

**UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN BUCUREȘTI  
DEPARTAMENTUL DE FIZICĂ**

**LABORATORUL DE FIZICĂ  
BN - 122 B**

**COMPUNEREA OSCILAȚIILOR ARMONICE  
PERPENDICULARE**

**2004 - 2005**

# COMPUNEREA OSCILAȚIILOR ARMONICE PERPENDICULARE

**1. Scopul lucrării constă** în studiul compunerii oscilațiilor armonice perpendiculare de aceeași pulsație și de pulsații diferite.

## 2. Teoria lucrării

### 2.1. Oscilații de aceeași pulsație

Considerăm un punct material M supus simultan la două oscilații armonice de aceeași perioadă ce se produc pe direcțiile OX și respectiv OY ale unui sistem de referință cartezian. Traectoria mobilului este reprezentată parametric prin relațiile

$$x = A \sin \omega t, \quad y = B \sin(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

unde  $A$  reprezintă amplitudinea oscilației armonice pe direcția OX, iar  $B$  reprezintă amplitudinea oscilației armonice pe direcția OY. Eliminând timpul din ecuațiile (1), se obține, cu ajutorul identității trigonometrice  $\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1$ , ecuația traiectoriei punctului material în coordonate carteziane.

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi = \sin^2 \varphi \quad (2)$$

Ecuația (2) reprezintă ecuația unei elipse așa încât rezultanta a două mișcări oscilatorii armonice de aceeași perioadă pe direcții perpendiculare între ele este în general o oscilație eliptică. Elipsa obținută este înscrisă într-un dreptunghiul de laturi  $2A$  și  $2B$  numit dreptunghiul amplitudinilor, dar nu este raportată la axele sale în sensul că axele elipsei fac un unghi în general nenul cu axele de coordonate (figura 1). Caracterul mișcării rezultante variază în funcție de valoarea diferenței de fază. Se consideră astfel câteva cazuri particulare.

**a)** Dacă diferența de fază este  $\varphi = 2k\pi, (k = 0, 1, 2, \dots)$ , oscilațiile sunt în fază, iar (1) și (2) se reduc la relațiile

$$x = A \sin \omega t, y = B \sin \omega t \quad (3)$$

$$y = \frac{B}{A} x, \quad (4)$$

Ecuația obținută este ecuația unei drepte care trece prin origine, cu panta  $B/A$  și coincide cu prima diagonală  $DD'$  a dreptunghiului amplitudinilor, astfel încât în acest caz elipsa degenerază în două drepte confundate. În concluzie prin compunerea a două mișcări oscilatorii armonice de aceeași perioadă care se execută în concordanță de fază pe direcții perpendiculare se obține o mișcare rezultantă oscilatorie armonică de-a lungul primei diagonale din dreptunghiul amplitudinilor. Se poate demonstra și reciproca acestei afirmații: orice mișcare oscilatorie armonică liniară se poate descompune în două mișcări oscilatorii armonice în concordanță de fază, pe direcții perpendiculare.

**b)** Dacă diferența de fază este  $\varphi = (2k + 1)\pi, (k = 0, 1, 2, \dots)$ , oscilațiile sunt în opoziție de fază, iar (1) și (2) devin

$$x = A \sin \omega t, y = -B \sin \omega t \quad (5)$$

$$y = -\frac{B}{A} x, \quad (6)$$

care reprezintă ecuația unei drepte care trece prin origine având panta  $-B/A$  și coincide cu cea de a doua diagonală  $CC'$  a dreptunghiului amplitudinilor, astfel încât și în acest caz elipsa degenerază în două drepte confundate. În concluzie, prin compunerea a două mișcări oscilatorii armonice de aceeași perioadă care se execută în opoziție de fază pe direcții

perpendicularare, se obține o mișcare oscilatorie armonică de-a lungul celei de-a doua diagonale a dreptunghiului amplitudinilor. Este valabilă și reciprocă acestei afirmații.

