi. Astfel, toate punctele corpului au traiectorii, viteze şi accelerații identice, mişcarea de translație a corpului fiind complet determinată de mişcarea unui singur punct arbitrar al corpului.

Mişcarea de rotație a unui corp rigid este mişcarea în care punctele corpului descriu cercuri paralele ale căror centre se găsesc pe o dreaptă numită *axă de rotație*. Viteza unghiulară de rotație este aceeaşi pentru toate punctele corpului şi se reprezintă printr-un vector alunecător $\overline{\omega}$ situat de-a lungul axei de rotație. În general, mişcarea de rotație poate fi neuniformă, iar axa de rotație se poate schimba în timp. Neuniformitatea rotației este caracterizată prin vectorul *accelerație unghiulară*:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{d\overline{\omega}}{dt} = \dot{\overline{\omega}}. \tag{1}$$

Considerăm un pendul fizic (Figura 1) care se roteşte în jurul unei axe Oz, care este şi axa de suspensie, mişcarea solidului rigid având loc în planul vertical xOy, plan care conține centrul de greutate CM al rigidului, astfel încât axa Ox'să treacă prin punctul C. Când se scoate pendulul din poziția de echilibru, acesta efectuează o mişcare oscilatorie în jurul acestei poziții cu viteza unghiulară ω, dată de expresia:

$$\omega = \dot{\theta} \tag{2}$$

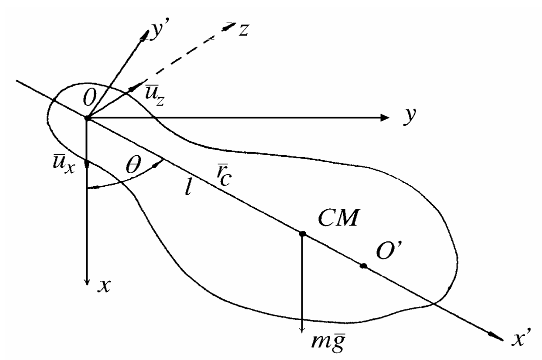

Fig. 1.

Ecuația de mişcare a pendulului fizic se deduce folosind teorema momentului cinetic, relativ la axa Oz, rezultând:

$$\bar{J} = I\bar{\omega} = \bar{u}_z \sum_i \bar{r} \times m_i g \bar{u}_x \tag{3}$$

deoarece asupra fiecărui punct *i* acționează forța $m_i g\bar{u}_x = m_i \bar{g}$, $\bar{r}_i$ fiind vectorul de poziție al masei m_i față de punctul fix O. Se observă că:

$$\bar{u}_z \sum_i \bar{r}_i \times m_i g \bar{u}_x = \bar{u}_z g \sum_i m_i \bar{r}_i \times \bar{u}_x = mg\bar{u}_z (\bar{r}_c \times \bar{u}_x), \tag{4}$$

unde $\bar{r}_c$ este vectorul de poziție al centrului de masă CM față de polul O (punctul de intersecție al axei de rotație cu planul vertical ce conține centrul de masă CM) și *m* este masa corpului. Dacă $|\bar{r}_c| = l$ și ținem seama de relația (2), ecuația de mișcare (3) devine:

$$I\ddot{\theta} = -mgl \sin\theta . \tag{5}$$

Exprimând momentul de inerție *I* în funcție de raza de rotație r_c a centrului de masă față de polul O:

$$I = mr_c^2 , \tag{6}$$

ecuația de mișcare devine:

$$\ddot{\theta} + g\frac{l}{r_c^2}\sin\theta = 0 , \tag{7}$$

care, pentru unghiuri mici ($\sin\theta \cong \theta$), ia forma:

$$\ddot{\theta} + g\frac{l}{r_c^2}\theta = 0 . \tag{8}$$

Punând $l' = \frac{r_c^2}{l}$, ecuația (8) reprezintă mișcarea unui pendul matematic de lungime l', numit pendul sincron al pendulului fizic. Perioada oscilațiilor solidului va fi:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{r_c^2}{\lg}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m\lg}} . \tag{9}$$

Relația (9) conduce la următoarea expresie pentru accelerația gravitațională, *g*:

$$g = \frac{4\pi^2 I}{mlT^2} = \frac{4\pi^2 l'}{T^2} \tag{10}$$

3. Dispozitivul experimental

Accelerația gravitațională *g* poate fi determinată experimental cu ajutorul pendulului fizic, luând un corp solid oarecare.

