RELAȚIILE LUI FRESNEL. POLARIZAREA PRIN REFLEXIE

1. Scopul lucrării.

Lucrarea are scopul de a determina experimental coeficienții de reflexie pentru lumina liniar polarizată în planul de incidență, respectiv perpendicular pe planul de incidență ca funcție de unghiul de incidență pe suprafața unei prisme din sticlă. Aceiaşi coeficienți sunt calculați utlizând formulele lui Fresnel în scopul comparării valorilor experimentale cu cele teoretice. De asemenea se determină indicele de refracție al prismei şi se compară cu valoarea dată de fabricant.

2. Teoria lucrării.

Lumina este o undă electromagnetică în care vectorii intensitate a câmpului electric $\vec{E}$ şi inducție a câmpului magnetic $\vec{B}$ oscilează în fază (în medii izotrope), perpendicular unul pe altul. Conform ecuațiilor Maxwell, între amplitudinile celor două câmpuri există relația:

$$\vec{B} = \frac{1}{\omega}\vec{k} \times \vec{E} \quad \left(B = \frac{1}{v} E \right) \tag{1}$$

unde ω este pulsația, v este viteza de propagare a luminii în mediu, iar $\vec{k}$ este vectorul de undă.

Energia transportată de undă este proporțională cu vectorului Umow-Poynting, vector a cărui direcție care coincide - în cazul mediilor izotrope - cu direcția vectorului de undă $\vec{k}$:

$$\vec{S} = E \times \vec{H} = \vec{E} \times \left[\frac{1}{\mu\omega}\vec{k} \times \vec{E} \right] = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left| \vec{E} \right|^2 \cdot \vec{1}_{\vec{k}} \tag{2}$$

unde $\vec{H}$ este intensitatea câmpului magnetic, ε şi μ sunt permitivitatea dielectrică, respectiv permeabilitatea magnetică a mediului prin care se propagă unda, iar $\vec{1}_{\vec{k}}$ este versorul ditecției de propagare.

Dacă lumina cade sub ungiul α pe o suprafață de separație a două medii transparente caracterizate de indicele de refracție relativ n, atunci o parte se reflectă şi o alta se transmite în celălalt mediu sub unghiul β.

În cele ce urmează vom nota cu indicii inferiori 0, r şi t vectorii incidenți, reflectați, respectiv transmişi la suprafața de separație dintre cele două medii. Cu indicii superiori $\perp$ respectiv II, vom desemna componentele perpendiculare, respectiv paralele cu planul de incidență ale vectorilor intensitate a câmpului electric ori inducție a câmpului magnetic.

Fie situația reprezentată grafic în figura 1 A) în care vectorul electric $\vec{E}_0^{\perp}$ oscilează perpendicular pe planul de incidență, vectorul inducție a câmpului magnetic $\vec{B}_0^{II}$ oscilând în planul de incidență (consecință a relației (1)). În acord cu legea de continuitate pentru coponentele tangențiale la suprafața de separație a celor două medii, avem:

$$\begin{cases} E_0^{\perp} + E_r^{\perp} = E_t^{\perp} \\ \left(B_0^{II} - B_r^{II} \right) \cos\alpha = B_t^{II} \cos\beta \end{cases} \tag{3}$$

Utilizând relații (1) şi (3) pentru eliminarea componentelor transmise ale vectorilor luminoşi, obținem:

$$\left(E_0^{\perp} - E_r^{\perp}\right)\cos\alpha = n\left(E_0^{\perp} + E_r^{\perp}\right)\cos\beta \qquad (4)$$

Definind coeficientul lui Fresnel pentru reflexia componentei perpendiculare a câmpului electric luminos $\zeta^{\perp} = \dfrac{E_r^{\perp}}{E_0^{\perp}}$ şi utilizând indicele de refracţie n din legea refracţiei $\sin\alpha = n\sin\beta$, obţinem după câteva calcule:

$$\zeta^{\perp} = \frac{E_r^{\perp}}{E_0^{\perp}} = \frac{\cos\alpha - n\cos\beta}{\cos\alpha + n\cos\beta} = -\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} \qquad (5)$$

Se observă că în cazul reflexiei pe un mediu mai dens din punct de vedere optic, când unghiul de refracţie β este mai mic decât unghiul de incidenţă α, reflexia se face cu schimbarea fazei cu π.