Prin urmare, orice mișcare oscilatorie armonică poate fi considerată ca rezultanta a două mișcări oscilatorii armonice, reciproc perpendicularare și cu aceeași frecvență executându-se în fază sau în opoziție de fază.

c) Dacă diferența de fază este  $\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ , ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) oscilațiile se mai numesc și în cuadratură, iar ecuația (2) devine

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1 \quad (7)$$

care reprezintă ecuația unei elipse ale cărei axe coincid cu direcțiile de-a lungul cărora se efectuează oscilațiile componente (figura 2).

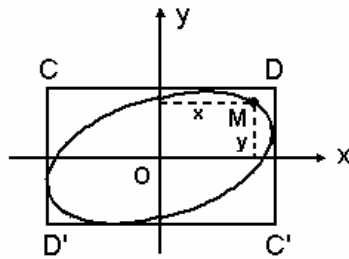


Fig. 1.

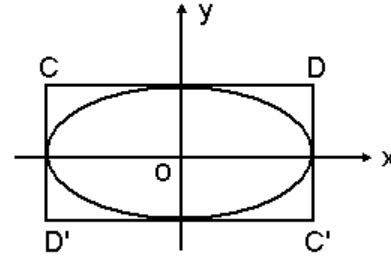


Fig. 2.

În particular dacă oscilațiile componente au aceeași amplitudine,  $A=B$ , rezultă  $x^2 + y^2 = A^2$ ; elipsa devine un cerc. Orice mișcare circulară se poate descompune în două oscilații armonice liniare, perpendicularare, de amplitudini egale, având diferențe de fază  $\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ .

## 2.2. Oscilații cu pulsații diferite

Considerând oscilații perpendicularare

$$x = A \sin \omega_x t, y = B \sin(\omega_y t + \varphi), \quad (8)$$

trajectoriile mișcării rezultante au o formă mai complicată. Dacă raportul pulsațiilor sau

frecvențelor este o fracție rațională  $\frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{\nu_y}{\nu_x} = \frac{n_x}{n_y}$ , adică  $n_x$  și  $n_y$  sunt numere întregi,

aceste trajectorii sunt închise și se numesc figuri Lissajous. Figura Lissajous taie de  $n_x$  ori fiecare din cele două laturi ale dreptunghiului în care este înscrisă, paralele cu axa OX și de  $n_y$  ori fiecare din celelalte două laturi paralele cu axa OY. Orientarea figurilor Lissajous depinde de diferența de fază a oscilațiilor componente. În figura 3 sunt reprezentate figurile Lissajous în cazul a două mișcări oscilatorii perpendicularare cu aceeași amplitudine și cu diferența de fază de  $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}$  și  $\pi$ , pentru care raportul frecvențelor are valorile  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$  respectiv  $\frac{2}{3}$ .

Dacă raportul pulsațiilor nu este o fracție rațională, adică:  $\frac{\omega_y}{\omega_x} \neq \frac{n_x}{n_y}$ , curbele nu se mai închid și figurile Lissajous nu se observă.

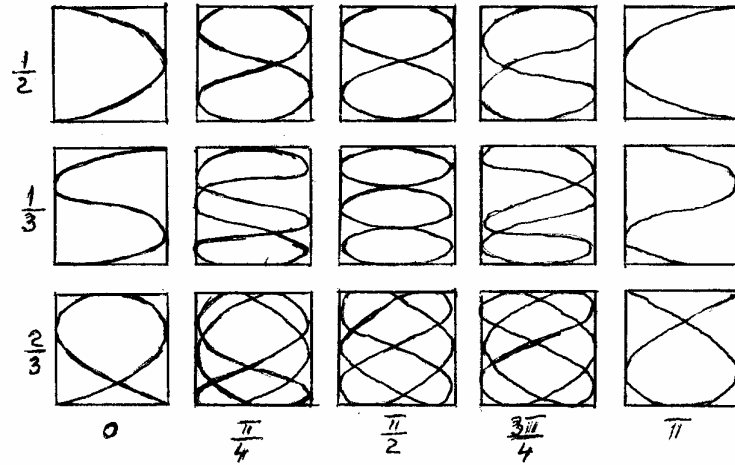


Fig. 3.

