11. LASERE ŞI AMPLIFICATOARE LASER INTEGRATE

11.1. Generalităţi asupra ionilor pământurilor rare

Fibrele şi ghidurile optice de undă fabricate în cristalele dopate cu ionii pământurilor rare (sau oxizii acestora) permit obţinerea unor tranziţii radiative care satisfac condiţiile necesare pentru emisia laser [11.1]-[11.5].

Prin doparea fibrelor optice cu ionii de Er^{3+} au fost fabricate amplificatoare laser (*fibre optice amplificatoare*), iar prin doparea ghidurilor optice fabricate în Ti:$LiNbO_3$, Si etc. cu ionii pământurilor rare (Nd^{3+}, Er^{3+} etc.) a fost posibilă *integrarea monolitică* a amplificatoarelor optice, laserelor, modulatoarelor, comutatoarelor cât şi a altor dispozitive active şi pasive prin implementarea acestora pe acelaşi substrat [11.5]-[11.21].

De asemenea, ţinând seama de proprietăţile electrooptice, acustooptice şi neliniare remarcabile ale $LiNbO_3$, în combinaţie cu câştigul optic ridicat corespunzător ionilor pământurilor rare, este posibilă obţinerea unor noi dispozitive cum ar fi de exemplu: lasere care funcţionează în regim de comutare a pierderilor (*Q-switched*) sau de cuplare a modurilor (*mode-locking*), lasere acordabile, prin introducerea în cavitatea ghidului a unui filtru acustooptic sau electrooptic etc.

11.1.1. Configuraţia electronică a ionilor pământurilor rare

Particularitatea acestei grupe de elemente este determinată de faptul că posedă un înveliş electronic profund, incomplet, corespunzător electronilor $4f$. Configuraţia electronică a pământurilor rare este de forma $(\mathrm{Xe})4f^N 6s^2$ sau $(\mathrm{Xe})\,4f^{N-1}5d6s^2$ $(N = 0 \div 14)$, unde (Xe) reprezintă configuraţia saturată a gazului rar, xenon. Ionizarea pământurilor rare în starea lor trivalentă (starea de oxid fiind cel mai des întâlnită în matrice cristaline) constă în a *îndepărta* de nucleu 2 electroni 6*s* slab legaţi şi 1 electron $4f$ sau $5d$, rezultând în final configuraţia fundamentală $(\mathrm{Xe})4f^N$. Electronii $4f$ au energia mai mică decât electronii $5s^2 5p^6$ de (Xe), care însă au întinderea spaţială a funcţiei de undă mai mică. Deci substratul electronic $4f$ este protejat de influenţa câmpului cristalin de către substraturile $5s^2 5p^6$ şi această ecranare reduce cuplajul fonon-ion.

Acest fapt are ca rezultat apariţia unui ansamblu de tranziţii permise care se manifestă în spectrele de absorbţie şi emisie printr-o mulţime de linii fine (cu lărgimi de ordinul a câtiva cm^{-1}) care caracterizează spectrele atomilor şi ionilor, mai ales în stare gazoasă decât în matrici cristaline, cristale metalice sau semiconductoare.

11.1.2. Nivelurile energetice ale ionilor pământurilor rare

Numărul total de niveluri energetice care pot exista în cazul a N electroni $4f$ este C_{14}^{4}, în cazul ionilor de Nd^{3+} acesta devenind 364 $(N=3)$. Numeroasele niveluri care corespund configuraţiei electronice $4f^{N}$ ne dau o idee despre tranziţiile posibile şi accesibile suferite de ionii pământurilor rare, care se pot afla într-un domeniu spectral ce se întinde trecând prin vizibil din domeniul ultraviolet îndepărtat până în domeniul infraroşu îndepărtat şi chiar microunde apropiat. Clasificarea nivelelor energetice poate fi făcută cu ajutorul regulilor cuplajului L-S (Russell-Saunders).

Câmpul cristalin distruge simetria sferică care caracterizează ionul liber (în fază gazoasă) şi ridică parţial degenerarea nivelurilor atomice dând naştere la $2j+1$ sau $(2j+1)/2$ *niveluri Stark*, după cum numărul cuantic intern j ia valori intregi sau semiîntregi. Ţinând seama de paritate (regula lui Laporte) tranziţiile de dipol electric între diferite configuraţii sunt interzise. De fapt, acestea sunt posibile ca urmare a suprapunerii funcţiilor de undă a stărilor $4f$ cu cele corespunzătoare unei configuraţii excitate de simetrie opusă (mai ales $4f^{N-1}5d$).

Cuplajul poate fi realizat atât din punct de vedere *static* prin intermediul componentelor de simetrie impare ale câmpului cristalin când ionul se găseşte într-o poziţie care nu este centrosimetrică (cazul $LiNbO_3$), cât şi *dinamic*, de componentele de simetrie impare ale vibraţiilor cristalului pentru o poziţie centrosimetrică a ionului (cazul matricei $Y_3Al_5O_{12}$ sau YAG). Deşi acest cuplaj este slab, tranziţiile de dipol electric au fost observate experimental şi le domină pe cele de dipol magnetic care sunt permise de regulile de selecţie.

Mediile active care sunt dopate cu ionii de Nd^{3+} diferă de cele dopate cu ionii Er^{3+} prin proprietăţile sistemelor laser cărora le aparţin, cu patru şi respectiv cu trei niveluri energetice.

11.2. Fibre optice amplificatoare

Modelarea amplificării optice în fibrele dopate cu ioni de Er^{3+} se bazează pe teoria electromagnetismului, mecanica cuantică şi fizica laserelor. Fibrele optice dopate cu ioni de Er reprezintă un sistem care combină caracteristicile unui laser monomodal integrat cu cele ale unui laser având ca mediu activ sticla dopată cu ionii de Er^{3+} [11.1].

11.2.1. Ecuaţiile ratelor pentru radiaţiile de pompaj şi semnal

Fibra optică dopată cu ioni de Er^{3+} şi excitată cu o radiaţie având lungimea de undă λ=1480 nm, lungimea de undă a radiaţiei laser fiind λ=1530 nm, (foarte des utilizată în telecomunicaţiile optice) poate fi considerată ca fiind un mediu activ cu trei niveluri energetice (fig. 3. 1). Pe baza modelului teoretic prezentat în lucrarea [11.5] ecuațiile ratelor corespunzătoare populațiilor celor trei nivele energetice sunt de forma:

$$\frac{\mathrm{d}N_3}{\mathrm{d}t} = R(N_1 - N_3) - A_{32}N_3, \tag{11.1}$$

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = W_{12}N_1 - W_{21}N_2 - A_{21}N_2 + A_{32}N_3, \tag{11.2}$$

$$\frac{\mathrm{d}N_1}{\mathrm{d}t} = R(N_3 - N_1) + W_{21}N_2 - W_{12}N_1 + A_{21}N_2, \tag{11.3}$$

în care: $N_i \; (i = 1, 2, 3)$ reprezintă populațiile celor trei nivele, $R_{13} = R_{31} = R$ este rata de pompaj de pe nivelul 1 pe nivelul 3, W_{21} este rata de emisie indusă şi respectiv W_{12} de absorbție (ambele fiind proporționale cu numărul de fotoni), $\tau_{ij} = \frac{1}{A_{ij}}$ sunt constantele de timp de relaxare spontană între nivelurile i şi j (timpul de relaxare τ_{31} este suficient de mare astfel încât termenul corespunzător se poate neglija, iar nivelul 2 este metastabil). În scrierea ecuațiilor (11.1)-(11.3) nu s-a ținut seama de excitarea ionilor de Er^{3+} de pe nivelul metastabil pe un al patrulea nivel energetic în urma absorbției radiațiilor de pompaj sau semnal.

