

**UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" BUCURESTI  
DEPARTAMENTUL DE FIZICA**

**LABORATORUL DE TERMODINAMICA SI FIZICA STATISTICA**

**BN 121**

**DETERMINAREA COEFICIENTULUI  
DE VÂSCOZITATE AL UNUI LICHID  
CU VÂSCOZIMETRUL OSTWALD**

**2005**

# DETERMINAREA COEFICIENTULUI DE VÂSCOZITATE AL UNUI LICHID CU VÂSCOZIMETRUL OSTWALD

## 1. Scopul lucrării

Experimentele și prelucrarea datelor experimentale în cadrul acestei lucrări urmăresc două obiective :

a) determinarea concretă (numerică) a coeficienților de vâscozitate dinamică, specifici unor lichide diferite ;

b) verificarea existenței erorilor accidentale în procesul de măsurare și aplicarea calculului erorilor în cazul unor mărimi măsurabile indirect (utilizarea formulei de propagare a erorilor).

## 2. Teoria lucrării

Un capitol special / particular al fizicii îl constituie studiul mișcării lichidelor, denumit **dinamica fluidelor (hidrodinamica)**. Acest lucru este motivat de faptul că - spre deosebire de mișcarea corpurilor solide, care se deplasează ca un întreg - în lichide trebuie ținut cont de proprietăți specifice ale acestora (în special densitate) și de ceea ce se petrece în interiorul masei aflate în mișcare. Astfel modelul teoretic ține cont de deplasarea relativă a unor "straturi" de lichid unele în raport cu altele, ceea ce implică prezența unor forțe de frecare interne (și a unor viteze de deplasare / de curgere diferite) ; această comportare a lichidelor poartă denumirea de **vâscozitate**.

Toate lichidele reale au proprietăți particulare, reflectate inclusiv în faptul că au **coeficienți de vâscozitate** diferiți. (Fluidele perfecte - primele pentru care au fost obținute / formulate legi de mișcare, cum ar fi ecuația lui Bernoulli - sunt, prin definiție, fluidele cu vâscozitate nulă.)

În cazul fluidelor reale, starea dinamică a acestora este caracterizată de mărimile :  $p$  (presiune),  $\rho$  (densitate) și  $\vec{v}$  (viteză), care trebuie cunoscute în fiecare punct și la orice moment. Prin urmare, noțiunea de "mișcare a fluidului" implică - în fapt - mișcarea tuturor particulelor mici, componente ale acestuia.

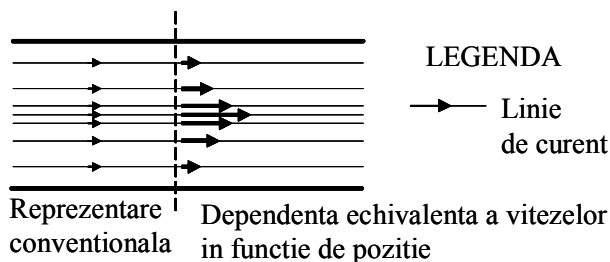


Figura 1

Prin definiție traiectoria descrisă de o particulă de fluid aflată în mișcare poartă numele de **linie de curent**. Viteza particulei este tangentă la această linie de curent, în fiecare punct al ei. Convențional, un set de linii de curent indică și mărimea vitezei, întrucât numărul de linii dintr-o regiune din spațiu este cu atât mai mare cu cât viteza de curgere este mai mare (vezi figura 1).

Reprezentarea convențională a liniilor de curent permite totodată și o clasificare a tipurilor de mișcare care pot avea loc în fluide. În ceea ce ne interesează - din punctul de vedere al acestei lucrări de laborator - reținem că:

a) atunci când liniile de curent nu se intersectează (nu "se amestecă") între ele, se spune că suntem în cazul unei **curgeri laminare**; o asemenea comportare este - de regulă - specifică vitezelor mici;

b) atunci când liniile de curent se încrucișează, eventual dând naștere unor figuri asemănătoare unor "bucle", se spune că avem o **curgere turbulentă** (sau **turbionară**);

fenomenul apare atunci când vitezele de curgere sunt mari sau / și când mișcarea de translație a particulelor de fluid este însoțită de o mișcare de rotație a acestora.

**In cazul acestei lucrări de laborator se consideră că fluidul studiat are o curgere laminară.**

Termenul "lamina" desemnează o foaie subțire (în limba latină). Modelul teoretic utilizat presupune că fluidul este echivalent cu un număr de straturi subțiri care alunecă unul peste altul (asemenea cu ceea ce se petrece atunci când pe coperta unei cărți voluminoase se pune o greutate : cartea se deformează, ceea ce înseamnă că paginile din interior se deplasează unele în raport cu altele !)