### 3. Montajul experimental

Se realizează montajul din figura. 4. Osciloscopul catodic permite vizualizarea formei semnalelor în funcție de timp. Elementul principal al unui osciloscop este tubul catodic ce conține în interior două perechi de plăci (verticale și orizontale) care datorită diferențelor de potențial aplicate, realizează deflexia (deviația) electrostatică a spotului de electroni, emis de catodul  $K$  încălzit de filamentul f-f. Semnalul care urmează a fi vizualizat se aplică pe borna de intrare  $Y$  care poate fi, prin acționarea unui comutator  $K$ , în c.a. sau c.c. Atenuatorul fin și în trepte oferă posibilitatea reglării amplificării cu ajutorul comutatorului  $V/DIV$ . Semnalul este preluat de amplificatorul de deflexie pe verticală și aplicat plăcilor orizontale. Pe plăcile verticale se aplică de la baza de timp o tensiune proporțională cu timpul care are forma unor dinți de ferăstrău pentru obținerea baleiajului pe orizontală. Comutatorul  $TIMP/DIV$  aflat pe pozițiile 1-20 permite modificarea în trepte a vitezei de baleiaj.

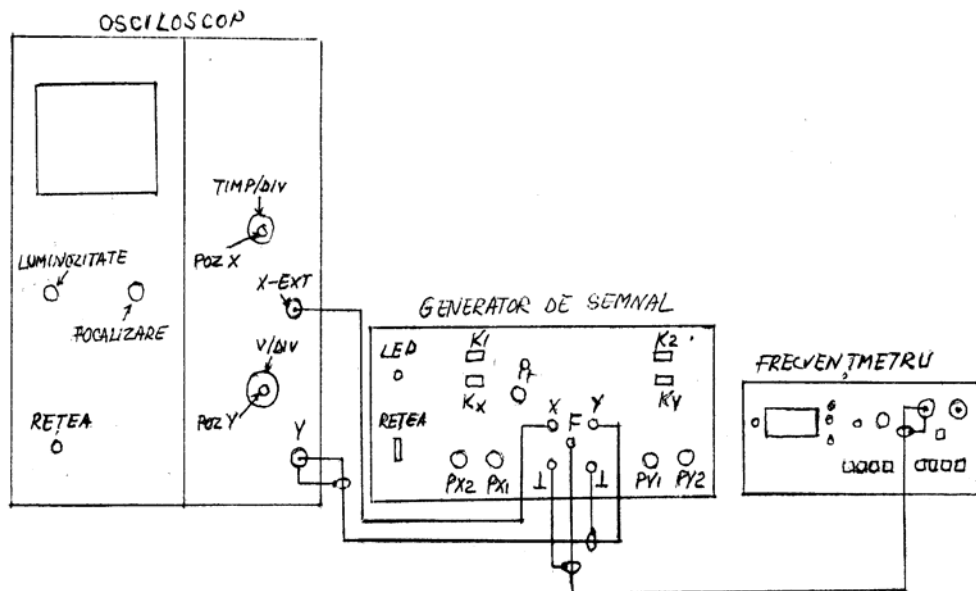


Fig. 4.

Pentru ca imaginea de pe ecranul tubului catodic să fie stabilă trebuie ca frecvența semnalului devizualizat să fie egală (sau un multiplu întreg) cu frecvența bazei de timp.

Stabilitatea raportului dintre cele două frecvențe este asigurată de circuitele de sincronizare care injectează semnalul de vizualizat într-un punct al bazei de timp. Comutatorul TIMP/DIV pus în poziția X-EXT deconectează baza de timp internă și aplică pe plăcile verticale, prin intermediul amplificatorului de deflexie pe orizontală, un semnal extern. Aceasta permite utilizarea osciloscopului la măsurarea frecvențelor, a gradului de modulație sau ca dispozitiv de vizualizare a semnalelor vobulate.