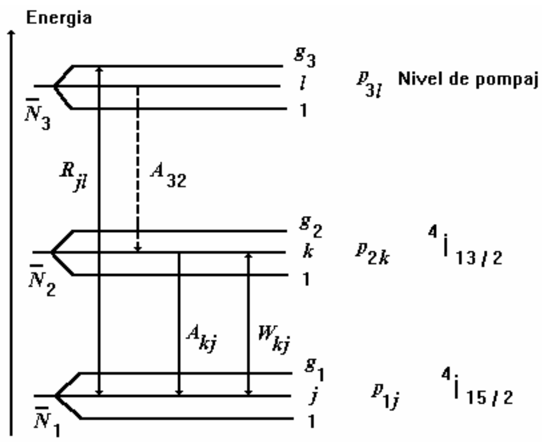

Fig. 11. 1. Diagrama nivelurilor energetice corespunzătoare ionului de Er^{3+} despicate prin efect Stark.

Întrucât

$$N_1 + N_2 + N_3 = N_0, \tag{11.4}$$

N_0 reprezentând numărul total de ioni din mediul activ, se poate scrie că:

$$\frac{\mathrm{d}N_1}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}N_3}{\mathrm{d}t}=0\,. \tag{11.5}$$

Considerând că rata tranzițiilor neradiative A_{32} este mult mai mare decât cea de pompaj, R $(A_{32} >> R)$, în cazul staționar $\left(\frac{\mathrm{d}N_i}{\mathrm{d}t}=0\right)$ din ecuațiile (11.1)-(11.4), rezultă:

$$N_1 = N_0\frac{1+W_{21}\tau}{1+R\tau+W_{21}\tau+W_{12}\tau}, \tag{11.6}$$

$$N_2 = N_0\frac{R\tau+W_{12}\tau}{1+R\tau+W_{21}\tau+W_{12}\tau}, \tag{11.7}$$

unde $\tau = 1/A_{21}$ este timpul de viață de fluorescență.

În cazul când nivelurile energetice individuale sunt despicate prin efect Stark, cum se întâmplă şi în cazul ionilor de Er^{3+} (fig. 11. 1)

$$N_{nm} = \frac{\exp[(E_m-E_n)/k_BT]}{\sum\limits_{m=1}^{g_n}\exp[(E_m-E_1)/k_BT]}N_n = p_{nm}N_n\,, \tag{11.8}$$

unde g_n reprezintă degenerările nivelurilor, iar p_{nm} defineşte distribuția Boltzmann (probabilitatea de ocupare a subnivelurilor).

Introducând ratele totale de pompaj,

$$\mathcal{R}_{13} = \sum_j\sum_l R_{lj}p_{1j} = \mathcal{R}\,,\ \mathcal{R}_{31} = \sum_j\sum_l R_{lj}p_{3l} = \mathcal{R}\,, \tag{11.9}$$

de emisie indusă,

$$\mathcal{W}_{21} = \sum_j\sum_k W_{kj}p_{2l}\,, \tag{11.10}$$

de absorbție,

$$\mathcal{W}_{12} = \sum_j\sum_k W_{kj}p_{1j}\,, \tag{11.11}$$

şi respectiv emisie spontană

$$\mathcal{A}_{21} = \sum_j\sum_k A_{kj}p_{2k}\,, \tag{11.12}$$

ecuațiile (11.1)-(11.3), devin:

$$\frac{\mathrm{d}\overline{N}_3}{\mathrm{d}t} = \mathcal{R}\left(\overline{N}_1-\overline{N}_3\right)-\mathcal{A}_{32}\overline{N}_3\,, \tag{11.13}$$

$$\frac{d\overline{N}_2}{dt} = \mathcal{W}_{12}\overline{N}_1 - \mathcal{W}_{21}\overline{N}_2 - \mathcal{A}_{21}\overline{N}_2 + \mathcal{A}_{32}\overline{N}_3, \tag{11.14}$$

$$\frac{d\overline{N}_1}{dt} = \mathcal{R}\left(\overline{N}_3 - \overline{N}_1\right) + \mathcal{W}_{21}\overline{N}_2 - \mathcal{W}_{12}\overline{N}_1 + \mathcal{A}_{21}\overline{N}_2, \tag{11.15}$$

unde

$$\sum_m N_{nm} = \sum_m p_{nm}\overline{N}_n = \overline{N}_n. \tag{11.16}$$

Pentru a lua în considerare efectul de confinare al luminii se consideră că ionii de Er^{3+} au o distribuție radială, adică: $N_0 = N_0(r)$.

Dacă un semnal coerent având intensitatea I_s (puterea pe arie) şi lungimea de undă λ_s parcurge un mediu activ de grosime dz cu populațiile N_1 pe nivelul fundamental şi respectiv N_2 pe nivelul excitat intensitatea acestuia variază după legea [11.1], [11.4]:

$$dI_s = \{\sigma_{21}(\lambda_s)N_2 - \sigma_{12}(\lambda_s)N_1\}I_s dz \tag{11.17}$$

unde $\sigma_{12}(\lambda_s) = \sigma_a(\lambda_s)$ şi $\sigma_{21}(\lambda_s) = \sigma_e(\lambda_s)$ reprezintă *secțiunile eficace de absorbție* şi respectiv *emisie*. Considerând că semnalul este ghidat într-o fibră monomodală, acesta este cuplat într-un mod care are o distribuție spațială finită în planul transversal al fibrei, iar anvelopa modului este definită de funcția $\psi(r,\varphi)$, (r,φ) reprezentând coordonatele cilindrice transversale, z fiind coordonata longitudinală. Distribuția *intensității semnalului*, $I_s(r,\varphi)$ în planul transversal al fibrei cu secțiunea, S poate fi definită cu ajutorul puterii cuplate într-un mod, P_s sub forma:

$$I_s(r,\varphi) = P_s \frac{\psi_s(r,\varphi)}{\int_S \psi_s(r,\varphi) r\,dr\,d\varphi} \tag{11.18}$$

în care: $P_s = \int_S I_s(r,\varphi) r\,dr\,d\varphi$.

Pe baza celor prezentate *rata puterii optice corespunzătoare semnalului ghidat într-un mod* devine:

$$\frac{dP_s}{dz} = \sigma_a(\lambda_s)P_s \int_S \{\eta(\lambda_s)N_2(r,\varphi) - N_1(r,\varphi)\}\psi_s(r,\varphi) r\,dr\,d\varphi \tag{11.19}$$

unde

$$\eta(\lambda_s) = \frac{\sigma_e(\lambda_s)}{\sigma_a(\lambda_s)}, \tag{11.20}$$

$$\overline{\psi}_s(r,\varphi)=\frac{\psi_s(r,\varphi)}{\int\limits_S \psi_s(r,\varphi) r \mathrm{d}r \mathrm{d}\varphi} \tag{11.21}$$

reprezintă *anvelopa normalizată a modului corspunzător semnalului*.

