

UTILIZAREA OSCILATORULUI FLAMMERSFELD PENTRU DETERMINAREA EXPONENTULUI ADIABATIC AL GAZELOR

1. Scopul lucrării

Scopul acestei lucrări este determinarea exponentului adiabatic al aerului folosind oscilatorul Flammersfeld. Perioada sa de oscilație depinde de exponentul adiabatic al gazului din interiorul oscilatorului.

Utilizând tuburi cu diferite gaze comprimate (azot, dioxid de carbon, argon), se poate determina exponentul adiabatic al altor gaze ideale sau cu comportare apropiată de cea a gazelor ideale.

2. Teoria lucrării

Una dintre cele mai importante mărimi fizice care descriu schimbul de căldură dintre un sistem termodinamic și mediul extern este *căldura molară*. Aceasta reprezintă cantitatea de căldură necesară unui mol din acea substanță pentru a-și crește temperatura cu 1 K. Pentru substanțele solide sau lichide nu este atât de important dacă schimbul de energie cu mediul extern are loc la presiune sau la volum constant, deoarece acestea se dilată sau se comprimă foarte puțin. Însă pentru gaze este esențial dacă suferă un proces izocor sau izobar, definindu-se astfel *căldura molară izocoră* (la volum constant), C_v și *căldura molară izobară* (la presiune constantă), C_p .

Prin definiție, *exponentul adiabatic* al unui gaz este

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}. \quad (1)$$

Pentru gazul ideal, între cele două călduri molare există relația Robert Mayer

$$C_p = C_v + R, \quad (2)$$

unde $R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ este constanta molară (universală) a gazelor.

Căldurile molare ale unui gaz ideal depind de tipul moleculelor din care este constituit acesta:

$$C_v = \frac{i}{2}R \text{ și} \quad (3)$$

$$C_p = \frac{i+2}{2}R, \quad (4)$$

unde i este numărul de grade de libertate ale unei molecule de gaz ideal. Acest rezultat este obținut din teoria cinetică a gazelor. Astfel, rezultă

$$\gamma = \frac{i+2}{i}. \quad (5)$$

Pentru gazele ideale monoatomice, $i = 3$, $\gamma = \frac{5}{3} \cong 1,67$, pentru cele diatomice, $i = 5$, $\gamma = \frac{7}{5} = 1,40$, pentru cele triatomice, $i = 6$, $\gamma = \frac{4}{3} \cong 1,33$, etc.

În cazul gazelor reale, expresia exponentului adiabatic γ este mai complicată fiind dependentă de ecuația termică de stare a gazului respectiv.

Determinarea exponentului adiabatic al gazelor este foarte importantă deoarece intervine în probleme legate de schimbul energetic cu mediul extern, propagarea sunetului în gaze la viteze sonice, calculul vitezei de propagare a sunetului prin gaze, curgerea gazelor la viteze supersonice, etc.

Dacă un corp de masă m efectuează o mișcare oscilatorie cu elongația x în interiorul unui tub de rază r (aproximativ egală cu raza oscilatorului), atunci presiunea din interior variază cu Δp față de cea din poziția de echilibru, iar din principiul fundamental al dinamicii rezultă:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \pi r^2 \Delta p . \quad (7)$$

Presiunea din interiorul tubului este

$$p = p_0 + \frac{mg}{\pi r^2} , \quad (8)$$

unde g este accelerația gravitațională, iar p_0 este presiunea atmosferică.

Deoarece oscilațiile se produc destul de rapid, putem considera că gazul din vas suferă un proces adiabatic descris de ecuația lui Poisson,

$$pV^\gamma = \text{const.} , \quad (9)$$

unde V este volumul vasului.