Generatorul de semnal conține două oscilatoare armonice. Când comutatorul  $k_1$  se află în poziția "NEMODULAT", se obțin două oscilații armonice la ieșirile de semnal  $X, \perp$  (masă) și  $Y, \perp$  (masă) în trei domenii de frecvență, 20-90 Hz, 90-420 Hz și 420-2000 Hz selectate cu ajutorul comutatoarelor  $K_x$  pentru semnalul  $X$  și  $K_y$  pentru  $Y$ . Reglajul brut sau fin al frecvenței este asigurat de potențiometrele  $P_{x1}$  respectiv  $P_{x2}$ , pentru semnalul  $x$  și  $P_{y1}$  respectiv  $P_{y2}$  pentru semnalul  $Y$ . Potențometru;  $P_1$  oferă posibilitatea modificării amplitudinii semnalului  $X$ . Frecvențele celor două semnale se măsoară pe rând cu ajutorul frecvențmetrului digital care are la bază măsurarea impulsurilor într-un interval de timp dat 0,1S; 1S; 10S. Când comutatorul  $k_2$  se află în poziția  $X$  se măsoară frecvența semnalului  $X$ , iar când se află în poziția  $Y$  se măsoară frecvența semnalului  $Y$ .

#### 4. Modul de lucru

Se conectează aparatele, se reglează luminozitatea și focalizarea osciloscopului și se pune frecvențmetrul pe timpul de numărare de 1S. Se pun  $KI$  pe poziția NEMODULAT și TIMP/DIV pe poziția X-EXT pentru a elimina baza de timp a osciloscopului. Se alege o frecvență pentru semnalul  $X$ , de exemplu  $v_x=2000\text{Hz}$ . Se modifică frecvența  $v_y$  până când se obține o elipsă și se observă pozițiile prin care trece în mișcarea de rotație datorită variației defazajului în timp. Se urmărește stabilizarea orientării elipsei pentru a se putea număra tăieturile  $n_x$  și  $n_y$  pe direcțiile  $OX$  respectiv  $OY$ . În acest caz,  $\frac{n_x}{n_y} = 1$  și  $v_y = v_x$ . Pentru a

obține un cerc se modifică amplitudinea semnalului  $X$  din  $P_1$ . În continuare se variază frecvența  $v_y$ , fie în sens crescător, când  $v_y > v_x$  fie în sens descrescător când  $v_y < v_x$ ,

pentru a obține figurile Lissajous corespunzătoare rapoartelor  $\frac{n_x}{n_y} > 1$ , respectiv  $\frac{n_x}{n_y} < 1$ . Se

urmăresc și în acest caz pozițiile pe care le ocupă figurile Lissajous în rotație ca urmare a modificării diferenței de fază în timp.

#### 5. Prelucrarea datelor experimentale

Datele obținute pentru 10 figuri Lissajous se trec în tabelul de mai jos. Frecvențele  $\bar{v}_x$  și  $\bar{v}_y$  din tabel sunt frecvențele medii obținute în urma efectuării a 5 măsurători

experimentale. În continuare se va verifica raportul  $\frac{\bar{v}_y}{\bar{v}_x} = \frac{n_x}{n_y}$ .

| Nr. det. | Figura Lissajous obținută | $v_x$ (Hz) | $\bar{v}_x$ (Hz) | $v_y$ (Hz) | $\bar{v}_y$ (Hz) | $n_x$ | $n_y$ | $\frac{n_x}{n_y}$ | $\frac{\bar{v}_y}{\bar{v}_x}$ |
|----------|---------------------------|------------|------------------|------------|------------------|-------|-------|-------------------|-------------------------------|
| 1        |                           |            |                  |            |                  |       |       |                   |                               |
| 2        |                           |            |                  |            |                  |       |       |                   |                               |
|          |                           |            |                  |            |                  |       |       |                   |                               |
| 10.      |                           |            |                  |            |                  |       |       |                   |                               |