Cu ajutorul relației (11.21) se poate defini *raza modului puterii*, ω_s sub forma:

$$\omega_s=\left[\frac{1}{\pi}\int\limits_S \psi_s(r,\varphi) r \mathrm{d}r \mathrm{d}\varphi\right]^{1/2}=\left[2\int\limits_S \psi_s(r) r \mathrm{d}r\right]^{1/2}. \tag{11.22}$$

În cazul unui mod HE_{11} corespunzător semnalului raza modului puterii (relația (11.22)) devine [11.1]:

$$\omega_s=a\frac{VK_1(W)}{UK_0(W)}J_0(U), \tag{11.23}$$

unde a este raza miezului fibrei, V este frecvența normalizată, U, W sunt parametrii valorilor proprii, iar $J_0, K_{0,1}$ sunt funcțiile Bessel care descriu modul. În aproximația gaussiană

$$\psi_s(r)=\exp\left(-\frac{r^2}{\omega_s^2}\right), \tag{11.24}$$

iar raza modului puterii, ω_s corespunde distanței la care $\psi_s(r)$ scade la $\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Aplicând cele prezentate în cazul radiației de pompaj cu lungimea de undă λ_p *rata puterii optice corespunzătoare pompajului ghidat*, P_p în modul fundamental al fibrei devine:

$$\frac{\mathrm{d}P_p}{\mathrm{d}z}=\sigma_a(\lambda_p)P_p 2\pi\int\limits_S N_1(r)\overline{\psi}_p(r) r \mathrm{d}r \tag{11.25}$$

unde $\overline{\psi}_p(r)$ reprezintă *profilul normalizat al modului pompajului*.

11.2.2. Amplificarea emisiei spontane

Generarea zgomotului în amplificatoarele optice este determinată de dezexcitările spontane ale atomilor, ionilor, moleculelor care formează mediul activ. Fotonii rezultați în urma tranzițiilor spontane pe nivelul fundamental nu prezintă proprietăți de coerență la fel ca cei corespunzători semnalului incident şi respectiv cei care sunt emişi stimulat. Aceşti fotoni sunt amplificați în fibră (*amplificarea emisiei spontane-**A**mplified **S**pontaneous **E**mission-**ASE***) generând un zgomot care se adaugă semnalului.

Numărul de fotoni emişi spontan, $\mathrm{d}n(\nu)$ în elementul de volum $\mathrm{d}V = \pi\omega_s^2\mathrm{d}z$ din mediul activ în direcția de propagare pozitivă z având frecvența cuprinsă în intervalul $\nu, \nu + \Delta\nu$ este dat de relația:

$$\mathrm{d}n(\nu) = A_{21}g(\nu)\delta\nu\frac{\Delta\Omega}{4\pi}\int_S N_2(r,\varphi)\overline{\psi}_s(r,\varphi)r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi \tag{11.26}$$

în care:

$$g(\nu) = \frac{8\pi n^2\tau\sigma_e(\nu)}{\lambda_s^2} \tag{11.27}$$

caracterizează forma liniei spectrale, iar $\Delta\Omega/4\pi$ reprezintă fracțiunea din lumina emisă spontan care captată de fibră. Unghiul solid, $\Delta\Omega$ poate fi definit ca şi în cazul radiației corpului negru sub forma:

$$\Delta\Omega = \frac{\lambda_s^2}{\pi n^2\omega_s^2}, \tag{11.28}$$

în care: n este indicele de refracție al mediului.

Pe baza celor prezentate puterea corespunzătoare emisiei spontane P_{es} este dată de relația:

$$P_{es} = h\nu\mathrm{d}n(\nu), \tag{11.29}$$

iar rata puterea corespunzătoare emisiei spontane devine:

$$\frac{\mathrm{d}P_{es}}{\mathrm{d}z} = 2P_0\sigma_e(\nu)\int_S N_2(r,\varphi)\overline{\psi}_s(r,\varphi)r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi, \tag{11.30}$$

unde $P_0 = h\nu\Delta\nu$ reprezintă *puterea corespunzătoare unui foton emis spontan în banda* $\delta\nu$ fiind echivalentă unui *zgomot la intrare*.

Ținând seama de amplificarea emisiei spontanea, ecuația care descrie *amplificarea semnalului şi a zgomotului generat în urma emisiei spontane* (relația (11.19)) devine:

$$\frac{\mathrm{d}P_s}{\mathrm{d}z} = \sigma_a(\lambda_s)2\pi\int_S\{\eta(\lambda_s)N_2(r)[P_s(\lambda_s)+2P_0]-N_1(r,\varphi)\}\overline{\psi}_s(r)r\mathrm{d}r. \tag{11.31}$$

Relațiile (11.1)-(11.3) (sau (11.13)-(11.15)), (11.25) şi (11.31) stau la baza modelării amplificării optice în fibrele optice şi, în general, se rezolvă numeric pentru diferite profiluri ale indicelui de refracție, pompajului şi semnalului.

11.3. Lasere integrate

11.3.1. Dispozitive active integrate dopate cu neodim

Printre primele dispozitive active integrate fabricate în ghiduri optice de undă având ca substrat niobatul de litiu ($LiNbO_3$) dopat cu neodim se numără laserele care operează la lungimea de undă λ_s=1,08 μm şi amplificatoarele laser.

În cazul laserului s-a obţinut o putere de aproximativ 14 mW, iar pentru amplificator un câştig de 7,5 dB [11.2].

Funcţionarea acestor dispozitive se bazează pe proprietăţile laser foarte bune ale ionilor de Nd^{3+} care determină emisia stimulată la λ_s=1080 nm în cazul considerării dispozitivului ca un sistem cu patru niveluri. Matricea de $LiNbO_3$ modifică prin câmpul cristalin specific niveluri energetice ale ionului de Nd^{3+}.

Cunoscând datele spectroscopice obţinute în urma măsurării spectrului de absorbţie şi fluorescenţă în configuraţia de ghid optic de undă şi ţinând seama de valorile celorlalţi parametri care caracterizează ghidurile este posibilă elaborarea unui model teoretic de evaluare a puterii de prag (în cazul funcţionării dispozitivului ca laser) şi respectiv câştigului (în cazul funcţionării dispozitivului ca amplificator laser) în vederea comparării acestora cu rezultatele obţinute experimental [11.2]- [11.16].

Niveluri de energie ale ionului de Nd^{3+}. Ionii de Nd^{3+} substituie cu aceeaşi probabilitate ionii de Li^{+} şi respectiv de Nb^{3+} în reţeaua $LiNbO_3$ generând un spectru de fluorescenţă format din linii care au o structură de dublet în urma tranziţiilor din stările excitate (fig. 11. 2).

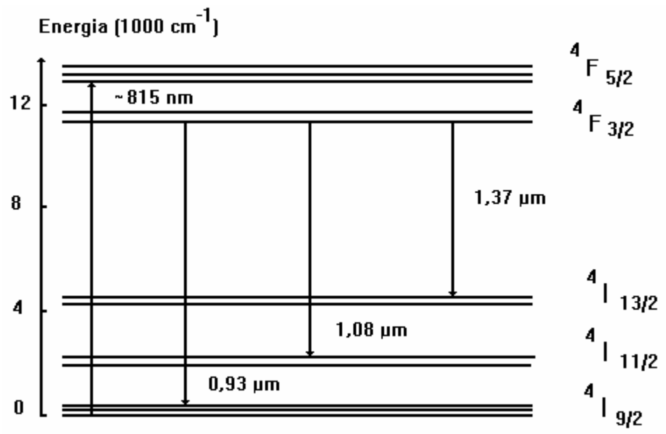

Fig. 11. 2. Schema nivelurilor energetice ale ionului de Nd^{3+} în reţeaua $LiNbO_3$.

Câmpul cristalin al $LiNbO_3$ (care prezintă o simetrie axială) produce o despicare a nivelurilor energetice ale celor patru electroni $4f$ ai ionilor de Nd^{3+} prin efect Stark, termenul cu momentul cinetic total j despicându-se într-un multiplet cu $(2j+1)/2$ linii dublu degenerate. Ionii de Nd^{3+} introduşi în reţeaua $LiNbO_3$ prezintă o bandă largă de absorbţie in jurul lungimii de undă

$\lambda_p \approx 815$ nm (corespunzătoare tranziției $^4I_{9/2} \rightarrow {}^4F_{5/2}$) permițând efectuarea pompajului cu ajutorul diodelor laser de tip AlGaAs.

