

Determinarea sarcinii specifice a electronului (2020)

1. Scopul lucrării

Studiul mișcării electronilor într-un câmp magnetic uniform și determinarea valorii sarcinii specifice a electronului.

2. Principiul lucrării

Electronii emiși de un filament metalic încălzit, accelerați de un câmp electric, pătrund într-o regiune unde este un câmp magnetic uniform. Datorită forței Lorentz, traiectoria electronilor este elicoidală, când unghiul dintre viteza electronilor și direcția câmpului magnetic este în intervalul $(0, \pi/2)$, respectiv circulară, când unghiul este $\pi/2$ (viteza electronilor perpendiculară pe direcția câmpului magnetic). Valoarea sarcinii specifice se obține din valorile tensiunii de accelerare, inducției magnetice și razei orbitei circulare a electronului.

3 Teoria lucrării

Dacă un electron (în repaus) de masă m și sarcină $-e$ este accelerat de o diferență de potențial U , el va căpăta energia cinetică E_c :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = eU \quad (1)$$

unde v este viteza electronului.

Dacă electronul, care are viteza \vec{v} , se mișcă într-o regiune unde este un câmp magnetic de inducție \vec{B} /1/, asupra acestuia va acționa forța Lorentz /2/:

$$\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B} \quad (2)$$

Dacă câmpul magnetic este uniform, așa cum (*aproape*) este cazul într-o configurație de tip Helmholtz /3,4/ a două bobine, traiectoria electronilor este elicoidală în lungul liniilor de câmp magnetic. Când viteza electronilor este perpendiculară pe direcția câmpului magnetic, traiectoria devine circulară (cum câmpul magnetic nu schimbă *mărimea* vitezei, ci doar direcția acesteia, mișcarea este circulară uniformă).

Forța Lorentz este o forță centripetă, astfel că legea a doua a lui Newton se scrie:

$$\frac{mv^2}{r} = evB \quad (3)$$

unde r este raza traiectoriei circulare.

Astfel, ecuațiile (1)+(3) conduc la următoarea expresie pentru sarcina specifică:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 r^2} \quad (4)$$

Inducția câmpului magnetic produs de 2 bobine Helmholtz în centrul sistemului este:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \mu_0 n \frac{I}{R} \quad (5)$$

unde μ_0 este constanta magnetică a vidului /5/
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$, n este numărul de spire din

fiecare bobină iar R este raza bobinelor (pentru această experiență $n = 154$ și $R = 0,2 \text{ m}$. Pe axa bobinelor, câmpul magnetic se obține din legea Biot-Savart-Laplace, iar configurația Helmholtz implică că distanța dintre bobine este egală cu raza bobinelor, și în acest caz câmpul magnetic este *aproape* uniform în spațiul dintre bobine, și este dat de formula 5). Din ecuațiile (4) și (5), se obține:

$$I^2 = \frac{125}{32} \frac{R^2}{\mu_0^2 n^2} \frac{1}{e} \frac{U}{m} \quad (6)$$

$$\frac{e}{m} = \frac{125}{32} \frac{R^2}{\mu_0^2 n^2} \frac{U}{r^2 I^2} \quad (7)$$

4. Dispozitivul experimental

Dispozitivul experimental pentru determinarea sarcinii specifice a electronului este prezentat în Fig. 1 și cuprinde:

- (1) un tub din sticlă, umplut cu neon la joasă presiune, în care se găsește tunul electronic;
- (2) o pereche de bobine Helmholtz;
- (3) sursa de alimentare a bobinelor (max. 18V/5A; se folosește la o putere de 2W);
- (4) sursa de alimentare a filamentului tunului de electroni (6,3V/2A), a grilei de selecție și focalizare a electronilor (0-50V) și a electrozilor de accelerare a electronilor (0-300V);
- ampermetru (5) (scala de 10A) pentru măsurarea curentului prin bobine;
- voltmetru (6) (scala de 600V) pentru măsurarea tensiunii de grilă și a tensiunii de accelerare;
- cabluri de legătură, de diverse lungimi și culori.