Astfel, în cazul pendulului inelar (figura 2), care constă dintr-o coroană cilindrică circulară ce este suspendată vertical pe un cuțit și care oscilează în jurul generatoarei care trece prin O, se poate obține o expresie simplă pentru accelerația gravitațională *g*, care depinde numai de razele interioară (R_1) și exterioară (R_2) ale pendulului inelar și de perioada *T*. Razele R_1 și R_2 fiind date, determinarea lui g se reduce la

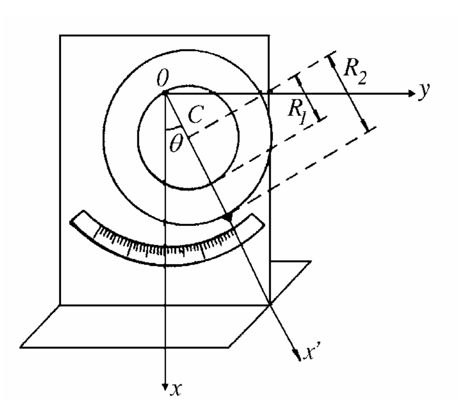

Fig. 2.

determinarea lui T. Deci, pentru efectuarea lucrării este necesar şi un cronometru cu ajutorul căruia putem determina perioada micilor oscilații.

Momentul de inerție I se exprimă cu ajutorul teoremei lui Steiner:

$$I = mR_1^2 + I_0, \tag{11}$$

unde momentul de inerție propriu I_0 se calculează față de o axă paralelă cu Oz şi care trece prin centrul de masă C (CM) (figura 3):

$$I_0 = \int r^2 \, \mathrm{d}m = \int r^2 \rho_s \, \mathrm{d}S, \tag{12}$$

unde ρ_s este densitatea superficială şi $\mathrm{d}S = r \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}r$. Deci, vom avea:

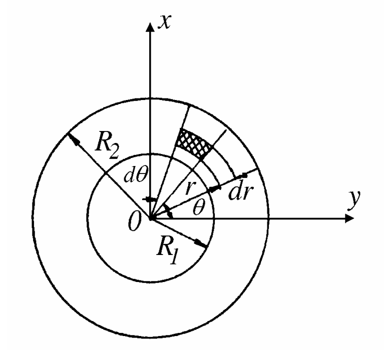

Fig. 3.

$$I_0 = \rho_s \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\pi}{2} \rho_s \left(R_2^4 - R_1^4\right). \tag{13}$$

Deoarece

$$\rho_s = \frac{m}{s} = \frac{m}{\pi\left(R_2^2 - R_1^2\right)}, \tag{14}$$

se obține

$$I_0 = \frac{1}{2} m\left(R_1^2 + R_2^2\right). \tag{15}$$

Momentul de inerție I față de axa de suspensie Oz se determină înlocuind pe I_0 din expresia (15) în relația (11), rezultând:

$$I = \frac{m}{2}\left(3R_1^2 + R_2^2\right). \tag{16}$$

Ştiind că $l = R_1$ şi folosind relația (16), expresia (10) devine:

$$g = \frac{2\pi^2}{T^2} \frac{3R_1^2 + R_2^2}{R_1}. \tag{17}$$

4. Modul de lucru

1. Se măsoară timpul t în care pendulul efectuează n = 50 - 100 oscilații complete.

2. Se calculează perioada T a oscilațiilor folosind formula $T = \frac{t}{n}$.

3. Utilizând relația (17) se calculează accelerația gravitațională știind că $R_1 = \left(0{,}105 \pm 10^{-3}\right)$m și $R_2 = \left(0{,}210 \pm 10^{-3}\right)$m , adică: $g = \dfrac{14{,}5083}{T^2}$.

4. Măsurătorile se repetă de 10 ori cel puțin, pentru unghiuri de oscilație de cel mult 3 diviziuni.

5. Se întocmește următorul tabel:

Det.	t [s]	n	T [s]	g_k [ms^{-2}]	$<g>$ [ms^{-2}]	Δg_k [ms^{-2}]	Δg [ms^{-2}]	ε_{rg} [%]	g_{adev}
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
.									

6. Se vor repeta determinările pentru unghiuri de cel puțin 15 diviziuni și se va calcula g. Să se explice diferența obținută.

Observații

1. Determinarea valorii absolute a constantei gravitaționale g este pasibilă de multe erori experimentale datorate influenței mediului, influenței suspensiei, deplasării suportului.

2. Determinările gravimetrice mai ușor de efectuat sunt "determinările relative", pornind de la perioada T_0 riguros determinată într-un anumit sistem de referință și determinând apoi perioada T în sistemul de referință al laboratorului.

Astfel, cu relația: $g = g_0 T_0^2 / T^2$ se poate deduce valoarea lui g în sistemul de referință al laboratorului.

Întrebări

1. Care este diferența principială între pendulul matematic și cel fizic?
2. Enumerați câteva exemple de pendul fizic din realitatea înconjurătoare;
3. Particularizați formulele teoretice la cazul pendulului matematic.