Spectrul de absorbție al Nd^{3+}:$LiNbO_3$ (Nd având o concentrație de 0,2 % corespunzătoare unei valori de $\approx 4{,}15 \times 10^{19}$ cm^{-3}) prezintă un coeficient de absorbție maxim de 3,7 cm^{-1} în polarizarea π, astfel încât mai mult de 97 % din radiația de pompaj este absorbită într-o probă de 1 cm (fig. 11. 3) [11.2].

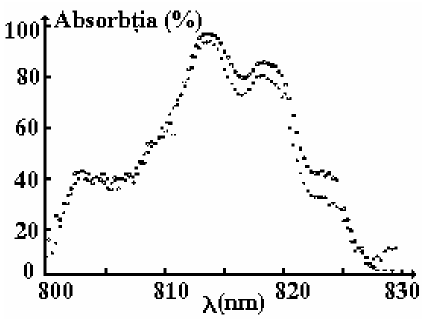

Fig. 11. 3. Spectrul de absorbție în polarizarea π ($\vec{E}$ II axa *z* a cristalului) a unei probe de Nd^{3+}:Mg:$LiNbO_3$ într-un cristal de 11,3 mm lungime (*) şi respectiv într-un ghid optic obținut prin schimb protonic (°).

Prin doparea cu MgO pentru a reduce pierderile optice spectrul de absorbție nu se modifică prea mult. Structura fină apare din cauza tranzițiilor între diferite subniveluri ale nivelurilor despicate prin efect Stark. Din analiza spectrului de fluorescență ghidată în cele două regiuni (care nu diferă prea mult de cel obținut în cristal) se observă că maximul principal se obține în polarizarea π ($\vec{E}$ II cu axa z a cristalului) determinând o valoare ridicată a secțiunii de emisie care facilitează oscilația laser pentru această polarizare.

În figura 11. 4 este prezentat spectrul de fluorescență al unui ghid optic de tip canal obținut prin difuzia Ti în Nd^{3+}:Mg:$LiNbO_3$ în jurul valorii λ_s=1,08 μm (corespunzătoare tranziției $^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ (fig. 11. 4 a)) şi respectiv λ_s=1,38 μm (corespunzătoare tranziției $^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ (fig. 11. 4 b)) în urma excitării cu o diodă laser cu $\lambda_p \approx 815$ nm.

Timpul de viață de fluorescență pentru λ_s=1,08 μm (corespunzătoare tranziției $^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$) în cazul ghidurilor obținute prin difuzia Ti în Nd:Mg:$LiNbO_3$ are valoarea τ=98 μs, iar în cazul celor obținute prin schimb protonic τ=109 μs, aceste valori fiind cu ceva mai mici decât în cazul celui obținut în cristal, τ=120 μs.

Modelarea funcţionării laser în ghidurile optice de tip $LiNbO_3$ dopate cu Nd^{3+}. Pentru a modela funcţionarea laser în ghidurile oprice de tip $LiNbO_3$ dopate cu neodim se consideră o diagramă energetică simplificată (fig. 11. 5) în care se neglijează despicările Stark ale nivelurilor energetice. În aceste condiţii se poate considera că laserul funcţionează ca un sistem cu patru nivurile energetice, pompajul efectuându-se cu o radiaţie având $\lambda_p \approx 815$ nm, iar emisia laser se obţine pentru $\lambda_s = 1,08$ μm.

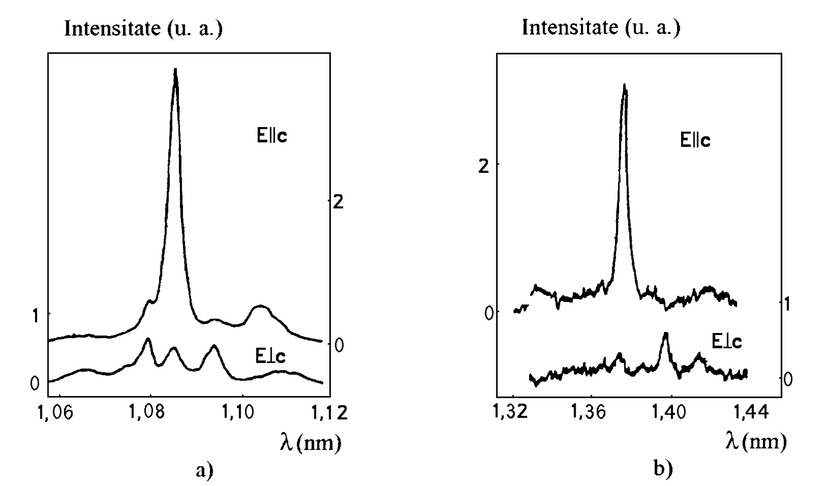

Fig. 11. 4. Spectrul de fluorescenţă al unui ghid de Nd^{3+}:Mg:Ti:$LiNbO_3$ excitat cu o diodă laser ($\lambda_p \approx 815$ nm).

Starea fundamentală 1 corespunde nivelului energetic $^4I_{9/2}$, iar banda de pompaj 4 nivelului $^4F_{5/2}$. Tranziţia laser are loc între stările excitate 3 şi 2 care corespund nivelelor $^4F_{3/2}$ (metastabil) şi respectiv $^4I_{11/2}$. Ecuaţiile ratelor pentru populaţiile celor patru nivurile energetice se scriu sub forma:

$$\frac{\mathrm{d}N_4}{\mathrm{d}t} = R_{14}(N_1 - N_4) - A_{43}N_4 \tag{11.32}$$

$$\frac{\mathrm{d}N_3}{\mathrm{d}t} = -W_e N_3 - A_{32}N_3 + A_{43}N_4 \tag{11.33}$$

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = W_e N_3 + A_{32}N_3 - A_{21}N_2 \tag{11.34}$$

$$\frac{\mathrm{d}N_1}{\mathrm{d}t} = -R_{14}(N_1 - N_4) + A_{21}N_2 \tag{11.35}$$

în care: N_i $(i = 1 \div 4)$ sunt densitățile de populație corespunzătoare nivelurilor energetice *i* caracterizate de timpii de viață τ_i, R_{14} este rata de pompaj, A_{ij} sunt ratele tranzițiilor spontane, iar W_e este rata tranziției stimulate de pe nivelul 3 pe nivelul 2. În scrierea ecuațiilor de rată s-a neglijat absorbția rezultată în urma tranzițiilor de pe nivelul 2 pe nivelul 3, ținând seama că rata de tranziție A_{21} are valoare mare ca rezultat al unei densități mici de populație N_2.

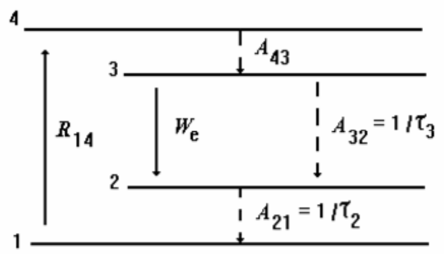

Fig. 11. 5. Diagrama simplificată a nivelurilor energetice în cazul unui laser integrat de tip $LiNbO_3$ dopat cu neodim.