Schemele electrice pentru alimentarea bobinelor Helmholtz (care produc câmpul magnetic *aproape* uniform în spațiul dintre bobine) și a tunului electronic sînt prezentate în Fig. 2 și Fig. 3.

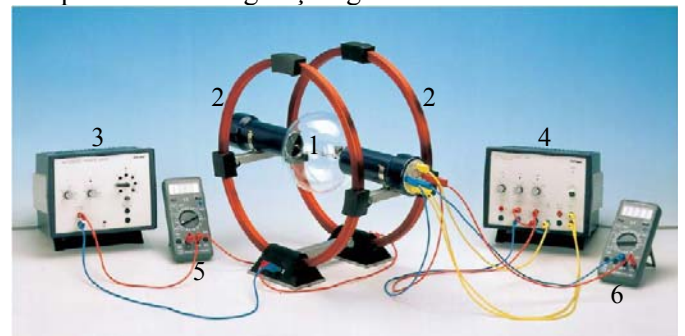


Fig. 1 Aranjamentul experimental pentru determinarea sarcinii specifice a electronului

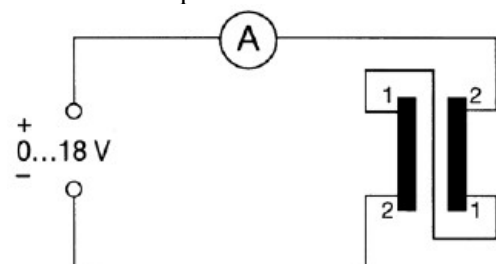


Fig. 2 Alimentarea bobinelor Helmholtz

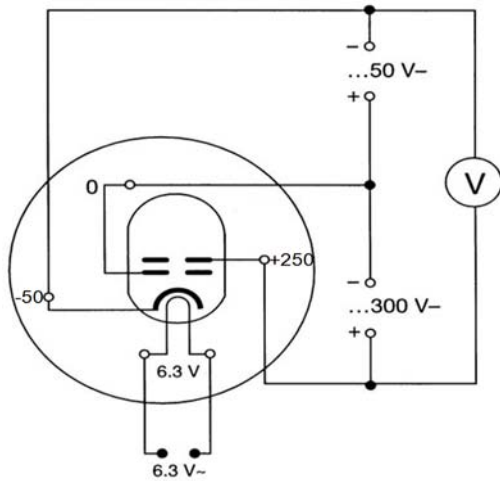


Fig. 3 Alimentarea tunului electronic, din tubul cu neon la joasă presiune

5. Modul de lucru și prelucrarea datelor experimentale

Înainte de alimentarea electrică a dispozitivului experimental, pentru protejarea acestuia, se verifică că tensiunile de grilă, respectiv de accelerare, precum și curentul prin bobinele Helmholtz sînt reglate pentru valori nule (prin rotirea spre stînga a potențimetrelor corespunzătoare).

După alimentarea electrică a dispozitivului experimental (tun electronic, bobine) cu ajutorul celor 2 surse de alimentare și pornirea celor 2 multimetre, se verifică că tensiunea de accelerare și curentul prin bobine sînt nule. Se mărește, de la potențimetrul din stînga al sursei de alimentare (4) a tunului electronic, tensiunea pe grilă la o valoare de 20 V, apoi, de la potențimetrul din dreapta al aceiași surse de alimentare, tensiunea de accelerare pînă la 120 V, observîndu-se în același timp traiectoria (rectilinie a) electronilor (traiectoria este materializată de o zonă luminoasă roșie: unii dintre electronii accelerați excită prin ciocniri inelastice atomii de neon din tubul de observare, iar prin dezexcitarea radiativă a acestor atomi se emite lumină preponderent roșie).

Se reglează, de la potențimetrul din dreapta al sursei de alimentare (3) a bobinelor, un curent maxim admis (curent de limitare) de 3 A, apoi se mărește, de la potențimetrul din stînga al aceiași surse de alimentare, curentul care trece prin bobine, și se observă modificarea traiectoriei electronilor, adică micșorarea razei de curbură pe măsura creșterii curentului electric prin bobine (inducția magnetică crește pe măsura creșterii intensității curentului electric prin bobină; scăderea razei traiectoriei circulare a electronilor odată cu creșterea inducției magnetice, pentru o tensiune de accelerare dată). Se pot obține astfel și razele de 5, 4, 3 sau 2 cm (pentru aceste raze, electronii lovesc niște

repere din tubul de observație, repere care apar iluminate; reperele sînt ca treptele unei scărițe din fire metalice). Traiectoria electronilor și forța Lorentz sînt ilustrate în Fig. 4 și Fig. 5.

