UNIVERSITATEA "POLITEHNICĂ" DIN BUCUREŞTI

DEPARTAMENTUL DE FIZICĂ

DETERMINAREA CONSTANTEI RYDBERG

1. Scopul lucrării

Determinarea constantei implicate în seriile spectrale ale atomilor hidrogenoizi.

2. Teoria lucrării

Atomii fiecărui element chimic emit, atunci când sunt excitaţi (de exemplu într-o descărcare în gaz), un spectru optic caracteristic de radiaţii, astfel că fiecare element poate fi identificat după spectrul său. Aceasta este esenţa analizei spectrale calitative. De asemenea, atomii pot fi excitaţi prin absorbţie de radiaţie, spectrul de absorbţie fiind identic cu cel de emisie. Spectrele elementelor chimice sunt cu atât mai complicate, cu cât numărul lor de ordine Z este mai mare. Spectrele optice ale atomilor sunt datorate electronilor optici, adică electronilor ce se găsesc pe orbita periferică.

Spectroscopiştii experimentatori au stabilit că toate liniile din diferitele serii spectrale ale atomului de hidrogen pot fi descrise printr-o relaţie generală care dă lungimea de undă a liniilor spectrale /1-4/:

$$\tilde{\nu}_{mn} = \frac{1}{\lambda_{mn}} = T(m) - T(n) = \frac{R_H}{m^2} - \frac{R_H}{n^2} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \tag{1}$$

unde n şi m sunt numere întregi, T(m) şi T(n) sunt termeni spectrali, iar R_H este constanta Rydberg. $\tilde{\nu}_{mn}$ este numărul de undă (cunoscut şi ca frecvenţă spaţială), definit ca inversul lungimii de undă λ_{mn}. Relaţia (1) este formularea matematică a principiului de combinare Rydberg-Ritz : toate frecvenţele (sau numerele de undă) ale atomului de hidrogen pot fi scrise ca diferenţa a doi termeni spectrali iar dacă există în spectru frecvenţele (spaţiale) $\tilde{\nu}_{mk}$ şi $\tilde{\nu}_{nk}$, atunci există de asemenea diferenţa lor $\tilde{\nu}_{mn}$.

Explicarea liniilor spectrale ale atomului de hidrogen a constituit o verificare de succes a teoriei atomului de hidrogen, dată de Niels Bohr în 1913 (şi pentru care a primit premiul Nobel pentru fizică în 1922). Bohr afirmă că nu există decât anumite orbite permise pentru electron, corespunzătoare unor stări staţionare.

Astfel, el emite următoarele postulate:

I. Atomul se poate afla într-un şir discret de stări staţionare, determinate de şirul discret E_1, E_2, ..., E_n ... de valori ale energiei totale. În aceste stări atomul nici nu emite, nici nu absoarbe energie.

II. Energia atomului poate varia discontinuu, prin trecerea de la o stare staţionară de energie totală E_{mo} la altă stare staţionară de energie totală E_m. Frecvenţa fotonului absorbit sau emis este dată de relaţia:

$$\nu_{mn} = \frac{|E_{mo} - E_m|}{h}, \tag{2}$$

procesul de absorbţie având loc în cazul în care electronul trece de pe o orbită mai apropiată de nucleu pe una mai depărtată, iar emisia atunci când parcurge drumul invers.

~~III.~~ Mărimea momentului cinetic al electronului pe orbitele circulare permise în jurul nucleului trebuie să fie egală cu un număr întreg ~~de $\hbar$~~ :

$$M = mvr = n\hbar \tag{3}$$

unde $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ este constanta lui Planck redusă, h este constanta lui Planck iar n se numeşte număr cuantic principal şi poate lua valorile n = 1, 2, 3,....

Astfel, considerând modelul planetar al atomului cu nucleul (protonul) imobil, se obţine că energia totală E_n (compusă din energia cinetică a electronului în mişcarea sa în jurul nucleului şi energia electrostatică de interacţie coulombiană nucleu-electron) pe orbita n este cuantificată:

$$E_n = -\frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^2}\cdot\frac{1}{n^2} \qquad (4)$$

unde m este masa electronului, e este sarcina electronului şi ε_0 este permitivitatea electrică a vidului.