Deplasarea relativă a două foi suprapuse este însoțită de frecare. Observația este valabilă și în cazul fluidelor reale, între straturile (subțiri) componente ale acestora apărând **forțe de frecare internă (frecare vâscoasă)** care influențează - evident - maniera de curgere a acestora.

Experimental se constată că forța de frecare internă care se exercită (în regim dinamic, de curgere) între două straturi subțiri de lichid aflate în contact este :

- direct proporțională cu mărimea suprafeței de contact dintre cele două straturi,  $A$  ;
- direct proporțională cu viteza relativă (variația vitezei) dintre cele două straturi;
- direct proporțională cu o mărime de material, dependentă de natura fluidului, care poartă numele de **coeficient de vâscozitate** (notat  $\eta$ ).

Pe de altă parte, tot experimental se constată că - în cazul unei curgeri laminare printr-un tub de secțiune constantă - viteza fluidului are valoare maximă pe axul de simetrie al tubului (ca în figura 1), scăzând către zero în zona de contact fluid - perete solid. Dacă se notează cu  $r$  distanța dintre axul de simetrie al tubului cilindric și punctul curent în care se evaluează viteza de curgere a stratului de fluid, dependența de mai sus se exprimă în forma:  $v = v(r)$ , iar viteza de variație spațială a vitezei între două straturi succesive (în fapt gradientul vitezei considerat pe o direcție perpendiculară pe viteză) are expresia  $\frac{dv}{dr}$ .

Tinând cont de aceste observații, expresia concretă a forței de frecare internă este :

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dr}. \quad (1)$$

Din relația de mai sus se observă că unitatea de măsură a coeficientului de vâscozitate este :

$$\langle v \rangle_{\text{S.I.}} = \frac{\langle F \rangle_{\text{S.I.}} \cdot \langle r \rangle_{\text{S.I.}}}{\langle A \rangle_{\text{S.I.}} \cdot \langle v \rangle_{\text{S.I.}}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m}^2 \cdot \text{m/s}} = \text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}.$$

Tradițional se folosește o unitate de măsură particulară, denumită "**poise**" - în onoarea medicului francez Poiseuille<sup>1</sup> ; relația de transformare este :

$$1 \text{ poise} = 10^{-1} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}.$$

Coeficienții de vâscozitate (dependenți de temperatură) ai diferitelor lichide sunt, ca ordin de mărime : zeci și unități de poise pentru uleiul de ricin, unități și zecimi de centi-poise pentru apă, sute de micro-poise pentru aer.

Cea mai importantă relație care guvernează curgerea laminară este **ecuația lui Poiseuille**. Ea se demonstrează folosind notațiile din figura 2 și considerațiile care urmează.

Se consideră un tub cilindric de lungime  $\ell$  și de rază  $R$ , prin care curge laminar un lichid. Straturile subțiri - succesive - de fluid se delimitează ca suprafețe laterale ale cilindrilor de rază  $r$  (unde  $r$  variază între zero și  $R$ ).

(Curgerea poate fi imaginată drept o deplasare a unor tuburi coaxiale care alunecă unele pe altele, astfel încât tubul central alunecă cel mai rapid, în timp ce tubul exterior rămâne pe loc.)

---

<sup>1</sup> Medicul Jean Poiseuille a determinat experimental (în 1797) legile ce guvernează curgerea fluidelor prin tuburi subțiri, inventând totodată instrumente specifice de măsurare, studiind - în fapt - presiunea sanguină.

Asupra stratului de rază  $r$  (tubului cilindric de rază  $r$ ), având suprafața laterală  $A = 2\pi r\ell$ , se exercită forța de frecare :

$$F = \eta \cdot 2\pi r\ell \cdot \frac{dv}{dr} \quad (2)$$

Cea de-a doua forță care intervine este rezultanta forțelor de presiune care se exercită asupra bazelor cilindrului :

$$F_p = (p_1 - p_2)\pi r^2 = \Delta p \cdot \pi r^2 \quad (3)$$

Rezultanta celor două tipuri de forțe care intervin în dinamica stratului de fluid (forța de frecare și cea de presiune) este nulă (deplasarea stratului se face cu viteză constantă în timp), deci:

$$\Delta p \cdot \pi r^2 = -\eta \cdot 2\pi r\ell \cdot \frac{dv}{dr} \Rightarrow -\int_v^0 dv = \frac{\Delta p}{2\eta\ell} \int_r^R r dr \quad (4)$$

**Observație.** Limitele de integrare din relația (4) țin cont de faptul că :

- la  $r = 0$ ,  $v = v_{\max}$ ; la  $r = \text{oarecare}$ ,  $v = \text{oarecare}$ ; la  $r = R$ ,  $v = 0$ .

