UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN BUCUREŞTI
DEPARTAMENTUL DE FIZICĂ

LABORATORUL DE OPTICĂ

BN 121

STUDIUL DISTRIBUȚIEI DUPĂ VITEZE A ELECTRONILOR ÎNTR-UN METAL

STUDIUL DISTRIBUȚIEI DUPĂ VITEZE A ELECTRONILOR ÎNTR-UN METAL

Scopul lucrării

Lucrarea are drept scop determinarea funciei de distribuție după viteze a electronilor dintr-un metal, precum şi obținerea unor rezultate de interes fizic – temperatura gazului electronic şi viteza cea mai probabilă a acestora din studiul emisiei termoelectronice, prin metoda magnetronului.

Teoria lucrării

Emisia termoelectronică este emisia de electroni datorată temperaturii ridicate a suprafeței unui corp (în general metal).

Un model simplu pentru comportarea electronilor într-un metal este modelul electronilor liberi, în care se consideră ca aceştia se mişcă într-o groapă de potențial de adâncime constanta W, astfel încât fără acțiunea unor factori externi electrobii nu pot părăsi metalul. Dacă energia cinetică a electronilor devine cel puțin egală cu **W** (numit şi **energia de extracți**), electronii vor părăsi metalul.

Din condiția: $\frac{mv^2}{2} \geq W$ (1) se găseşte viteza minimă (critică) a electronilor ce pot fi expulzați: $v_0 = \sqrt{\frac{2W}{m}}$ (2). Condiția (1) nu este însă suficientă, impunîndu-se, în plus condiția ca v sănu fie paralelă cu suprafața metalului.

Vom studia în continuare fenomenul de emisie termoelectrică, ținînd cont de considerente ale statisticii clasice. Ipoteza de baza a acestui studiu este aceea ca între limite suficient de largi de temperatură **electronii din metal alcătuiesc un gaz ce se supune statisticii Maxwell**.

Dacă în unitatea de volum a metalului se găseasc n_0 electroni, numărul dn' de electroni din unitatea de volum care au componentele vitezei $v(v_x, v_y, v_z)$, cuprinse în intervalele $(v_x, v_x + dv_x)$, $(v_y, v_y + dv_y)$, $(v_z, v_z + dv_z)$ este dat de relația:

$$dn' = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot n_0 \cdot e^{-\frac{m\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)}{2kT}} \cdot dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z \qquad (3)$$

unde T este temperatura absolută a gazului electronic, m este masa electronului $\left(m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}\right)$ iar k este constanta Boltzmann $\left(k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\text{J/K}\right)$.

Considerăm un sistem de coordonate carteziene a cărui axă Ox este perpendoculară pe suprafața emisivă. Numărul de electroni din unitatea de volum care au componenta pe direcția Ox a vitezei în intervalul de valori $\left(v_x, v_x + dv_x\right)$, indiferent de mărimea componentelor v_x şi v_z se obține integrând (3) după variabilele v_x şi v_z între limitele $-\infty$ şi $+\infty$:

$$dn_x = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot n_0 \cdot e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}} dv_y \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} dv_z . \tag{4}$$

Ştiind că $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$, se obține (practicându-se schimbarea de variabilă corespunzătoare):

$$dn_x = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot n_0 \cdot e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x . \tag{5}$$

Numărul de electroni cu viteza cuprinsă în intervalul de valori $\left(v_x, v_x + dv_x\right)$, care ajung în unitatea de timp la unitatea de suprafață normală pe Ox va fi:

$$dN' = \frac{dN}{\Delta t \cdot \Delta\sigma} = dn_x \cdot v_x = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot n_0 \cdot e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \cdot v_x dv_x . \tag{6}$$

(electronii care ajung la suprafața $\Delta\sigma$ în intervalul de timp Δt sunt cei aflați într-un cilindru drept, având aria bazei $\Delta\sigma$ şi înălțimea $v_x \cdot \Delta t$, deci $dN = v_x \cdot \Delta t \cdot \Delta\sigma \cdot dn_x$). Mărimea:

$$f\left(v_x\right) = \frac{dN'}{dv_x} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot n_0 \cdot e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \cdot v_x \tag{7}$$

constituie **funcția de distribuție a electronilor după viteze**.