La începutul experienței, este de asemenea interesantă verificarea calitativă a unui alt aspect fundamental, anume că pentru un curent constant prin bobine (de exemplu 2 A), raza traiectoriei circulare a electronilor crește odată cu creșterea vitezei lor (adică viteza electronilor crește odată cu creșterea tensiunii acceleratoare U).



Fig. 4 Vedere a bobinelor Helmholtz și a traiectoriei electronilor

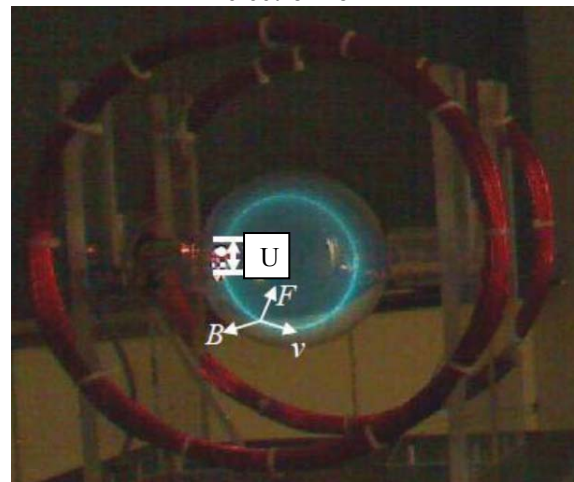


Fig. 5. Indicarea tensiunii acceleratoare U, a inducției magnetice, perpendiculară pe planul fiecărei bobine, a vitezei tangențiale la traiectoria circulară, și a forței Lorentz centripete

Pentru una dintre aceste raze, și pentru o tensiune de accelerare fixată, se măsoară valoarea curentului prin bobine. Pentru verificarea preciziei de măsurare, se repetă măsurarea curentului de 5 ori.

Tabelul 1. Valorile curentului prin bobinele Helmholtz pentru o tensiune de grilă de 20 V, tensiunea de accelerare de 160 V și raza de 4 cm.

r (cm)	U (V)	I_1 (A)	I_2 (A)	I_3 (A)	I_4 (A)	I_5 (A)	I_m (A)	σ_{I_m} (A)	ε_{I_m}	B (T)	$\langle e/m \rangle$ (C/kg)

$$\text{unde } I_m = \frac{\sum_{k=1}^N I_k}{N}, \sigma_{I_m} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (I_k - I_m)^2}{N(N-1)}}, \varepsilon_{I_m} = \frac{\sigma_{I_m}}{I_m} \text{ iar } N=5.$$

Se calculează valoarea medie a curentului, se compară fiecare valoare a curentului cu valoarea medie, și se calculează sarcina specifică medie (folosind formula 7). Se calculează abaterea standard a mediei sarcinii specifice (folosind tot formula 7) și se obține

$$\sigma_{\langle e/m \rangle} = \varepsilon_{\langle e/m \rangle} \cdot \left\langle \frac{e}{m} \right\rangle, \text{ unde } \varepsilon_{\langle e/m \rangle} = 2\varepsilon_{I_m}. \text{ Se scrie}$$

rezultatul sub forma $e/m = \langle e/m \rangle \pm \sigma_{\langle e/m \rangle}$. Se compară sarcina specifică medie și abaterea sa cu valorile metrologice ale SI /6/.