Considerând o rată de tranziție A_{43} mare, în ecuațiile (11.33) și (11.33) se poate aproxima diferența de populație $(N_1 - N_2)$ cu N_1. În regim de stare staționară toate derivatele de ordinul întâi fiind zero, se obține relația:

$$R_{14}N_1 = A_{43}N_4 = A_{21}N_2 . \tag{11.36}$$

Înlocuind termenul $R_{14}N_1$ în relațiile (11.32)-(11.35) se obține pentru regimul de stare staționară relația: $0 = -W_e N_3 - A_{32}N_3 + R_{14}N_1$. Pe baza aproximațiilor făcute se poate considera că densitatea de populație totală N_0 (corespunzătoare concentrației dopantului Nd^{3+}) poate fi aproximată cu $N_0 = N_1 + N_3$, astfel că densitățile de populație ale nivelurilor fundamental (1) și excitat (3) devin:

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{W_e + A_{32}}{W_e + A_{32} + R_{14}} \tag{11.37}$$

$$\frac{N_3}{N_0} = \frac{R_{14}}{W_e + A_{32} + R_{14}} . \tag{11.38}$$

În relațiile (11.37), (11.38)

$$R_{14} = \sigma_p^a I_p(x, y, z)/ h\nu_p \tag{11.39}$$

$$W_e = \sigma_s^e I_s(x, y, z)/ h\nu_s \tag{11.40}$$

$$A_{32} = 1/\tau_3 \tag{11.41}$$

sunt ratele de tranziţie de pompaj, de emisie stimulată şi respectiv spontană,

$$I_p = P_p(0) p_0(x,y) p(z) \tag{11.42}$$

$$I_s = P_s(0) s_0(x,y) s(z) \tag{11.43}$$

sunt intensităţile modurilor pompajului şi semnalului [11.2], iar σ_p^a şi σ_s^e reprezintă secţiunile eficace de absorbţie şi emisie stimulată. ν_p şi ν_s sunt frecvenţele radiaţiei de pompaj şi semnalului, iar h constanta Planck.

Distribuţiile intensităţilor sunt normalizate printr-o integrare pe suprafaţa secţiunii ghidului de undă:

$$\int p_0(x,y)\mathrm{d}A = \int s_0(x,y)\mathrm{d}A = 1. \tag{11.44}$$

În relaţiile (11.33) şi (11.34) $P_p(0)$ şi $P_s(0)$ reprezintă puterile radiaţiilor de pompaj şi respectiv laser la intrarea în ghid, evoluţia acestora de-a lungul direcţiei de propagare fiind descrisă de termenii $p(z)$ şi $s(z)$ care verifică condiţiile la limită $p(0) = s(0) = 1$ [11.2].

Pentru a simplifica scrierea ecuaţiilor se introduce parametrul de saturaţie:

$$\tau_3 R_{14} = \frac{I_p}{I_{sat}} \tag{11.45}$$

unde intensitatea corespunzătoare saturaţiei este dată de relaţia:

$$I_{sat} = \frac{h\nu_p}{\tau_3 \sigma_p^a}. \tag{11.46}$$

Astfel, expresiile densităţilor de populaţie corespunzătoare celor două niveluri devin:

$$N_1 = \frac{1}{1 + \tau_3 R_{14}} N_0 \tag{11.47}$$

$$N_3 = \frac{\tau_3 R_{14}}{1 + \tau_3 R_{14}} N_0. \tag{11.48}$$

Evoluţia intensităţii radiaţiei de pompaj de-a lungul ghidului optic este descrisă de ecuaţia:

$$\frac{\mathrm{d}I_p}{\mathrm{d}z} = -\tilde{\alpha}_p I_p - \sigma_p^a N_1 I_p \tag{11.49}$$

în care: $\tilde{\alpha}_p$ reprezintă pierderile datorită fenomenului de împrăştiere.

Înlocuind expresia densităţii de populaţie N_1 dată de relaţia (11.47) în ecuaţia (11.49) ca rezultat al integrării acesteia din urmă şi ţinând seama de condiţia de normare a distribuţiei de moduri (relaţia (11.44)) se obţine:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\tilde{\alpha}_p p(z) - \sigma_p^a \int N_0(x,y) \frac{p_0(x,y)}{1 + \tau_3 R_{14}(x,y,z)} \mathrm{d}A \times p(z). \tag{11.50}$$

În general, ecuația diferențială (11.20) nu poate fi integrată decât numeric. Cu toate acestea, se obține o soluție analitică în cazul când intensitatea radiației de pompaj este scăzută și se poate descrie astfel câștigul mic al amplificării și respectiv funcționarea laserului la pragul de oscilație.

Considerând o intensitate de pompaj scăzută parametrul de saturație $\tau_3 R_{14}$ poate fi neglijat în numitorul ecuației (11.50) $\left(\tau_3 R_{14} << 1\right)$ astfel că aceasta poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{\mathrm{d}\,p}{\mathrm{d}\,z} = -\alpha_p p(z) \tag{11.51}$$

în care:

$$\alpha_p = \widetilde{\alpha}_p + \alpha_{p,ef}\,, \tag{11.52}$$

$$\alpha_{p,ef} = \sigma_p^a N_{ef}^p = \sigma_p^a \int N_0(x,y) p_0(x,y) \mathrm{d}\,A\,. \tag{11.53}$$

Presupunând că $N_0(x,y) = N_0 = \text{const.}$ se obține $\alpha_{p,ef} = \sigma_p^a N_0$. Cu aceste aproximații, și admițând că $p(0) = 1$, ecuația (11.51) are soluția de forma:

$$p(z) = p(0)\exp(-\alpha_p z) = \exp(-\alpha_p z). \tag{11.54}$$

În cazul unei intensități scăzute a radiației de pompaj scăderea exponențială a acesteia (11.54) este determinată de suma dintre coeficientul de pierderi la împrăștiere $\widetilde{\alpha}_p$ și coeficientul de absorbție efectiv al modului $\alpha_{p,ef}$ în timp ce în cazul unei intensități ridicate a radiației de pompaj scăderea acesteia este influențată de saturarea absorbției datorită depopulării puternice a stării fundamentale și coeficientul $\tau_3 R_{14}$ trebuie luat în considerare în ecuația (11.54).

În mod analog cu radiația de pompaj, evoluția semnalului (pentru câștig mic) este descrisă de ecuația:

$$\frac{\mathrm{d}\,I_s}{\mathrm{d}\,z} = -\widetilde{\alpha}_s I_s + \sigma_s^e N_3 I_s\,. \tag{11.55}$$

Înlocuind expresia densității de populație N_3 și a distribuției intensității semnalului I_s în urma integrării ecuației (11.55) pe secțiunea transversală eficace a ghidului se obține pentru funcția de câștig $g(z) = \ln[s(z)]$ ecuația:

$$\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{d}s/\mathrm{d}z}{s(z)} = -\widetilde{\alpha}_s + \sigma_s^e \tau_3 \int N_0(x,y) s_0(x,y) \frac{R_{14}(x,y,z)}{1+\tau_3 R_{14}(x,y,z)} \mathrm{d}A. \tag{11.56}$$

Întrucât rata de pompaj R_{14} depinde de $p(z)$, trebuie determinată mai întâi evoluția radiației de pompaj din ecuația (11.50). După aceea, evoluția semnalului poate fi determinată prin rezolvarea numerică a ecuației (11.56).