Prin diferențierea ecuației transformării adiabaticice (9), se obține

$$\Delta p = - \frac{\gamma p \Delta V}{V} . \quad (10)$$

Introducând relația (10) în ecuația (7) și observând că $\Delta V = \pi r^2 x$, se obține:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\gamma \pi^2 r^4 p}{mV} x = 0 . \quad (11)$$

Ecuația (11) este bine-cunoscuta ecuație diferențială a oscilatorului liniar armonic neamortizat:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 , \quad (12)$$

deci pulsația mișcării oscilatorii este

$$\omega = \sqrt{\frac{\gamma \pi^2 r^4 p}{mV}} . \quad (13)$$

Deoarece $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$, atunci perioada mișcării oscilatorii are expresia

$$T = \sqrt{\frac{4Vm}{\gamma p r^4}} , \quad (14)$$

de unde se obține expresia exponentului adiabatic

$$\gamma = \frac{4mV}{T^2 p r^4} . \quad (15)$$

Pentru a menține o oscilație stabilă, neamortizată, gazul ce iese prin spațiul dintre tubul de sticlă și oscilator este readus în sistem printr-un tub. În al doilea rând, există o

mică deschidere (fantă) în centrul tubului calibrat din sticlă în interiorul căruia oscilează corpul. Oscilatorul poate fi inițial poziționat sub această deschidere. Gazul care circulă înapoi în sistem produce o mică diferență de presiune și acest lucru forțează oscilatorul să urce. Atunci când oscilatorul a trecut deasupra acestei deschideri, excesul de presiune este evacuat, oscilatorul coboară și procesul se repetă. În acest fel, oscilația liberă este suprapusă peste o mică excitare în fază cu aceasta.

3. Dispozitivul experimental

Dispozitivul experimental este alcătuit dintr-un oscilator Flammersfeld, care constă într-un vas din sticlă (4) în care este introdus un tub calibrat (5) în care oscilează un corp cilindric din material plastic. Tubul calibrat este prevăzut cu un mic orificiu ce permite aerului să iasă din oscilator. Pe tubul calibrat sunt trasate două perechi de inele, care au rolul de a poziționa centrul mișcării oscilatorii (poziția de echilibru) și raza de lumină folosită de bariera optică. În vasul de aprovizionare cu aer a oscilatorului (4) se poate introduce un tub de sticlă umplut cu vată de bumbac pentru a absorbi umiditatea.

Pentru introducerea aerului în vas este folosită o pompă de mici dimensiuni (1). Pompa introduce aerul într-un vas de aspirare din sticlă (2) aflat între oscilatorul cu gaz și pompă și care are rolul unui vas tampon. Această vas de aspirare are o valvă de control (3) ce permite variația debitului de aer care intră în vasul (4).



Pentru măsurarea numărului de oscilații se folosește o barieră optică (6) plasată în dreptul tubului calibrat în care se efectuează mișcarea oscilatorie. Presiunea atmosferică se măsoară cu ajutorul unui barometru, iar timpul în care se efectuează un număr de oscilații complete cu ajutorul unui cronometru (7).

4. Modul de lucru

Dacă experimentul va fi făcut în aer, presiunea care este necesară va fi generată cu o pompă de mici dimensiuni. Plasați o sticlă de aspirare între oscilatorul cu gaz și pompă

ce va avea rolul unui tampon și introduceți un tub de sticlă umplut cu vată de bumbac în tubul de aprovizionare al oscilatorului pentru a absorbi umiditatea. Curățați foarte bine tubul din sticlă calibrat (eliminând praful) cu alcool, montați-l vertical și introduceți în el oscilatorul.

Aceste activități se efectuează, dacă sunt necesare, doar sub supravegherea cadrului didactic!

Aliniați raza de lumină a barierei optice astfel încât să treacă printre cele două inele superioare ale tubului calibrat. Limita de declanșare a barierei luminoase este setată după pornire în mod automat prin apăsarea butonului **RESET**. Selectați modul de operare **COUNT** pentru a determina numărul n de oscilații complete ale oscilatorului. Cu ajutorul valvei de control a aspiratorului stabiliți un debit de gaz astfel încât oscilatorul să efectueze oscilații simetrice deasupra fantei, puțin deasupra și dedesubtul inelelor extreme trasate pe tubul calibrat. Aceste inelele trasate pe tubul calibrat sunt folosite ca ghidaj pentru acest scop. Dacă centrul de oscilație este în mod clar deasupra fantei și oscilația se oprește atunci când presiunea gazului este redusă puțin, atunci cu siguranță există particule de praf în sistem și tubul de sticlă trebuie curățat.

