

**UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN BUCUREȘTI
DEPARTAMENTUL DE FIZICĂ**

LABORATORUL DE TERMODINAMICĂ ȘI FIZICĂ STATISTICĂ

BN 119

**STUDIUL PROPAGĂRII CĂLDURII
PRINTR-UN METAL**

2005

STUDIUL PROPAGĂRII CĂLDURII PRINTR-UN METAL

1.Scopul lucrării este determinarea coeficientului de difuzie termică al unui metal prin metoda Angström.

2.Teoria lucrării

Fie un sistem termodinamic care se află în contact cu două termostate, T_1 și T_2 ($T_2 < T_1$). În sistem va avea loc transferul căldurii de la termostatul cu temperatură mai ridicată la cel cu temperatură mai coborâtă. Mai mult, orice perturbare locală a temperaturii într-o regiune a unui mediu va determina un transfer **irreversibil** de căldură în întregul mediu.

Caracterizând acest transfer prin valoarea locală $T(x, y, z, t)$ a temperaturii, fenomenul poate fi descris în termenii teoriei undelor. Pentru medii ideale, ecuația satisfăcută de funcția $T(x, y, z, t)$ este ecuația transmisiei energiei termice:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

unde D se numește *coeficientul de difuzie termică* al mediului și se poate exprima în funcție de densitatea mediului ρ , de căldura specifică c și de conductivitatea termică λ :

$$D = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (2)$$

În cazul particular al unui corp de forma unei bare foarte lungi, de secțiune mică, transferul de căldură are loc numai după o singură direcție; alegând această direcție ca axă Ox , ecuația (1) devine:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

care se poate rezolva în condiții la limită temporale și spațiale date.

Să presupunem că la unul din capetele barei ($x = 0$) se produce o variație periodică cu perioada θ a temperaturii; în orice punct al barei, temperatura variază periodic dar amortizat, astfel încât, după un timp suficient de mare, temperatura medie din fiecare punct rămâne constantă în timp. În aceste condiții se poate arăta (vezi Anexa) că:

$$D = \frac{v_1^2}{2\omega} = \frac{v_1^2 \theta}{4\pi} \quad (4)$$

unde v_1 este viteza de fază a undei calorice fundamentale (parametru explicat în Anexă).

Se constată astfel că, dacă se cunoaște perioada θ a perturbației și se determină experimental viteza de fază a undei calorice fundamentale, se poate calcula coeficientul de difuzie termică D .

3. Metoda lucrării

Pentru determinarea vitezei de fază a undei fundamentale se folosește metoda lui Angström, care constă în măsurarea temperaturii unei bare în diferite puncte x_i ale acesteia, în cursul variației periodice a temperaturii barei la unul din capete. Graficul funcției $T_i = f(t)$ prezintă maxime și minime; pentru două puncte x_i și x_{i+1} maximul de același ordin se obține la două momente diferite, t și t' astfel încât, aproximând viteza de fază cu viteza de deplasare a acestui maxim, obținem:

$$v = \frac{x_{i+1} - x_i}{t' - t}$$

cu ajutorul căreia, folosind relația (4) se obține D .

4. Dispozitivul experimental (fig.1) constă dintr-o bară de cupru AB cu lungimea de aproximativ 1,5 m, montată pe un suport și învelită într-un manșon izolator M, care reduce pierderile prin suprafața laterală a barei. La capătul A al barei se află cuptorul C, care permite încălzirea barei și un manșon M_1 prin care circulă apă pentru răcire.

La capătul B al barei este montat un alt manșon M_2 , prin care trece permanent apă, în scopul menținerii unei temperaturi constante.

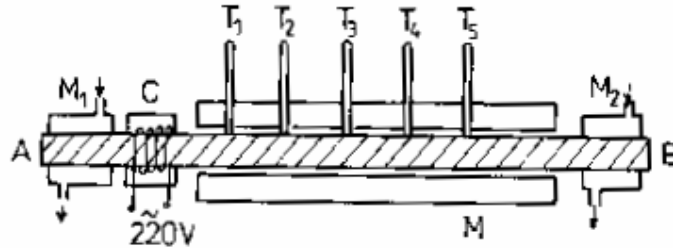


Fig. 1

Măsurarea temperaturii se face cu ajutorul a cinci termometre montate de-a lungul barei. Cuptorul se alimentează de la rețeaua de 220V curent alternativ, iar apa din cele două manșoane este adusă de la două robinete prin furtune de cauciuc.

5. Modul de lucru

Variația periodică a temperaturii la capătul A al barei se realizează încălzind și răcind bara, (cu ajutorul cuptorului C, respectiv circulației de apă prin manșonul M_1) pe intervale de timp egale.

- se citește temperatura la cele cinci termometre și se notează pe prima linie a Tabelului 1.

Tabelul 1

$T(^{\circ}C)$	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
t (min)					
0					
1					
2					
.					

- se dă drumul apei prin manșonul M_2 (cu debit mic) și se lasă să circule prin el tot timpul măsurătorilor.

Încălzirea I (12 minute).

- se introduce cuptorul în priză; momentul pornirii sale (cu întrerupătorul pe poziția P) se consideră ca moment initial $t = 0$.

- se notează temperaturile indicate de termometre din minut în minut și se trec în Tabelul 1 (minutele 1-12).

Răcirea I (12 minute)

- după trecerea celor 12 minute de încălzire se oprește cuptorul (prin comutarea întrerupătorului pe poziția O) și simultan se dă drumul apei de răcire prin manșonul M_1

- se citește și se notează în continuare din minut în minut temperatura la fiecare termometru (minutele 13-24).