O soluție analitică aproximativă poate fi găsită în cazul unei intensități scăzute a radiației de pompaj prin neglijarea termenului $\tau_3 R_{14}$ în numitorul ecuaţiei (11.56). Înlocuind soluţia corespunzătoare intensităţii scăzute a radiaţiei de pompaj (11.41) în relaţia (11.56) se obţine următoarea ecuaţie:

$$\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}z} = -\tilde{\alpha}_s + \frac{\sigma_s^e}{I_{sat}} \int N_0(x,y) s_0(x,y) p_0(x,y) \mathrm{d}A \times P_p(0) \exp(-\alpha_p z). \quad (11.57)$$

Prin integrarea ecuaţiei (11.57) se obţine soluţia:

$$g(z) = -\tilde{\alpha}_s z + C_s \left[1 - \exp(-\alpha_p z)\right] P_p(0) \quad (11.58)$$

unde

$$C_s = \frac{\sigma_s^e}{\alpha_p I_{sat}} \int N_0(x,y) s_0(x,y) p_0(x,y) \mathrm{d}A. \quad (11.59)$$

Se obţine câştig pozitiv la intrarea în ghid (de exemplu, pentru $\alpha_p z << 1$) dacă puterea $P_p(0)$ la intrarea în acesta este mai mare decât o valoare critică, $P_p^c(0)$, corespunzătoare pierderilor semnalului prin împrăştiere care sunt descrise de termenul $\tilde{\alpha}_s z$:

$$P_p^c(0) = \frac{\tilde{\alpha}_s}{\alpha_p C_s} = \frac{\tilde{\alpha}_s I_{sat}}{\sigma_s^e \int N_0(x,y) s_0(x,y) p_0(x,y) \mathrm{d}A}. \quad (11.60)$$

În cazul când ghidul prezintă o concentraţie omogenă a dopantului $(N_0(x,y) = N_0 = \text{const.})$ puterea critică poate fi scrisă sub forma:

$$P_p^c(0) = \frac{h\nu_p}{\tau_3 \sigma_p^a \sigma_s^e} \cdot \frac{\tilde{\alpha}_s}{N_0 \int s_0(x,y) p_0(x,y) \mathrm{d}A}. \quad (11.61)$$

Primul factor al relaţiei (11.31) este determinat de proprietăţile materialului, iar cel de-al doilea de distribuţia modului şi respectiv a concentraţiei dopantului, ambele putând fi ajustate şi optimizate. Pentru ca radiaţia să fie amplificată eficient (de exemplu, pentru a reduce $P_p^c(0)$ cât mai mult posibil) trebuie obţinute ghiduri optice de undă cu pierderi mici, secţiune transversală eficace cât mai mică şi o suprapunere cât mai bună între distribuţia modului şi cea a dopantului (Nd în cazul de faţă). Mărimea $1/\left(\int s_0(x,y) p_0(x,y) \mathrm{d}A\right)$ poate fi interpretată ca o arie efectivă de pompaj A_{ef} pentru o anumită concentraţie omogenă a dopantului:

$$C_s^o = \frac{\sigma_s^e}{\alpha_p I_{sat}} \cdot \frac{N_0}{A_{ef}}. \quad (11.62)$$

Aşa cum se poate observa din relaţia (11.58) există o lungime optimă a ghidului l_{opt} dată de relaţia:

$$l_{opt} = -\frac{1}{\alpha_p} \ln\left[\frac{P_p^c(0)}{P_p(0)}\right] \tag{11.63}$$

pentru care câştigul are o valoare maximă:

$$g_{\max} = g(l_{opt}) = \frac{\widetilde{\alpha}_s}{\alpha_p} \ln\left[\frac{P_p^c(0)}{P_p(0)}\right] + C_s\left[P_p(0) - P_p^c(0)\right]. \tag{11.64}$$

În cazul unui ghid optic de undă de tip canal Nd:Mg:LiNbOO_3 obținut prin schimb protonic evoluția câştigului (pentru puteri de pompaj scăzute $P_p(0)$=0; 1; 5 mW) rezultat prin integrarea numerică a ecuației (11.56) precum şi pentru o soluție analitică aproximativă este prezentată în figura 11. 6.

Pentru evaluarea câştigului s-au folosit următoarele valori ale parametrilor:

$\sigma_s^e = 1{,}7\times10^{-19}\ \text{cm}^2, \alpha_p \approx \alpha_{p,ef} = 3{,}7\ \text{cm}^{-1}, I_{sat} = 2{,}5\times10^4\ \text{Wcm}^{-2}$,

$N_0 = 4{,}15\times10^{19}\ \text{cm}^{-3}$, $A_{ef} = 35\,\mu\text{m}^2, C_s^{om} = 215\ \text{W}^{-1}, \widetilde{\alpha}_s = 0{,}0924\text{cm}^{-1}$,

$P_p^c(0) = 114\ \mu\text{W}$, $\tau_3 = 109\ \mu\text{s}$, $\sigma_p^a = 8{,}9\times10^{-20}\ \text{cm}^2$.

Aşa cum se poate observa şi din figura 11. 6 în care este prezentată dependența câştigului de puterea cuplată în ghid pentru radiația de pompaj sunt necesare puteri mai mari de 2 mW.

Câştigul creşte rapid cu creşterea puterii radiației de pompaj determinând o lungime optimă a ghidului care depinde de nivelul puterii de pompaj. Peste această lungime optimă puterea radiației de pompaj este absorbită în întregime, mărirea în continuare a lungimii ghidului nemaiputând determina o nouă creştere a câştigului.

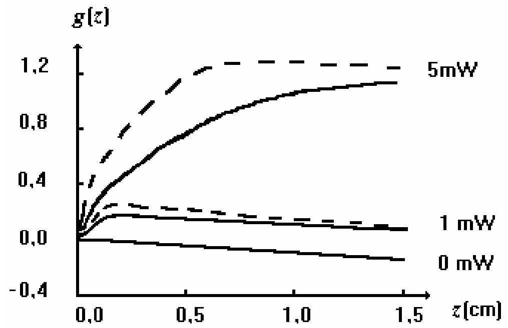

Fig. 11. 6. Evoluția câştigului pentru diferite valori ale puterii de pompaj ($P_p(0)$ = 0; 1; 5 mW) într-un ghid optic de undă de tip canal Nd:Mg:LiNbO$_3$ obținut prin schimb protonic; curba continuă corespunde rezultatelor obținute prin integrarea numerică a ecuației (11.56), iar cea întreruptă soluției analitice aproximative a ecuației (11.58).

Din contră, mărind în continuare lungimea ghidului câştigul se micşorează datorită pierderilor la propagare a semnalului; deci lungimea optimă poate fi definită ca lungimea minimă a ghidului pentru care se obține amplificarea semnalului.

Evaluarea teoretică a caracteristicilor de prag ale laserelor integrate de tip $Nd^{3+}:LiNbO_3$. Pe baza modelului teoretic prezentat la paragraful 11.3.1., s-a demonstrat posibilitatea amplificării optice într-un ghid optic de undă.

Până în prezent pentru fabricarea rezonatorului unui laser integrat cel mai des s-au folosit oglinzile dielectrice depuse în vid pe cele două fețe de ieşire polizate ale ghidului optic activ (fig. 11. 7).

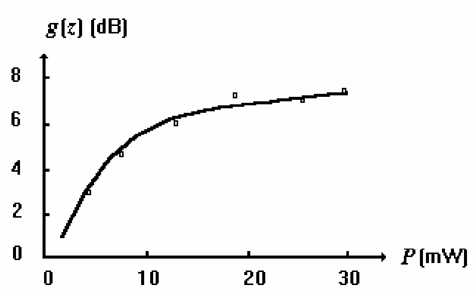

Fig. 11. 7. Câştigul la semnal mic (λ_s=1,084 μm) în cazul unui ghid (canal) de 5,9 mm lungime în funcție de puterea cuplată în ghid $\lambda_p \approx 815$ nm. Curba continuă corespunde rezultatelor teoretice obținute prin integrarea numerică a ecuației (11.56).

Radiația de pompaj (având λ=0,814 μm, de exemplu) este cuplată la una din extremitățile ghidului şi este în mare parte absorbită de-a lungul acestuia. Cele două oglinzi (având reflectivitățile R_1 şi R_2) sunt depuse direct la cele două capete, una dintre acestea fiind transparentă (pentru radiația cu λ=814 nm, iar cealaltă pentru radiația având λ=1,084 μm (fig. 11. 8)).