5.1. Determinarea sarcinii specifice a electronului din dependența lui I în funcție de 1/r pentru o tensiune de accelerare fixată

Se fixează o tensiune de accelerare de 160 V și se mărește intensitatea curentului prin bobinele Helmholtz și se completează

Tabelul 2. Valorile curentului prin bobinele Helmholtz pentru o tensiune de grilă de 20 V, o tensiune de accelerare de 160 V și diverse raze ale traiectoriilor electronilor.

r (cm)	5	4	3	2
1/r				
I (A)				

Se reprezintă grafic dependența intensității I a curentului prin bobine în funcție de 1/r. Conform formulei (6), această dependență este dată de

$$I = \frac{5\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} \frac{R}{\mu_0 n} \frac{\sqrt{U}}{\sqrt{e}} \frac{1}{r} \quad (8)$$

deci este o dreaptă care trece prin origine și are panta

$$\text{teoretică } a = \frac{5\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} \frac{R}{\mu_0 n} \frac{\sqrt{U}}{\sqrt{e}}.$$

Panta experimentală a se obține din grafic. Se obține

$$\text{astfel valoarea sarcinii specifice } \frac{e}{m} = \frac{125}{32} \frac{R^2}{\mu_0^2 n^2} \frac{U}{a^2}.$$

5.2. Determinarea sarcinii specifice a electronului din dependența lui I² în funcție de U (rază fixată)

Tabelul 3. Valorile curentului prin bobinele Helmholtz în funcție de tensiunea de accelerare, pentru o tensiune de grilă de 20 V și o rază de 3 cm a traiectoriei

U (V)	120	160	200	240	280
I (A)					

Se reprezintă grafic dependența pătratului intensității curentului prin bobine în funcție de tensiunea de accelerare, care este o dreaptă cu panta teoretică,

$$\text{conform formulei (6), } b = \frac{125}{32} \frac{R^2}{\mu_0^2 n^2} \frac{1}{e} \frac{1}{r^2}, \text{ de unde}$$

se obține valoarea sarcinii specifice

$$\frac{e}{m} = \frac{125}{32} \frac{R^2}{\mu_0^2 n^2} \frac{1}{r^2} \frac{1}{b}.$$

5.3. Determinarea sarcinii specifice a electronului din dependența lui U în funcție de r² pentru un curent fixat

S-ar mai putea face și reprezentarea grafică: tensiunea de accelerare în funcție de pătratul razei traiectoriei circulare, pentru un curent fixat prin bobinele Helmholtz. Conform formulei (6), această dependență este dată de

$$U = \frac{32}{125} \frac{\mu_0^2 n^2 I^2}{R^2} \frac{e}{m} r^2 \quad (9)$$

deci este o dreaptă care trece prin origine și are panta

$$\text{teoretică } c = \frac{32}{125} \frac{\mu_0^2 n^2 I^2}{R^2} \frac{e}{m}, \text{ de unde se obține}$$

$$\text{valoarea sarcinii specifice } \frac{e}{m} = \frac{125}{32} \frac{R^2}{\mu_0^2 n^2 I^2} c.$$

Tabelul 4. Valorile tensiunii de accelerare a electronilor pentru diverse raze ale traiectoriilor electronilor, pentru o tensiune de grilă de 20 V și un curent prin bobinele Helmholtz de 1,70 A.

r (cm)	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
U (V)					

5.4* Determinarea sarcinii specifice a electronului din dependența lui I² în funcție de U/r² (numai pentru avansați, și pentru prelucrare automată pe calculator).

În locul ultimelor 3 tabele, se poate face un tabel general, Tabelul 5, căruia i se poate asocia și reprezentarea grafică a dependenței pătratului intensității curentului prin bobine în funcție de raportul U/r². Conform formulei (6), această dependență este o dreaptă care trece prin origine și are panta teoretică

$$d = \frac{125}{32} \frac{R^2}{\mu_0^2 n^2} \frac{1}{e} \frac{1}{m}, \text{ de unde se obține valoarea sarcinii}$$

$$\text{specifice } \frac{e}{m} = \frac{125}{32} \frac{R^2}{\mu_0^2 n^2 d}.$$

Tabelul 5. Valorile curentului prin bobinele Helmholtz pentru o tensiune de grilă de 20 V, diverse tensiuni de accelerare și diverse raze ale traiectoriilor electronilor.