Cea mai scăzută energie a atomului de hidrogen (numită şi stare fundamentală) corespunde numărului numărului cuantic n=1 şi are valoare de –13,6 eV. Ionizarea atomului de hidrogen, adică spargerea lui într-un nucleu şi un electron corespunde unei depărtări practic infinite dintre aceste particule, energia minimă a acestui sistem fiind zero. Energia minimă necesară pentru a ioniza atomul de hidrogen aflat în starea fundamentală se numeşte energie de ionizare şi are valoarea de 13,6 eV.

În mecanica cuantică energia atomului de hidrogen, expresia (4), se află prin integrarea ecuaţiei Schrödinger, fără a se mai introduce condiţia (3).

Energia totală a atomului de hidrogen este negativă (ecuaţia (4)), ceea ce exprimă faptul că electronul se află legat în câmpul electromagnetic al nucleului.

Folosind relaţiile (2) şi (4) se obţine:

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}\cdot\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right) \qquad (5)$$

care comparată cu (1), conduce la relaţia:

$$R_H = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}, \qquad (6)$$

expresie obţinută în cazul modelului în care s-a considerat protonul imobil.

Din relaţia (2) pot fi găsite toate lungimile de undă ale liniilor diferitelor serii spectrale ale hidrogenului. O serie spectrală reprezintă totalitatea liniilor spectrale care au un nivel energetic de bază comun (fig.1).

Astfel există seria Lyman la care nivelul energetic comun este corespunzător lui m=1 (în relaţia (5)), iar $m \geq 2,...$ şi are liniile în domeniul ultraviolet (adică seria Lyman conţine toate tranziţiile în care este prezent nivelul fundamental de energie); seria Balmer (vizibil) la care m=2 şi n=3, 4, 5, 6, 7, … (adică seria Balmer conţine toate tranziţiile în care este prezent primul nivel excitat de energie); seria Paschen la care m=3 şi n=4, 5, … iar liniile spectrale au lungimile de undă corespunzătoare radiaţiilor din infraroşu etc.

3. Principiul experimentului

În această lucrare se va studia seria spectrală Balmer, determinându-se lungimile de undă pentru liniile $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, H_\delta, H_\varepsilon$ şi H_∞ (limita seriei Balmer). Astfel, liniile spectrale de mai sus ale hidrogenului înregistrate pe o placă fotografică (spectrogramă) plasată în planul focal al unui spectroscop cu prismă sunt prezentate în partea de sus a figurii 2.

Pentru determinarea lungimilor de undă ale liniilor hidrogenului, se foloseşte un spectru cunoscut, înregistrat la acelaşi spectroscop şi în condiţii identice, al mercurului. Lungimile de undă ale liniilor mercurului, de la stânga la dreapta în spectrograma din figura 2, sunt 623.4, 612.3, 579.0, 577.0, 546.1, 535.4, 435.8, 434.7, 433.9, 407.8 şi 404.7 nm. Astfel, spectrul mercurului este folosit pentru etalonarea în lungimi de undă a spectrogramei.

În cazul seriei Balmer, relația (1) devine:

$$\tilde{\nu}_n = \frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \text{ unde } n = 3,4,5,6,\ldots \tag{7}$$

de unde rezultă constanta Rydberg:

$$R_H = \frac{4n^2}{\lambda_n\left(n^2 - 4\right)} \tag{8}$$

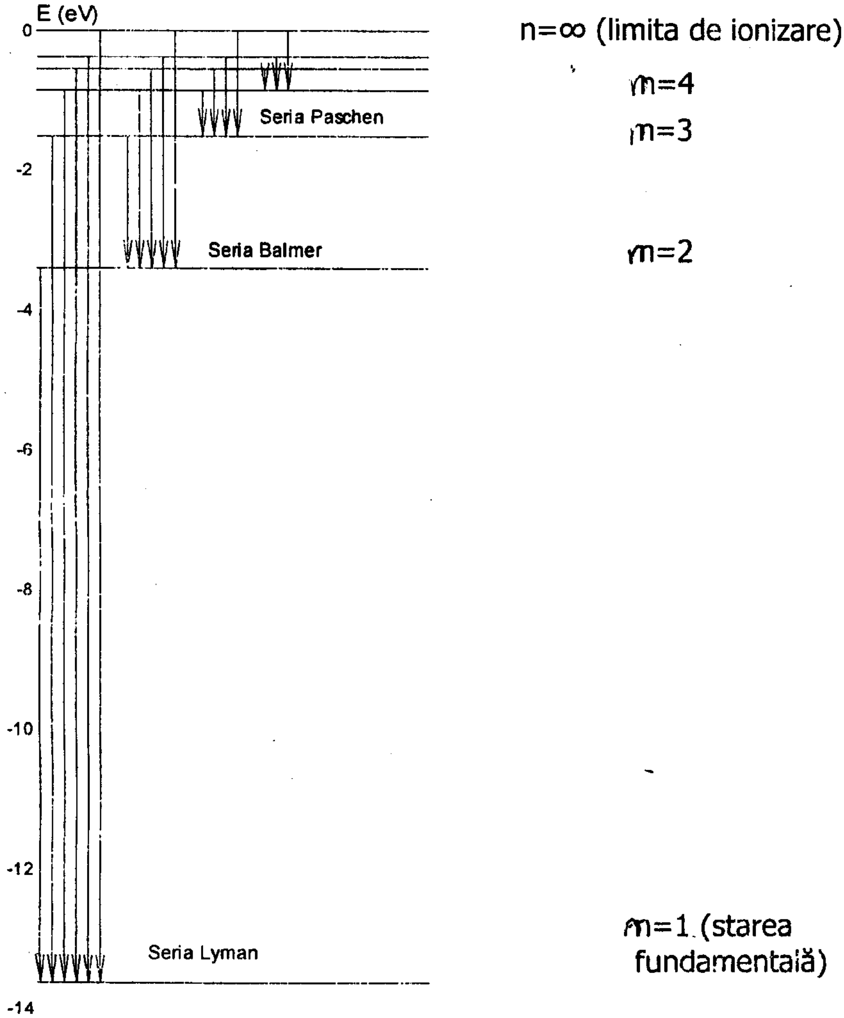

Fig. 1

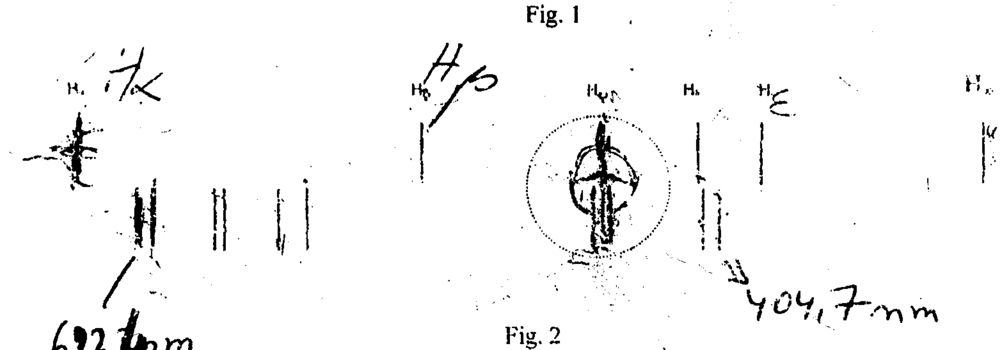

Fig. 2

4. Dispozitivul experimental

Studierea spectrogramei se face cu un microscop. Măsuţa microscopului poate fi deplasată în plan orizontal, pe două direcţii perpendiculare, cu ajutorul a două şuruburi. Deplasarea în lungul spectrului permite măsurarea poziţiei unei linii spectrale pe o riglă gradată în mm folosind un vernier cu precizia de 0,1 mm. Pentru fixarea poziţiei liniei dorite, ocularul microscopului este prevăzut cu un fir reticular.

Pentru efectuarea lucrării sunt necesare: spectrograma cu spectrul hidrogenului atomic vizibil (seria Balmer), cu spectrul mercurului şi un microscop.