Efectuând calculele, se obține :

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta\ell} \cdot (R^2 - r^2) \quad (5)$$

Relația obținută (5) exprimă **distribuția de viteze în secțiunea tubului**. Se constată că:

- la  $r = 0$ ,  $v_{\max} = \frac{\Delta p}{4\eta\ell} \cdot R^2$  ;

- la  $r = R$  se verifică faptul că  $v = 0$ .

Fie un proces de curgere laminară al unui fluid oarecare. Printr-o coroană cilindrică de rază  $r$  și de grosime  $dr$  (deci având suprafața  $dS$ , hașurată în figura 2), în intervalul de timp  $dt$  trece un volum  $dV$  de lichid, adică :

$$\left. \begin{aligned} dV &= dS \cdot v \cdot dt \\ dS &= \pi(r + dr)^2 - \pi r^2 \cong 2\pi r dr \end{aligned} \right\} dV = \frac{\Delta p}{4\eta\ell} \cdot (R^2 - r^2) \cdot 2\pi r dr dt \quad (6)$$

Prin urmare volumul de lichid care traversează întreaga secțiune a tubului în intervalul de timp  $dt$  este :

$$dV_{\text{tot}} = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot dt}{2\eta\ell} \int_0^R (R^2 - r^2) \cdot r dr = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{R^4}{\eta} \cdot \frac{\Delta p}{\ell} dt \quad (7)$$

iar debitul volumic, notat  $Q$ , este :

$$Q = \frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{R^4}{\eta} \cdot \frac{\Delta p}{\ell} \quad (8)$$

Relația (8) poartă numele de **legea lui Poiseuille** (deoarece a fost formulată pentru prima dată, pe baze experimentale, de către acest medic<sup>2</sup>).

Legea Poiseuille permite, în urma unor măsurări comparative, determinarea coeficienților de vâscozitate ai unor fluide necunoscute.

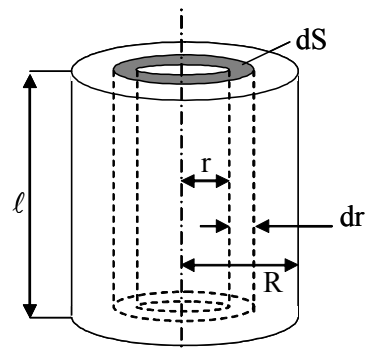


Figura 2

<sup>2</sup> Dependența dintre debitul volumic și raza R se aplică direct în cazul acelor de seringă: se observă că mărimea (raza) acului este mult mai importantă decât presiunea exercitată de deget (o dublare a diametrului acului are același efect ca o creștere de 16 ori a forței de apăsare).

### Aplicarea legii Poiseuille în cazul acestui experiment

Fie un lichid de referință (de exemplu apa), având un coeficient de vâscozitate  $\eta_0$  bine cunoscut. Un volum  $V$  al acestui lichid de referință curge (este evacuat dintr-o incintă) în prezența câmpului gravitațional, într-un interval de timp  $t_0$ . Prin urmare putem scrie că :

$$V = Q_{apa} \cdot t_0 = \frac{\pi \cdot \Delta p_0 \cdot R^4}{8\eta_0 \ell} \quad (9)$$

În aceeași incintă de volum  $V$  este introdus un alt fluid, având vâscozitatea necunoscută,  $\eta_x$ . Se constată că - în condiții experimentale identice - evacuarea acestui fluid se desfășoară într-un interval de timp  $t_x$ . Deci :

$$V = Q_x \cdot t_x = \frac{\pi \cdot \Delta p_x \cdot R^4 \cdot t_x}{8\eta_x \ell} \quad (10)$$

Egalând cele două relații se obține :

$$\eta_x = \eta_0 \cdot \frac{t_x}{t_0} \cdot \frac{\Delta p_0}{\Delta p_x} \quad (11)$$

Deoarece în ambele cazuri se folosește aceeași incintă, diferența de nivel (distanța dintre cele două baze ale incintei) este identică, deci diferențele de presiune sunt proporționale cu densitățile lichidelor corespunzătoare ; prin urmare :

$$\frac{\Delta p_x}{\Delta p_0} = \frac{\rho_x}{\rho_0} \Rightarrow \eta_x = \eta_0 \cdot \frac{t_x}{t_0} \cdot \frac{\rho_x}{\rho_0} \quad (12)$$

Relația obținută subliniază următorul aspect: dacă se cunoaște  $\eta_0$  și  $\rho_0$  (pentru lichidul de referință) și  $\rho_x$  (pentru lichidul "necunoscut"), și se determină (se măsoară) timpii corespunzători de evacuarea a celor două fluide ( $t_0$  și  $t_x$ ) dintr-una și aceeași incintă, atunci - prin înlocuirea valorilor în formula (12) - se poate determina vâscozitatea "necunoscută" a celui de-al doilea fluid.