Observație: Mișcarea cilindrului din material plastic (oscilatorului) în tubul de sticlă poate produce încărcare electrostatică, lucru care alterează citirile. Acest efect poate fi evitat prin aplicarea unui strat fin de grafit pe oscilator. Cea mai simplă metodă pentru a face asta este să aplicați grafit cu ajutorul unui creion moale pe suprafața oscilatorului. De asemenea se poate trata tubul din sticlă cu un agent antistatic, de exemplu o soluție de clorură de calciu 3%.

Această operațiune se realizează periodic doar de către cadrul didactic!

Cu ajutorul barometrului, se măsoară presiunea atmosferică iar cu ajutorul relației (8) se calculează presiunea de echilibru din interiorul oscilatorului, considerând că $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Folosind micrometrul din dotare ar trebui să se măsoare diametrul cilindrului din material plastic (oscilatorului), dar acest lucru ar conduce la posibile accidente (spargerea tubului calibrat și impurificarea suprafeței acestuia cu grăsimi și praf). Pentru a preveni acest lucru, studenții vor măsura de 10 ori diametrul unui corp cilindric, care are dimensiunile aproape identice cu cele ale oscilatorului. Apoi vor determina valoarea medie și abaterea pătratică medie a razei oscilatorului, cu relațiile cunoscute.

Se măsoară de 10 ori timpul în care oscilatorul efectuează minim 200 de oscilații complete, cu ajutorul cronometrului. Numărul oscilațiilor complete se determină cu ajutorul barierei optice.

Important: Oscilatorul este o piesă de precizie și trebuie să fie manipulat cu grijă. Introduceți oscilatorul în tubul de sticlă doar după ce ați asigurat un debit de gaz și plasați mâna ușor deasupra capătului deschis al tubului până când este obținută o amplitudine constantă, pentru a preveni scăparea oscilatorului din tub. Dacă oscilatorul se blochează în partea inferioară a tubului scoateți tubul de sticlă și deblocați cu grijă oscilatorul cu ajutorul capătului neascuțit al unui creion.

5. Prelucrarea datelor experimentale

Cu ajutorul datelor experimentale măsurate se completează tabelul următor:

Nr. crt.	Numărul de oscilații, n	Timpul, t , (s)	Perioada de oscilație, T , (s)

Perioada de oscilație (timpul în care se efectuează o oscilație completă) are relația evidentă:

$$T = \frac{t}{n}. \quad (16)$$

Cu ajutorul datelor din tabel, se calculează perioada medie de oscilație, $\bar{T}$, și

$$\text{abaterea pătratică medie a acesteia, } \sigma_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2}{N(N-1)}}.$$

Folosind relația (14) se calculează valoarea medie și abaterea pătratică medie a exponentului adiabatic, folosind metoda propagării erorilor:

$$\bar{\gamma} = \frac{4mV}{\bar{T}^2 p \bar{r}^4}, \quad (17)$$

$$\sigma_{\bar{\gamma}} = \bar{\gamma} \sqrt{\frac{4\sigma_{\bar{T}}^2}{\bar{T}^2} + \frac{16\sigma_{\bar{r}}^2}{\bar{r}^2}} \quad (18)$$

și eroarea sa relativă

$$\varepsilon_{\gamma} = \frac{\sigma_{\bar{\gamma}}}{\bar{\gamma}}. \quad (19)$$

Pentru calculul exponentului adiabatic se vor folosi următoarele valori:

$$m = 4,59 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, \quad V = 1,24 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

6. Întrebări

1. Ce reprezintă numărul gradelor de libertate al unui sistem? Dați exemple.
2. Explicați de ce o moleculă de gaz ideal monoatomic are 3 grade de libertate, iar una diatomică 5 grade de libertate.
3. În cazul unui gaz ideal format dintr-un amestec echimolar de gaze ideale monoatomice și diatomice, calculați căldurile sale molare izocoră și izobară, precum și exponentul său adiabatic.
4. Explicați modul de determinare al exponentului adiabatic al aerului cu ajutorul oscilatorului Flammersfeld.
5. Folosind metoda propagării erorilor, determinați expresia abaterii pătratice medii a exponentului adiabatic (18).
6. Prezentați principalele surse de erori.