5. **Modul de lucru şi prelucrarea datelor experimentale**

Se identifică spectrul mercurului şi al hidrogenului privind întâi spectrograma cu ochiul liber şi apoi la microscop.

Privind prin ocular, se potriveşte oglinda microscopului pentru a avea o bună iluminare a spectrogramei. Se deplasează măsuţa microscopilui în plan orizontal astfel încât zona de pe spectrogramă înconjurată cu un cerc din figura 2 să fie pe axa obiectivului microscopului. Pentru a nu se sparge spectrograma, poziţia verticală iniţială a microscopului trebuie să fie cu obiectivul lipit de spectrogramă. Se ridică treptat tubul microscopului, până când liniile spectrale apar clare. Se verifică paralelismul între liniile spectrale şi firul reticular, aşezarea paralelă a firului reticular făcându-se prin rotirea ocularului.

Se citesc pe rigla gradată (prin suprapunerea firului reticular cu fiecare linie) poziţiile x_i ale celor 11 linii ale mercurului şi se completează tabelul de mai jos. Atenţie : tabelul poate fi completat atât de la dreapta la stânga cât şi de la stânga la dreapta. Priviţi cu ochiul liber spectrograma aflată pe măsuţa microscopului (fără a o atinge) şi figura 2 pentru a şti din care parte începeţi completarea tabelului.

Tabelul 1 : Etalonarea spectrogramei cu ajutorul spectrului mercurului

λ (nm)	623.4	612.3	579.0	577.0	546.1	535.4	435.8	434.7	433.9	407.8	404.7
x (mm)											
$\frac{1}{\lambda^2}(\mu m^{-2})$											

Se citesc, de asemenea, pe rigla gradată poziţiile x_j ale celor 6 linii din seria hidrogenului ($H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, H_\delta, H_\varepsilon$ şi H_∞) şi se trec în tabelul 2.

Tabelul 2 : Determinarea spectrului hidrogelului (seria Balmer) şi a constantei Rydberg

Linia	x (mm)	λ (nm)	n	R_H	$\langle R_H \rangle$	$\sigma_{\langle R_H \rangle}$
H_α						
H_β						
H_γ						
H_δ						
H_ε						
H_∞						

Se trasează pe hârtie milimetrică curba de etalonare $\lambda = f(x_i)$ pentru mercur. De fapt, curba de etalonare o constituie dependenţa $x(\lambda)$ dar pentru motive ce vor fi explicate în continuare, preferăm reprezentarea $\lambda(x)$. Am amintit că spectrograma a fost înregistrată cu un spectroscop cu prismă. Elementul dispersiv al spectroscopului – prisma – are un indice de refracție a cărui dependență într-o formă simplificată este liniară în $\frac{1}{\lambda^2}$ (formula lui Cauchy /5/). Poziția unei linii spectrale pe spectrogramă este aproximativ proporțională cu indicele de refracție al prismei adică, în cele din urmă, este liniară în $\frac{1}{\lambda^2}$ (sau, echivalent, funcția $\frac{1}{\lambda^2}$ este liniară în x). Astfel, pe același grafic, pe axa verticală din dreapta, se reprezintă graficul $\frac{1}{\lambda^2} = f(x_i)$. Astfel, această ultimă reprezentare permite o mai bună determinare a lungimilor de undă ale liniilor spectrale ale hidrogenului care se găsesc în afara domeniului acoperit de spectrul mercurului. Și dependența $x\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$ sau $\frac{1}{\lambda^2}(x)$ poate fi considerată – în sens extins – curbă de etalonare.

Având pozițiile x_j ale celor 6 linii ale hidrogenului se scot din curba de etalonare lungimile de undă ale liniilor $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma \ldots$ necesare pentru calcularea constantei lui Rydberg.

Se calculează constanta Rydberg conform relației (8); valorile obținute se trec în tabelul 2.

Se calculează valoarea medie $\langle R_H \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{6} R_{H_i}}{6}$ și deviația standard a valorii medii $\sigma_{\langle R_H \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}\left(R_{H_i} - \langle R_H \rangle\right)^2}{6 \cdot 5}}$ și rezultatul final se scrie sub forma $R_H = \langle R_H \rangle \pm \sigma_{\langle R_H \rangle}$.