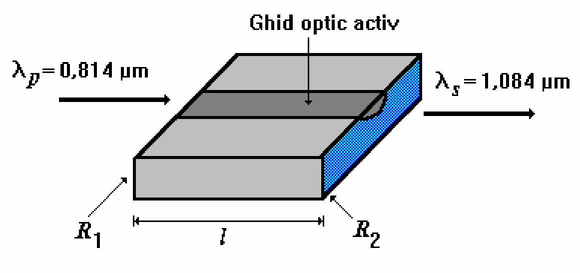

Fig. 11. 8. Schema unui laser ghidat de tip $Nd^{3+}:LiNbO_3$.

Modelul teoretic prezentat anterior în cazul unui pompaj cu intensitate scăzută poate fi utilizat pentru evaluarea puterii de pompaj la prag $P_p^p(0)$ a unui oscilator laser integrat precum şi pentru evaluarea eficienţei caracteristicilor laserului η_i. Pentru aceasta se consideră că pierderile prin transmisie

$$\delta = -\ln(R_1 R_2) \tag{11.65}$$

ale unei cavităţi de lungime l având depuse la capete două oglinzi cu reflectivităţile R_1, R_2 corespunzătoare semnalului optic sunt compensate în urma unei treceri prin cavitate de câştigul optic. Deci câştigul la prag $g_p(l)$ este fixat de pierderi prin intermediul relaţiei:

$$2g_p(l) = \delta. \tag{11.66}$$

Înlocuind condiţia (11.66) în relaţia care dă câştigul (11.58) se poate obţine puterea de pompaj la prag sub forma:

$$P_p^p(0) = \frac{\delta/2 + \tilde{\alpha}_s l}{C_s\left[1 - \exp\left(-\alpha_p l\right)\right]}. \tag{11.67}$$

Considerând o dopare omogenă a ghidului cu ionii de Nd^{3+} având concentraţia N_0 în substrat şi de asemenea că pierderile prin împrăştiere ale modului de pompaj sunt mici se poate face următoarea aproximaţie:

$$\alpha_p = \tilde{\alpha}_p + \alpha_{p,ef} \approx \alpha_{p,ef} = \sigma_p^a N_0, \tag{11.68}$$

iar relaţia (11.67) devine:

$$P_p^p(0) = \frac{h\nu_p l}{2\tau_3 \sigma_s^e} \cdot \frac{A_{ef}}{\left[1 - \exp\left(-\alpha_{p,ef} l\right)\right]} \tag{11.69}$$

unde

$$\delta_t = \delta + 2\tilde{\alpha}_s l \tag{11.70}$$

reprezintă pierderile totale la o trecere prin cavitate. Întrucât $P_p^p(0)\left[1 - \exp\left(-\alpha_{p,ef} l\right)\right]$ reprezintă puterea absorbită la prag $P_{p,abs}^p$ relaţia (11.69) mai poate fi scrisă sub forma:

$$P_{p,abs}^p = \frac{h\nu_p}{\tau_3 \sigma_s^e} \cdot \frac{\delta_t}{2} A_{ef}. \tag{11.71}$$

În relaţia (11.71) primul factor este determinat numai de proprietăţile materialului (Nd^{3+}:$LiNbO_3$) în timp ce al doilea reflectă proprietăţile ghidului şi respectiv ale cavităţii. Diferenţa cea mai importantă faţă de laserele care au ca medii active bare de sticlă sau de YAG dopate cu ioni de Nd^{3+} este că în cazul laserelor integrate aria efectivă de pompaj A_{ef} poate fi făcută foarte mică.

În cazul real trebuie considerate şi pierderi la împrăştiere adiţionale care măresc pierderile totale la un drum dus-întors prin cavitate δ_t. Cu toate acestea, laserele integrate care au o putere de prag mică pot fi pompate cu ajutorul unei diode laser. În apropierea pragului, puterea laserului la ieşire este funcţie liniară de puterea de pompaj absorbită. Pentru o singură faţă de ieşire, randamentul diferenţial intern corespunzător pompajului laser η_i este definit cu ajutorul relaţiei:

$$\eta_i = \frac{P_s}{P_{p,abs} - P_{p,abs}^{p}} = \eta_c \eta_p \frac{2}{\delta_t} \cdot \frac{h\nu_s}{h\nu_p} \tag{11.72}$$

în care: P_s reprezintă puterea semnalului, η_p este eficienţa cuantică de pompaj (probabilitatea ca un foton de pompaj absorbit să creeze un ion excitat), iar

$$\eta_c = \frac{\left[\iint p_0(x,y) s_0(x,y) \mathrm{d}A\right]^2}{\iint p_0(x,y) s_0^2(x,y) \mathrm{d}A}. \tag{11.73}$$

Ţinând seama că la prag $P_{p,abs} / P_{p,abs}^{p} \approx 1$, relaţia (11.72) poate fi aproximată sub forma:

$$\eta_i = \frac{1 - R_i}{\delta_t} \cdot \frac{\lambda_p}{\lambda_s}, \; i = 1, 2. \tag{11.74}$$

În relaţia (11.44) primul termen reprezintă raportul dintre fracţiunea $T_i = 1 - R_i$ (i=1, 2) corespunzătoare puterii interne cuplate la ieşire şi pierderile totale la un drum dus-întors prin cavitate δ_t, iar al doilea factor este un raport între energiile fotonului semnalului şi respectiv radiaţiei de pompaj.

În caz contrar $P_{p,abs} / P_{p,abs}^{p} >> 1$ şi se poate face aproximaţia $P_{abs} - P_{p,abs} \approx P_{abs}$, iar relaţia (11.74) devine

$$\eta_i = \frac{T_i}{\delta_t} \cdot \frac{h\nu_s}{h\nu_p}. \tag{11.75}$$

Determinarea experimentală a caracteristicilor de putere ale laserelor integrate de tip Nd^{3+}:$LiNbO_3$. Funcţionarea laserelor integrate de tip Nd^{3+}:$LiNbO_3$ a fost pusă în evidenţă pentru prima dată în anul 1989 de către Lalier şi colaboratorii [11.6]. Ghidul optic de undă de tip canal Nd^{3+}:MgO:$LiNbO_3$ tăiat după axa *X* conţine 0,22 % Nd^{3+} şi 0,3 mol % MgO şi a fost obţinut prin schimb protonic. Doparea cu MgO produce micşorarea pierderilor în ghid şi permite funcţionarea mai bună a laserului în regim continuu într-un singur mod transversal.

Montajul experimental utilizat pentru măsurarea caracteristicilor de putere a laserului de tip Nd^{3+}:$LiNbO_3$ este prezentat în figura 11. 9.

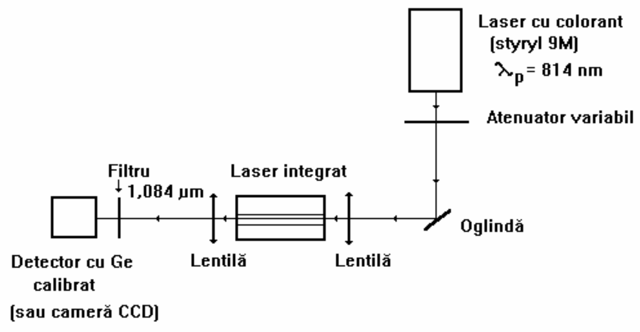

Fig. 11. 9. Schema dispozitivului experimental utilizat pentru măsurarea caracteristicilor de putere a laserelor integrate.