### 3. Descrierea instalației experimentale

Pentru a efectua experimentul se folosește așa-numitul **vâscozimetru Ostwald** (reprezentat în figura 3).

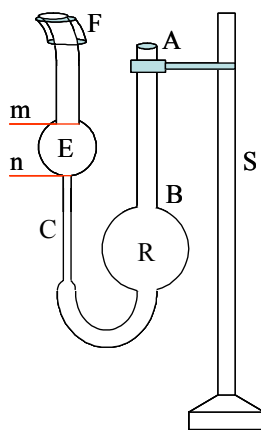


Figura 3

- LEGENDA  
 S = suport  
 R = rezervor mare  
 E = rezervor mic  
 m, n = repere semnificative  
 F = tub de cauciuc  
 tub de aspirație  
 C = tub capilar

El este compus dintr-un tub în formă de U a cărui ramură mai largă AB se termină în partea inferioară cu un rezervor sferic R. Cealaltă ramură constă dintr-un tub capilar C, un rezervor sferic mai mic E și un tub de cauciuc F. La intrarea și ieșirea din rezervorul E sunt marcate două repere m și n, care delimitează un volum bine definit. Vâscozimetrul trebuie să stea în poziție perfect verticală.

Pentru efectuarea experimentului mai sunt necesare: o pompă de aspirație (care se poate atașa la tubul de cauciuc F și un cronometru (se poate folosi și cronometrul unui telefon mobil).

### 4. Modul de lucru

1. După cum am văzut în teoria lucrării este necesar să manevrăm două (sau mai multe) lichide diferite (de exemplu apă (ca referință) și alcool). Se atrage atenția că fiecare schimbare în ceea ce privește natura lichidului utilizat în experiment trebuie însoțită de

prealabila spălare a vâscozimetrului. De asemenea poziția verticală a acestuia trebuie controlată de fiecare dată.

2. Lichidul care urmează a fi studiat se introduce în rezervorul B (prin punctul A) cu ajutorul unei pipete, până când acesta devine aproape plin.

3. Folosind pompa de aspirație (aplicată la punctul F / tubul de cauciuc) se aspiră lichidul din rezervorul B în micul rezervor E, până când înălțimea lichidului depășește reperul **m** cu doi centimetri.

4. Se lasă tubul de cauciuc liber, ceea ce declanșează curgerea ; în momentul în care meniscul lichidului ajunge în dreptul reperului **m** se pornește cronometrul. Acesta se va opri în momentul în care meniscul ajunge în dreptul reperului **n**. Indicația citită pe cronometru reprezintă durata de scurgere ( $t_0$  sau  $t_x$ ).

5. Atât pentru lichidul de referință cât și pentru orice alt lichid pus la dispoziție se fac câte 10 determinări (10 valori ale duratelor de scurgere pentru fiecare lichid studiat). Rezultatele se trec într-un tabel de forma :

**Tabelul 1**

Nr. crt.	Lichid de referință (apă)			Lichid cu vâscozitate necunoscuta			Calcul pentru stabilirea coeficientului de vâscozitate		
	$t_0$ (s)	$\bar{t}_0$ (s)	$\sigma_{\bar{t}_0}$ (s)	$t_x$ (s)	$\bar{t}_x$ (s)	$\sigma_{\bar{t}_x}$ (s)	$\eta_x$ (-----)	$\bar{\eta}_x$ (-----)	$\sigma_{\bar{\eta}_x}$ (-----)
1									
2									
...									
9									
10									

6. Se citește și se notează temperatura din laborator la momentul efectuării experimentului.

### 5. Prelucrarea datelor experimentale

1. In cazul acestui experiment nu se fac reprezentări grafice si numai calcule. Pe de altă parte, calculele care trebuiesc efectuate sunt foarte importante deoarece implică noțiuni de calculul erorilor.