U (V)	r = 5 cm		r = 4 cm		r = 3 cm		r = 2 cm	
	I (A)	e/m (C/kg)	I (A)	e/m (C/kg)	I (A)	e/m (C/kg)	I (A)	e/m (C/kg)
120								
140								
160								
180							-	-
200							-	-
220							-	-
240							-	-
260							-	-
280							-	-
300							-	-

Notă: Pozițiile marcate cu – în tabel nu se completează, curentul prin bobinele Helmholtz ar fi prea mare și ar putea duce la deteriorarea dispozitivului experimental, bobine și surse de alimentare.

Se calculează, cu aceste valori ale sarcinii specifice, media și o valoare *aproximativă* a abaterii standard a mediei (repetăm, numai dacă prelucrarea datelor se face automat, cu ajutorul unui program de calcul):

$$\langle e/m \rangle = \frac{\sum_{k=1}^K (e/m)_k}{K},$$

$$\sigma_{\langle e/m \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^K ((e/m)_k - \langle e/m \rangle)^2}{K(K-1)}},$$

$$\varepsilon_{\langle e/m \rangle} = \frac{\sigma_{\langle e/m \rangle}}{\langle e/m \rangle}, \text{ iar } K \text{ este numărul total de valori}$$

obținute.

În final, se compară diversele valori obținute ale sarcinii specifice (inclusiv cu cea mai precisă valoare metrologică /6/).

Întrebări și exerciții

1. Care este câmpul magnetic produs de un fir rectiliniu lung, parcurs de curent electric (mărime și direcție)?
2. Care este câmpul magnetic produs de o spiră circulară, parcursă de curent electric (mărime și direcție)?
3. Folosind legea Biot-Savart-Laplace, care dă câmpul magnetic produs de un element de curent de lungime $d\vec{l}$ într-un punct

caracterizat de vectorul de poziție \vec{r} , $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$, să se

determine câmpul magnetic produs de o spiră circulară, parcursă de un curent electric de intensitate I , într-un punct situat pe axa spirei.

4. Folosind rezultatul de la problema precedentă, să se calculeze câmpul magnetic produs de 2 spire circulare identice, cu aceeași

axă, parcurse de curenți electrici de aceeași intensitate I și în același sens, într-un punct situat pe axa spirelor. Să se reprezinte grafic această dependență, pentru diverse valori ale raportului d/R dintre distanța d dintre bobine și raza R a bobinelor.

5. Într-un punct situat în apropierea ecuatorului, o particulă încărcată pozitiv se mișcă de la est la vest. Determinați direcția și sensul câmpului magnetic terestru care produce această mișcare.

6. O particulă pozitivă se mișcă pe un cerc în direcția arătată pe diagramă. Care este direcția câmpului magnetic? Alegeți între: (a) perpendicular pe hîrtie, iese din hîrtie spre noi, (b) perpendicular pe hîrtie, intră în hîrtie dinspre noi. Explicați.



7. Care este raza traiectoriei circulare a electronilor liberi cu energia cinetică de 100 eV în magnetosfera terestră, unde

$B \cong 10^{-6} \text{ T}$? Dar raza traiectoriei protonilor de aceeași energie? Masele electronilor și protonilor și sarcina elementară sînt aproximativ $9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

8. Cum depinde viteza maximă cu care un automobilist poate aborda o curbă, în funcție de raza de curbură a curbei? La o viteză dată, cum depinde raza curbei care poate fi abordată în siguranță în funcție de starea pneurilor și de cea a șoselei? La o curbă și o viteză date, cum influențează pneurile și starea șoselei în funcție de masa autoturismului (sau camionului)? Explicați. Cine are rolul de forță centripetă în toate aceste cazuri? Încercați să găsiți o dependență între raza de curbură, viteză și "starea pneurilor și a șoselei".

* Ca subiecte tangente sau corelate cu subiectul acestei lucrări de laborator, se mai poate discuta despre centurile van Allen, aurorele polare, radiația cosmică, vîntul solar, confinare magnetică în Tokamak, ciclotron, sincrotron, ...

Bibliografie

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_field
2. https://en.wikipedia.org/wiki/Lorentz_force
3. https://en.wikipedia.org/wiki/Helmholtz_coil
4. <http://physicsx.pr.erau.edu/HelmholtzCoils/>
5. <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?mu0>
6. <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?esme>