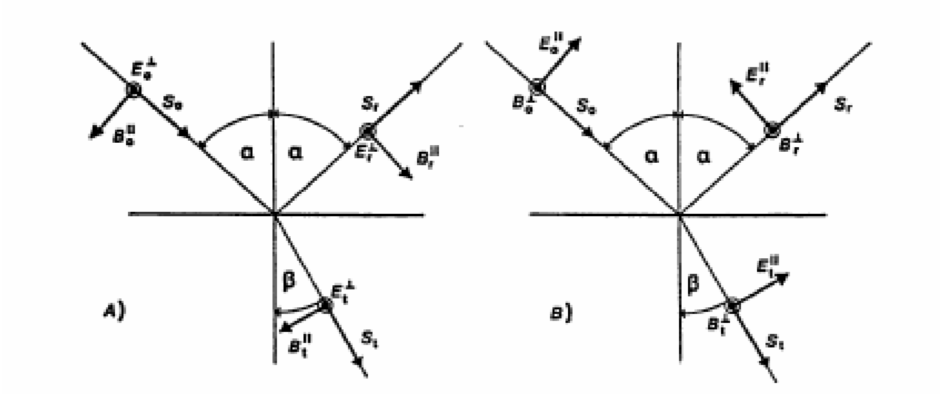

Fig. 1. Direcţia normală (A), respectiv paralelă (B) de oscilaţie a vectorului intensitate a câmpului electric faţa de planul de incidenţă.

În fig 1B) este aratată situaţia cu vectorul $\vec{E}_0^{II}$ oscilând paralel cu planul de incidentă. Găsim analog pentru continuitatea componentelor tangenţiale la suprafaţa de separaţie:

$$\begin{cases} B_0^{\perp} + B_r^{\perp} = B_t^{\perp} \\ \left(E_0^{II} - E_r^{II}\right)\cos\alpha = E_t^{II}\cos\beta \end{cases} \qquad (6)$$

şi utilizând relaţia (1) avem:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{v_1}\left(E_0^{II} + E_r^{II}\right) = \dfrac{1}{v_2}E_t^{II} \\ \left(E_0^{II} - E_r^{II}\right)\cos\alpha = E_t^{II}\cos\beta \end{cases} \qquad (7)$$

de unde

$$\left(E_0^{II} - E_r^{II}\right)\cos\alpha = \frac{1}{n}\left(E_0^{II} - E_r^{II}\right)\cos\beta \qquad (8)$$

cu $n = \dfrac{v_2}{v_1}$ indicele de refracţie relativ al celor două medii.

Din relaţia (8) obţinem similar cu (5) coeficientul Fresnel de reflexie a componentei parale cu planul de incidenţa:

$$\zeta^{II} = \frac{E_r^{II}}{E_0^{II}} = \frac{n\cos\alpha - \cos\beta}{n\cos\alpha + \cos\beta} = -\frac{tg(\alpha-\beta)}{tg(\alpha+\beta)} \qquad (9)$$

Formulele (5) şi (9) pot fi scrise eliminând unghiul de refracţie β din legea Snellius.

$$\zeta^{\perp} = \frac{E_r^{\perp}}{E_0^{\perp}} = -\frac{\left(\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\alpha\right)^2}{n^2 - 1} \tag{10}$$

$$\zeta^{II} = \frac{E_r^{II}}{E_0^{II}} = \frac{n^2\cos\alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{n^2\cos\alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \tag{11}$$

cu $\zeta^{\perp} \geq \zeta^{II}$ pentru orice unghi de incidentă cuprins între 0 şi $\pi / 2$.