- după cele 24 de minute cât a durat primul ciclu încălzire-răcire, se oprește apa prin manșonul M_1 , pornindu-se din nou cuptorul; încălzirea a II-a se face pe durata minutelor 25-36,

urmând răcirea a II-a (minutele 37-48), încălzirea a III-a (minutele 49-60) și răcirea a III-a (minutele 61-72).

Se trec temperaturile termometrelor în continuare pe liniile corespunzătoare ale Tabelului 1.

Trecerile între încălziri și răciri se fac foarte repede, fără întreruperea cronometrului. La sfârșitul celor 72 de minute de lucru, apa în manșonul M_1 rămâne în circulație, pentru readucerea întregii bare la aceeași temperatură.

6. Prelucrarea datelor experimentale

- se reprezintă pe același grafic cele cinci curbe $T_i = f(t)$, ($i = 1, \dots, 5$) pe durata celor trei cicluri încălzire-răcire .

- din grafice se determină momentele $t_i^{(k)}$ la care fiecare termometru a atins cele trei maxime ($k = I, II, III$), rezultatele trecându-se în Tabelul 2.

Tabelul 2

Termometrul		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
x (cm)		0	10	20	25	30
T	t^I (min)					
	t^{II} (min)					
	t^{III} (min)					

În Tabelul 2, x reprezintă distanțele în centimetri ale termometrelor 2-5 față de primul termometru.

Se observă că, în lungul unei linii din tabelul 2 se găsesc momentele la care maximul de un anumit ordin "ajunge" în diverse puncte x_i ale barei, iar în lungul unei coloane se obțin momentele la care, într-un punct x_i se succed maximele unei termice.

- se trasează graficul momentelor t^I (la care se realizează maximul I) în funcție de distanțele x ale termometrelor, $t^I = f(x)$. Se obține o dreaptă a cărei pantă

$$m^I = \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

este inversa vitezei de propagare a maximului I în lungul barei

$$v^I = \frac{1}{m^I}$$

pe același grafic se reprezintă $t^{II}(x)$ și $t^{III}(x)$, corespunzătoare celorlalte două maxime de temperatură, obținându-se alte două drepte, din ale căror pante se obțin vitezele v^{II} și v^{III} .

Valoarea medie a celor trei viteze se introduce în relația (13) obținându-se coeficientul de difuzie termică al barei de cupru.

Referatul va conține, pe lângă un rezumat al teoriei, cele două tabele 1 și 2, cele două grafice și calculele efectuate în vederea obținerii lui D . De asemenea, este **obligatoriu** să se răspundă la întrebările de mai jos.

7. Întrebări

1. Ce dimensiuni are coeficientul de difuzie termică D ?
2. De ce credeți că a fost ales un timp de 12 minute pentru un ciclu de încălzire sau răcire ? De ce nu a fost aleasă o altă valoare particulară pentru acest timp ?
3. Specificați care sunt cele două termostate menționate în introducerea teoretică, pe instalația reală.

ANEXĂ

Pentru cei care vor să aprofundeze teoretic propagarea căldurii prin bara metalică, am considerat util să prezentăm mai jos calculele detaliate care conduc la relația (4).

Conform teoremei Fourier, orice variație periodică a unei funcții poate fi descrisă ca o sumă de oscilații armonice, astfel că temperatura în $x = 0$ se poate scrie:

$$T(0, t) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} T_n \sin(n\omega t + \gamma_n) \quad (\text{A1})$$

în care n este un număr natural, iar

$$\omega = \frac{2\pi}{\theta} \quad (\text{A2})$$

O soluție a ecuației (3), care satisface condiția la limită (A1) și e finită la $x \rightarrow \infty$ va fi:

$$T(x, t) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} T_n e^{-\alpha_n x} \sin(n\omega t + \beta_n x + \gamma_n) \quad (\text{A3})$$

cu α_n real, pozitiv și nenul.

Fiecare termen al soluției (A3) reprezintă o undă termică de pulsație $n\omega$, a cărei amplitudine $T_n e^{-\alpha_n x}$ scade exponențial cu distanța x .

Introducând (A3) în (3) și identificând coeficienții termenilor în sinus, respectiv în cosinus, se obțin relațiile:

$$\alpha_n^2 = \beta_n^2 \quad (\text{A4})$$

$$-2D\alpha_n\beta_n = n\omega$$

Deoarece $D > 0$, rezultă că $\beta_n = -\alpha_n$, obținând în final:

$$D = \frac{n\omega}{2\alpha_n^2} \quad (\text{A5})$$

Faza armonice de ordin n este:

$$\varphi_n(x, t) = n\omega t - \alpha_n x + \gamma_n \quad (\text{A6})$$

iar ecuația suprafețelor echifază (pe care faza armonice de ordin n este constantă):

$$n\omega t - \alpha_n x + \gamma_n = \text{const.} \quad (\text{A7})$$

Prin derivarea în raport cu timpul a ecuației (A7) se obține viteza de fază a armonicei n :

$$v_n = \frac{dx}{dt} = \frac{n\omega}{\alpha_n} \quad (\text{A8})$$

Din relația (A5) se obține :

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{n\omega}{2D}} \quad (\text{A9})$$

Se observă că α_n crește cu creșterea lui n , deci armonicele cu frecvențe mari se atenuează mai puternic, importanța lor practică fiind limitată; la o anumită distanță, în bară se va propaga doar oscilația fundamentală, de frecvență ω . Din relațiile (A8) și (A9), pentru $n = 1$ se obține:

$$D = \frac{v_1^2}{2\omega} = \frac{v_1^2 \theta}{4\pi}, \text{ care este relația (4) de la pag. 1.}$$