Viteza v_p pentru care funcția $f\left(v_x\right)$ prezintă un maxim se numeşte **viteza cea mai probabilă** şi se poate calcula punându-se condiția de extrem $df\left(v_x\right)/dv_x = 0$. Dacă se fac calculele se obține:

$$v_{x_p} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}\,. \qquad (8)$$

Numărul total n de electroni emişi în unitatea de timp prin unitatea de suprafață normală pe Ox se obține prin integrarea relației (6) pentru toate vitezele superioare lui v_0 (viteza minimă a termoelectronilor, vezi relația (2)):

$$n = n_0 \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot \int_{v_0}^{\infty} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \cdot v_x \cdot dv_x = n_0\left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{mv_0^2}{2kT}} = n_0\left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{W}{kT}}\,. \qquad (9)$$

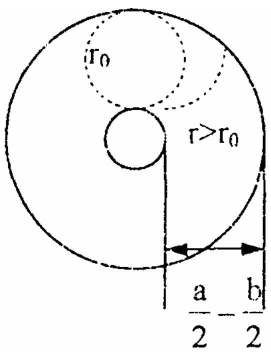
Intensitatea curentului total care străbate o suprafață oarecare S este numeric egală cu sarcina electrică totală ce străbate suprafața dată în unitatea de timp $(I = n \cdot e \cdot S)$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ este sarcina electronului. Prin urmare:

$$I = n_0\left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{W}{kT}} \cdot e \cdot S = I_0 \cdot e^{-\frac{W}{kT}}, \text{ cu } I_0 = n_0\left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2} \cdot e \cdot S \quad (10)$$

I_0 este **intensitatea curentului de saturație**.

Studiul experimental al fenomenului de emisie termoelectrică se poate realiza cu ajutorul unei diode cu filament (catod)) cilindric şi cu anod cilindric (de asemenea), coaxiali.

Pentru a selecta dintre electroni numai pe cei care au $v_x \geq v_0$, dioda se introduce într-un câmp magnetic, având vectorul inducție $\overline{B}$ paralel cu axa comună a celor doi cilindri; acest câmp magnetic este furnizat de o bobină alimentată la o sursă de curent continuu, ale carei spire „îmbracă” complet respectiva dioda. În aceste condiții, asupra fiecărui electron emis acționează o forță Lorentz $(F = e \cdot v_x \cdot B)$ care determină o traiectorie circulară a electronilor. Raza acestei traiectorii rezultă din condiția:



$$e \cdot v_x \cdot B = \frac{mv_x^2}{r} \quad (11) \qquad \Rightarrow r = \frac{m \cdot v_x}{e \cdot B} \quad (12)$$

Considerând că „a” este raza anodului, iar „b” este raza catodului (vezi figura alăturată), se observă că electronii vor ajunge la anod numai dacă:

$$r \geq \frac{a-b}{2}. \tag{13}$$

Deci raza minimă a traiectoriei trebuie să fie:

$$r_0 = \frac{a-b}{2} \tag{14}$$

care corespunde electronilor având viteza minimă:

$$v_0 = \frac{e \cdot B(a-b)}{2m} \tag{15}$$

(vor ajunge la anod electronii pentru care $v_x > v_0$). Dacă bobina este parcursă de curentul I_B şi are N spire pe o lungime înfăşurată egală cu l, modul vectorului inducție câmp magnetic este dat de relația:

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot I_B}{l} \quad \left(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{H/m}\right). \tag{16}$$

Se consideră $\mu = \mu_0 \quad (\mu_r = 1)$ deoarece capsula diodei este vidată.

Dacă se înlocuieşte relația (16) în relația (15) rezultă:

$$v_0 = \mu_0 \cdot \frac{e \cdot (a-b)}{2m} \cdot \frac{N}{l} \cdot I_B = \alpha \cdot I_B. \tag{17}$$

În condițiile montajului experimental utilizat pentru a efectua practic această lucrare, valoarea constantei α este:

$$\alpha = 2 \cdot 10^6\,\text{m/A} \cdot \text{s}. \tag{18}$$

Prin urmare, din toți electronii emişi de catod în unitatea de timp prin unitatea de suprafață, vor ajunge la anod numai cei pentru care $v_x > v_0$; curentul anodic va fi dat de o expresie similară cu (10), în care – însă - W trebuie înlocuit cu:

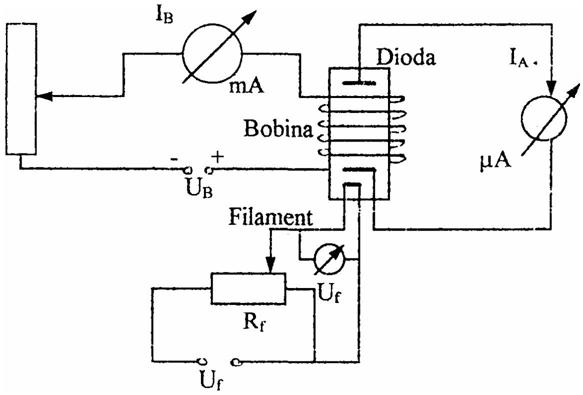
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m\alpha^2 \cdot I_B^2}{2} \Rightarrow I_A = I_0 \cdot e^{-\frac{m\alpha^2 \cdot I_B^2}{2kT}}. \tag{19}$$

Prin logaritmare, relația (19) devine:

$$\ln I_A = \ln I_0 - \frac{m\alpha^2}{2kT} \cdot I_B^2. \tag{20}$$

Din această relație, se observă faptul că reprezentarea grafică a dependenței dintre I_A şi I_B^2 este o dreaptă de pantă $\frac{m\alpha^2}{2kT} = \frac{1{,}319 \cdot 10^5\ \text{K/A}^2}{T}$, ceea ce permite aflarea temperaturii T a catodului.

Dispozitivul experimental



Montajul experimental contine o dioda introdusa într-o bobina (vezi figura).

Alimentarea filamentului se realizeaza cu sursa I 4103 stabilizata prin intermediul potentiometrului R_f - care permite variatia tensiunii de filament U_f, deci si a temperaturii T a catodului. Curentul anodic este masurat cu microampermetrul μA, iar circuitul bobinei cuprinde alimentatorul MULTISTAB 235, reostatul R_B prin intermediul caruia se variaza curentul I_B, ale carui valori sunt înregistrate de miliampermetrul mA.

Mod de lucru

1. Se alimenteaza circuitul filamentului (sursa I 4103), fixând tensiunea de alimentare $U_f = 5\text{V}$. Se asteapta 5 minute pentru stabilizarea regimului de emisie al catodului.

Curentul anodic se masoara cu μA pe scala de 7,5 μA sau 15 μA (initial se fixeaza pe scala 15 μA iar - daca este cazul - se comuta pe scala 7,5 μA).

2. Se alimenteaza sursa MULTISTAB 235, trecând comutatorul sau pe pozitia A. Tensiunea furnizata de aceasta sursa poate fi variata pe doua plaje (0 - 15 V si 15 - 30 V), selectându-se domeniul respectiv cu ajutorul comutatorului plasat sub voltmetrul propriu sursei.

Curentul prin bobina I_B se citeste pe miliampermetrul fixat pe scala 120 mA

3. Pentru U_f mentinut constant se modifica I_B si se înregistreaza I_A. Valorile citite pentru I_B si I_A se trec în tabel.

4. Se fac aceleasi citiri pentru (U_f = 6 V si pentru U_f = 7 V).

Prelucrarea datelor experimentale

1. Se trasează graficele $\ln I_A = f\left(I_B^2\right)$ pentru fiecare dintre cele trei valori ale lui U_f; conform relației (20) aceste grafice au forma unor drepte de pantă $\dfrac{m\alpha^2}{2kT}$.

   Determinând din grafice pantele celor trei drepte, se calculează temperaturile $T_{1,2,3}$ ale catodului pentru cele trei tensiuni de filament.

2. Cu ajutorul relației (8) se calculează viteza cea mai probabilă v_{x_p} a electronilor la aceste temperaturi.

		$U_f = 5\text{V}$			$U_f = 6\text{V}$			$U_f = 7\text{V}$		
I_B (mA) (scala 120 mA)	$I_B^2 \cdot 10^{-6}$ (A)	I_A (div)	$I_A \cdot 10^{-6}$ (mA)	$\ln I_A$	I_A (div)	$I_A \cdot 10^{-6}$ (mA)	$\ln I_A$	I_A (div)	$I_A \cdot 10^{-6}$ (mA)	$\ln I_A$
0										
10										
20										
30										
35										
40										
45										
50										
55										
60										
65										
70										
75										
80										
85										
90										
100										
110										
120										