Cazuri speciale:

a) pentru incidența normală ($\alpha = \beta = 0$):

$$\zeta^{\perp} = \zeta^{II} = \left|\frac{n-1}{n+1}\right| \tag{12}$$

b) pentru incidența razantă ($\alpha = \pi / 2$):

$$\zeta^{\perp} = \zeta^{II} = 1 \tag{13}$$

c) pentru cazul în care raza reflectată este perpendiculară pe cea refractată ($\alpha + \beta = \pi / 2$, v. Fig. 2), avem $tg(\alpha + \beta) = tg\,\frac{\pi}{2} \to \pm\infty$, şi formula (9) conduce la:

$$\zeta^{II} = 0 \tag{14}$$

a. î. în cazul în care se foloseşte lumină naturală (nepolarizată), lumina reflectată este total polarizată, cu vectorul $\vec{E}$ oscilând perpendicular pe planul de incidență.

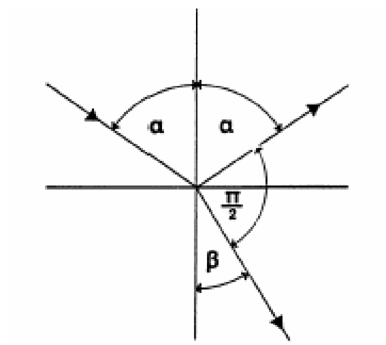

Fig. 2. Incidența brewsteriană.

Conform legii refracției, avem:

$$\sin\alpha = n\sin\beta = n\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = n\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad n = tg\alpha_p \tag{15}$$

Adică, există un unghi de incidență α_p, numit *unghiul lui Brewster* (sau unghi de polarizare), pentru care lumina reflectată se polarizează total.

3. Dispozitivul experimental.

Fotografia dispozitivul experimental este prezentată în fig. 3.