2. Lichidele folosite au următoarele valori ale constantelor:

**Tabelul 2**

Valorile densităților (considerate a fi constante pe domeniul de temperatură existent în laborator)			
$\rho_{apă}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_{eter}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_{alcool}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_{benzen}$ (kg/m <sup>3</sup> )
1000	736	792	879

**Tabelul 3**

Valorile vâscozității dinamice a apei pentru diferite temperaturi							
$t$ (°C)	$\eta_0 \cdot 10^{-3}$ (N·s·m <sup>-2</sup> )	$t$ (°C)	$\eta_0 \cdot 10^{-3}$ (N·s·m <sup>-2</sup> )	$t$ (°C)	$\eta_0 \cdot 10^{-3}$ (N·s·m <sup>-2</sup> )	$t$ (°C)	$\eta_0 \cdot 10^{-3}$ (N·s·m <sup>-2</sup> )
15	1,140	18	1,055	21	0,980	24	0,915
16	1,110	19	1,029	22	0,957		
17	1,082	20	1,004	23	0,936		

Vâscozitatea lichidelor este dependentă de temperatură: cu cât temperatura crește, cu atât vâscozitatea scade.

3. Efectuarea calculelor presupune completarea tuturor rubricilor din tabelul 1, după cum urmează :

- coloana  $t_0$  este deja completată cu datele experimentale (duratele de curgere) corespunzătoare apei (lichidului de referință);
- coloana  $\bar{t}_0$  corespunde valorii medii (unice) a duratei de curgere; deoarece numărul de experimente a fost  $N = 10$ , deci am avut 10 valori experimentale pentru  $t_0$ , vom calcula:

$$\bar{t}_0 = \frac{\sum_{i=1}^N t_0^{(i)}}{N} = \frac{t_0^{(1)} + t_0^{(2)} + \dots + t_0^{(9)} + t_0^{(10)}}{10}.$$

Același mod de calcul se aplică și pentru coloana  $\bar{t}_x$ .

- coloana  $\sigma_{\bar{t}_0}$  (asemenea coloanei  $\sigma_{\bar{t}_x}$ ) se completează după ce se fac calculele corespunzătoare abaterii pătratice medii (pentru o mărime măsurabilă direct / în cazul nostru durata scurgerii), cu relația :

$$\sigma_{\bar{t}_0} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_0^{(i)} - \bar{t}_0)^2}{N \cdot (N-1)}} = \sqrt{\frac{(t_0^{(1)} - \bar{t}_0)^2 + (t_0^{(2)} - \bar{t}_0)^2 + \dots + (t_0^{(10)} - \bar{t}_0)^2}{10 \cdot 9}}.$$

- în ceea ce privește completarea ultimelor trei coloane ale tabelului trebuie făcute câteva observații. Prima observație este legată de faptul că - intenționat - unitățile de măsură și ordinele de mărime ( $10^{\pm n}$ ) urmează a fi completate de către studenți.

O a doua observație este aceea că cele 10 valori ale coeficientului de vâscozitate necunoscut se calculează drept rezultat al aplicării unei relații de calcul: relația (12). Prin urmare coeficientul de vâscozitate **nu** este o mărime fizică măsurabilă direct, ci depinde de variabilele  $t_0$  și  $t_x$ , adică:  $\eta_x = \eta_x(t_0, t_x)$ .

În aceste condiții trebuie aplicată formula de propagare a erorilor :

$$\sigma_{\bar{\eta}_x} = \sqrt{\left. \left( \frac{\partial \eta_x}{\partial t_0} \right)^2 \right|_{\bar{t}_0, \bar{t}_x} \cdot \sigma_{\bar{t}_0}^2 + \left. \left( \frac{\partial \eta_x}{\partial t_x} \right)^2 \right|_{\bar{t}_0, \bar{t}_x} \cdot \sigma_{\bar{t}_x}^2}$$

iar rezultatul final se exprimă în forma :

$$\eta_x = (\bar{\eta}_x \pm \sigma_{\bar{\eta}_x}) \cdot \text{ordin de mărime} \quad (\text{unitate de măsură}),$$

unde:

$$\bar{\eta}_X = \eta_x(\bar{t}_0, \bar{t}_x).$$

Odată efectuate toate aceste calcule, completate ordinele de mărime și unitățile de măsură în tabel și în rezultatul final, studentul poate spera că va obține notă maximă pe referatul care trebuie întocmit.

## 6. Întrebări

1. De ce se presupune că suntem în cazul unei curgeri laminare și nu în cazul unei curgeri turbionare ?
2. Care sunt sursele de eroare în cazul acestui experiment ?
3. De ce se fac 10 măsurători ? Cum se corelează această cerință cu rigorile impuse de efectuarea unui calcul al erorilor corect ?
4. De ce raportul dintre variațiile de presiune pentru cele două lichide este egal cu raportul dintre densitățile acestora ?