6. Întrebări (întrebările 12-16 sunt facultative)

1. Ce sunt liniile spectrale ?
2. Ce este lungimea de undă ? Dar numărul de undă ? În ce relații se găsesc acestea cu frecvența radiației ? Dar cu energia radiației ?
3. Ce este o serie spectrală a hidrogenului? Câte linii spectrale conține o serie spectrală ? Ce este limita unei serii spectrale ?
4. Ce este un termen spectral?
5. Ce reprezintă principiul de combinare Rydberg-Ritz în studiul liniilor spectrale emise de atomi ? Care este utilitatea lui ? Ce este mai simplu de cunoscut : liniile spectrale sau termenii spectrali ? Justificați răspunsul.
6. Ce sunt atomii hidrogenoizi ?
7. Care au fost postulatele enunțate de Bohr pentru explicarea spectrului atomilor de hidrogen ?
8. Să se aranjeze în ordinea crescătoare a lungimilor de undă liniile spectrale : $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, H_\delta, H_\varepsilon$ și H_∞. (echivalent, așezarea în ordinea crescătoare a frecvențelor, în ordinea crescătoare a numărului cuantic principal, în ordinea crscătoare a energiilor nivelurilor superioare etc)

9. Ce este o spectrogramă ? Ce este curba de etalonare a spectrogramei ? La ce foloseşte curba de etalonare a spectrogramei ?
10. Ştiind că linia H_β a seriei Balmer a hidrogenului are lungimea de undă de 486 nm, să se determine constanta lui Rydberg. (Se dă formula $\tilde{\nu}_n = \frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ unde $n = 3,4,5,6,\dots$)
11. Ştiind că limita seriei Balmer a hidrogenului are lungimea de undă de 364,6 nm, să se determine constanta lui Rydberg. (Se dă formula $\tilde{\nu}_n = \frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ unde $n = 3,4,5,6,\dots$)
12. Ştiind că linia H_α a seriei Balmer a hidrogenului are lungimea de undă de 656 nm, să se determine limita seriei Balmer a hidrogenului. (Se dă formula $\tilde{\nu}_{nm} = \frac{1}{\lambda_{nm}} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$.)
13. Ştiind că linia H_α a seriei Balmer a hidrogenului are lungimea de undă de 656 nm, să se determine limita seriei Lyman a hidrogenului. (Se dă formula $\tilde{\nu}_{nm} = \frac{1}{\lambda_{nm}} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$.)
14. Ştiind că linia H_α a seriei Balmer a hidrogenului are lungimea de undă de 656 nm, să se determine lungimea de undă a liniei α a a seriei Lyman a hidrogenului. În ce domeniu spectral se găseşte aceasta ? (Se dă formula $\tilde{\nu}_{nm} = \frac{1}{\lambda_{nm}} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$.)
15. Ştiind că linia H_γ a hidrogenului are lungimea de undă de 434 nm, să se calculeze energia de ionizare a H aflat în starea fundamentală de energie. (Se dă formula $\tilde{\nu}_n = \frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ unde $n = 3,4,5,6,\dots$)
16. Ştiind că linia H_α a seriei Balmer a hidrogenului are lungimea de undă de 656 nm, să se determine lungimea de undă a liniei β a seriei Lyman a C^{5+}. (Se dă formula $\tilde{\nu}_{nm} = \frac{1}{\lambda_{nm}} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$.)

Bibliografie

/1/ Edouard Chpolski, Physique atomique, tome II, Editions Mir, Moscou, 1978, p.8

/2/ B.H. Bransden, C.J. Joachain, Introducere în mecanica cuantică, Editura Tehnică, Bucureşti, 1999, p.29

/3/ B.H. Bransden, C.J. Joachain, Fizica atomului şi a moleculei, Editura Tehnică, Bucureşti, 1998, p.42

/4/ I.M. Popescu, Fizică, vol II, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1983, p.68

/5/ Max Born, Emil Wolf, Principles of Optics. Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Difraction of Light, Seventh edition, Pergamon Press, Cambridge University Press, 1999, p.100