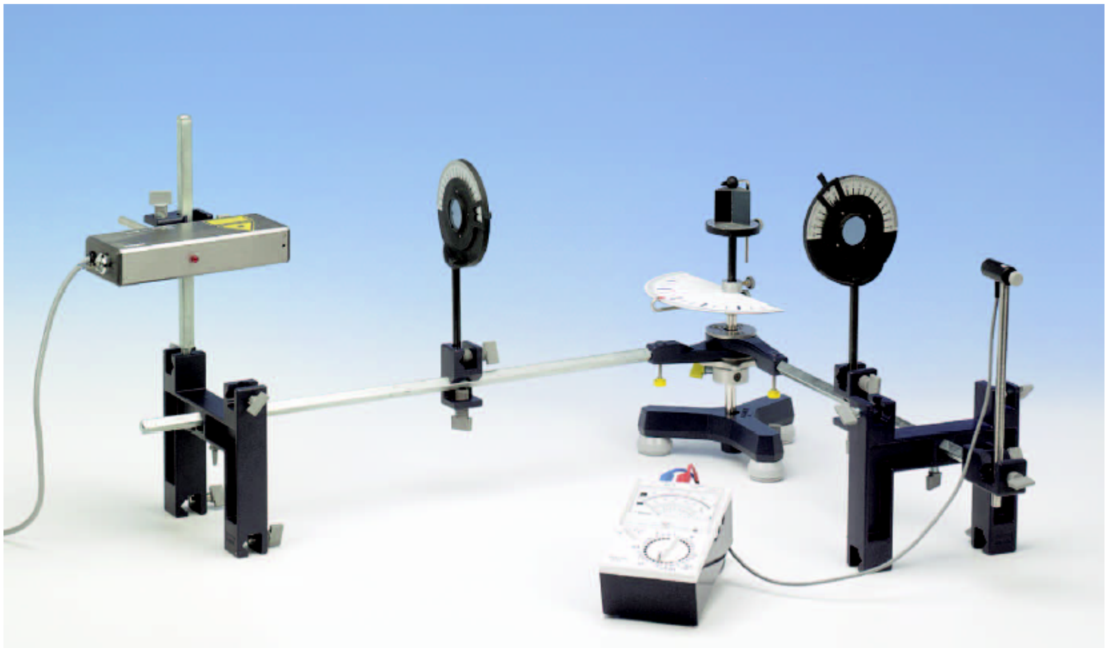

Fig. 3. Fotografia dispozitivului experimental pentru studiul relațiilor lui Fresnel pentru radiația reflectată.

Montajul experimental conține următoarele elemente componente:

- un laser cu He-Ne cu puterea de 1mW alimentat la 220V curent alternativ. Acest laser se poate monta cu ajutorul sistemelor de prindere în diverse poziții, astfel încât direcția de vibrație a câmpului electric să fie, după voie, în planul de incidență sau perpendiculară pe planul de incidență.

- o prismă triungiulară regulată cu unghi de 60^o şi înălțime de 36.4 mm, confecționată din sticlă al cărui indice de refracție (față de aer) este $n = 1.63$. Prisma este prevazută cu o măsuță cu suport de prindere;

- un suport radial articulat;

- două filtre dicroice folosite pe post de polarizor, respectiv analizor (pentru cazul în care se lucrează cu sursă clasică de lumină);

- un fotoelement optic ce transformă semnalul luminmos într-un semnal electric;

- un multimetru cu amplificator;

- protractor scale with pointer; raportor cu indicator;

- suporți şi conectori de legătură, sisteme de prindere.

3. Modul de lucru.

3.1. *Alinierea optică.*

- raza laser trebuie direcționată către centrul măsutei suport a prismei în scopul găsirii poziției de zero;

- celula fotoelectrică se aduce în interiorul fascicolului laser, având ampermetrul fixat pe scala de 300 μA;
- se roteşte raportorul de aşa manieră încât se defineşte unghiul de incidență egal cu zero;
- se fixează prisma a. î. raza reflectată să meargă pe direcția razei incidente (incidența normală);

3.2. ***Măsurători experimentale***

- se lasă laserul să funcționeze aproximativ 15 minute pentru a intra în regimul staționar de funcționare;

a) *Lumina polarizată în planul de incidență*.

- se fixează laserul a.î. raza laser să fie polarizată în planul de incidență, şi se determină curentul i_0^{II} arătat de multimetru, prin introducerea fotocelulei în fascicolul laser;

- se variază unghiul de incidență din 5 în 5 grade prin rotirea suportului radial articulat, având grijă ca în apropierea incidenței brewsteriene, pasul să fie îndesit până la 1 grad (..., 50, 52.5, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 62.5, 65, 70, ...); Fotocelula este poziționată de fiecare dată pentru a obține un curent maxim ce va permite determinarea intensității luminii reflectate i_r^{II};

- rezultatele se trec în coloana a II - a a Tabelului I.

b) *Lumina polarizată perpendicular pe planul de incidență*.

- se roteşte laserul cu 90 grade folosind suporții de prindere din dotare, astfel încât direcția de oscilație să fie perpendiculară pe planul de incidență;

- se determină valoarea curentului $i_0^{\perp}$ (analog cu punctul a));

- se variază unghiul de incidență din 5 în 5 grade notându-se intensitățile curentului prin fotocelulă;

- rezultatele se trec în coloana a II - a a Tabelului II.

Tabelul I.

	$i_0^{II} = (\mu A)$		
$\alpha(^0)$	$i_r^{II}(\mu A)$	$\zeta^{II} = \sqrt{\dfrac{i_r^{II}}{i_0^{II}}}$	$\zeta_{teoretic}^{II}$
10			
15			
20			
25			
30			
35			
40			
45			
50			
52.5			
55			
56			
57			
58			
59			
60			
62.5			
65			
70			
75			
80			
85			

Tabelul II.

	$i_0^{\perp} = (\mu A)$		
$\alpha\left({}^{0}\right)$	$i_r^{II}(\mu A)$	$\zeta^{\perp} = \sqrt{\frac{i_r^{\perp}}{i_0^{\perp}}}$	$\zeta_{teoretic}^{\perp}$
10			
15			
20			
25			
30			
35			
40			
45			
50			
52.5			
55			
56			
57			
58			
59			
60			
62.5			
65			
70			
75			
80			
85			

4. Prelucrarea datelor experimentale.

- se completează coloanele a III -a şi a IV-a ale Tabelului I, calculând valoarea experimentală şi teoretică a lui ζ^{II}. Valoarea experimentală a lui ζ^{II} se calculează ţinând cont că intensitatea curentului prin fotocelulă este proporțională cu intensitatea luminii reflectate, adică cu pătratul amplitudinii, $\zeta^{II} = \sqrt{\frac{i_r^{II}}{i_0^{II}}}$. Valoarea teoretică a coeficientului Fresnel $\zeta_{teoretic}^{II}$ pentru un indice de refracție al prismei $n = 1.63$, se calculează utilizând formula (11);
- utilizând datele din Tabelul I se reprezintă grafic dependența $\zeta^{II} = f(\alpha)$;
- pe acelaşi grafic se reprezintă prin linie punctată dependența teoretică $\zeta_{teoretic}^{II} = f(\alpha)$
- se completează coloanele III şi IV $\zeta_{teoretic}^{II}$ ale Tabelului II, calculând valoarea experimentală şi teoretică a lui $\zeta^{\perp}$. Valoarea teoretică a coeficientului Fresnel $\zeta_{teoretic}^{\perp}$ pentru un indice de refracție al prismei $n = 1.63$, se calculeaza utilizând formula (10);
- utilizând datele din Tabelul II se reprezintă grafic dependentă $\zeta^{\perp} = g(\alpha)$;
- pe acelaşi grafic se reprezintă prin linie punctată dependența teoretică $\zeta_{teoretic}^{\perp} = g(\alpha)$
- se verifică concordanța dintre curbele teoretice cu cele determinate experimental;

- din extrapolarea curbelor experimentale pâna la intersecția cu axa Oy (corespunzătorii lui $\alpha = 0)$, se obține valoarea experimentală a indicelui de refracție, prin utilizarea relației (12), adică:

$$n_{\exp} = \frac{1+\zeta^{\perp, II\ extrapolat}}{1-\zeta^{\perp, II\ extrapolat}} \tag{16}$$

- se determină unghiul de incidență α_p din grafic, unghi pentru care coeficientul Fresnel ζ^{II} este minim şi se calculează indicele de refracție al prismei folosid legea Brewster:

$$n^{calculat} = tg\alpha_p \tag{17}$$

5. Intrebări.

1. Ce înțelegeți prin incidență brewsteriană?
2. Care sunt stările de polarizare a razei reflectate şi a razei transmise dacă raza de lumină nepolarizată cade pe o lamă transparentă la unghiul Brewster?
3. Care este unghiul de incidență pe suprafată unei lame transparente cu indice de refracție $n = \sqrt{3}$ a.î. lumina reflectată să fie total polarizată?
4. Arătați că au loc egalitățile

$$\zeta^{\perp} = \frac{E_r^{\perp}}{E_0^{\perp}} = \sqrt{\frac{i_r^{\perp}}{i_0^{\perp}}}\,; \qquad \zeta^{II} = \frac{E_r^{II}}{E_0^{II}} = \sqrt{\frac{i_r^{II}}{i_0^{II}}}$$

5. Enunțați şi descrieți două metode de determinare experimentală a indicelui de refracție al unui mediu transparent optic.