Laserul ghidat de tip Nd^{3+}:$LiNbO_3$ a fost pompat cu ajutorul unui laser cu colorant, iar detecția a fost făcută cu un detector cu germaniu sau cu o cameră CCD [11.5]. Într-un astfel de ghid de 12 mm lungime şi având celelalte caracteristici constructive prezentate în lucrarea [11.5] 91 % din puterea de pompaj cuplată a fost absorbită. Ţinând seama de valorile reflectivităților oglinzilor (90 %) şi a pierderilor totale din cavitate δ_t =0,525 se poate calcula cu ajutorul relației (11.71) puterea de pompaj la prag obținându-se valoarea $P^p_{p,abs}$ =1,34 mW. Acestă valoare este foarte apropiată de cea măsurată experimental, aşa cum se poate vedea din figura 11. 9 în care este prezentată dependența puterii laserului la ieşire P_e de puterea cuplată în ghid P_c. De asemenea, eficiența η_i pentru o față a acestui laser calculată cu relația (11.75) de 14 % este în bună concordanță cu cea obținută experimental de 13 % (fig. 11. 10).

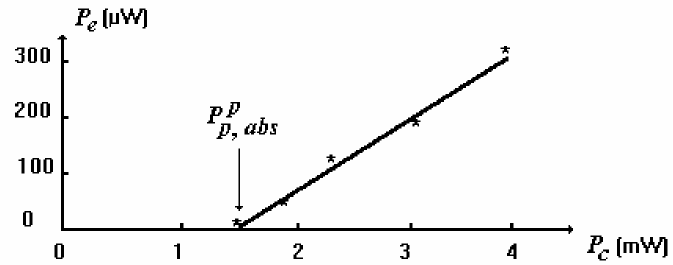

Fig.11. 10. Caracteristicile de putere ale laserului de tip Nd^{3+}:MgO:$LiNbO_3$ obținut prin schimb protonic.

Îmbunătăţind calitatea ghidului obţinut prin schimb protonic ($A_{ef} = 11\,\mu\text{m}^2$, $\tilde{\alpha}_s = 0{,}2$ dB/cm, l =1,05 cm, lăţimea ghidului 8 μm) cât şi a rezonatorului ($R_1 = 0{,}7$, $R_2 = 0{,}99$) performanţele laserului cresc, aşa cum se poate vedea şi din figura 11. 11.

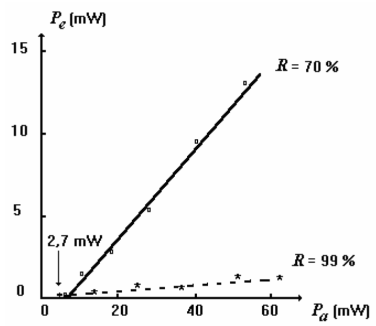

Fig. 11. 11. Caracteristica de putere a laserului de tip Nd^{3+}:MgO:$LiNbO_3$ cu cavitate asimetrică.

În cazul utilizării unui laser ghidat de tip Nd^{3+}:MgO:$LiNbO_3$ (0,34 % Nd_2O_3, 5 mol % MgO) de 6 μm lăţime şi 0,8 cm lungime obţinut prin difuzia Ti [11.6] caracteristicile de putere sunt prezentate în figura 11. 12.

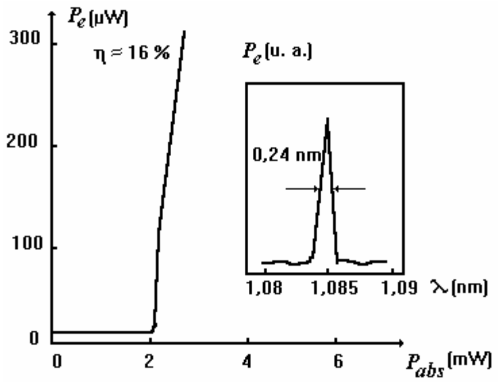

Fig. 11. 12. Caracteristica de putere a laserului de tip Nd^{3+}:MgO:$LiNbO_3$ obţinut prin difuzia Ti. În chenar este prezentată dependenţa densităţii spectrale de putere de lungimea de undă a emisiei laser la $P = 3P_p$.

În acest caz s-a folosit pentru pompaj o diodă laser (λ_p =814,6 nm), semnalul având λ_s =1084 nm. Puterea de pompaj la prag măsurată experimental

(v. fig. 11. 12) este $P_{p,abs}^{p}$ =2,1 mW, iar cea evaluată teoretic cu relația (11.71) are valoarea de 1,7 mW, diferența fiind atribuită reflectivităților măsurate mai mici ale modurilor precum şi incertitudinilor în determinarea ariei efective de pompaj.

Puterea absorbită în ghid poate fi calculată cu ajutorul relației:

$$P_p^p(0)=\frac{\delta/2+\widetilde{\alpha}_s l}{C_s\left[1-\exp\left(\alpha_p l\right)\right]}. \tag{11.76}$$

11.3.2. Dispozitive active integrate dopate cu Er^{3+}

Dezvoltarea ghidurilor de Ti:LiNbO$_3$ dopate cu Er^{3+} este determinată de posibiliățile de obținere atât a efectului laser cât şi a unei amplificări mari în bandă largă într-un domeniu important de lungimi de undă situat între 1,5 μm $\div$ 1,6 μm, care este utilizat în sistemul de telecomunicații optice.

Modelarea proceselor de amplificare optică în ghiduri optice de tip Er^{3+}:Ti:LiNbO$_3$. Pentru a analiza procesul de amplificare optică prin emisie stimulată în ghidurile de tip Ti:LiNbO$_3$ dopate cu Er^{3+} se utilizează diagrama energetică prezentată în figura 11. 13 în care la început nu se ține seama de despicarea Stark a nivelurilor energetice ale ionului de Er^{3+} [11.1].

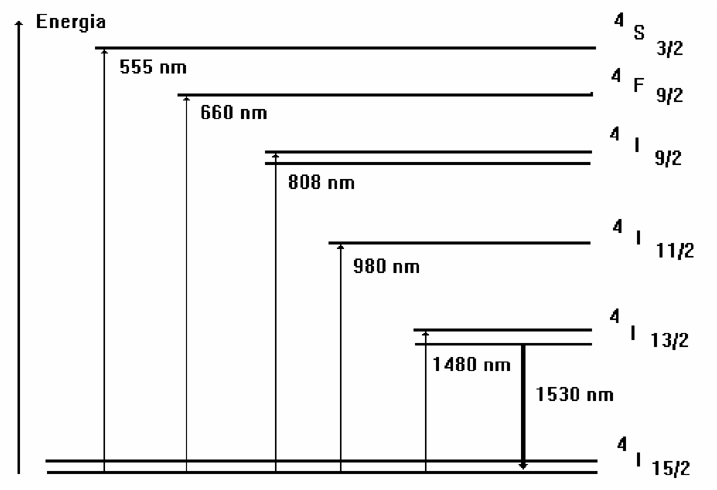

Fig. 11. 13. Diagrama nivelurilor energetice ale ionului de Er^{3+} în cristalul de LiNbO$_3$.

Spectrul de absorbție în domeniul vizibil şi infraroşu apropiat al unui cristal de de MgO:LiNbO$_3$ dopat omogen cu Er^{3+} (0,2 mol % Er$_2$O$_3$) este prezentat în figura 11. 14.

Absorbţia puternică se observă pentru lungimi de undă în jurul valorilor 660, 980 şi 1500 nm corespunzătoare tranziţiilor din starea fundamentală ${}^4I_{15/2}$, în stările excitate ${}^4F_{9/2}, {}^4I_{11/2}, {}^4I_{13/2}$.

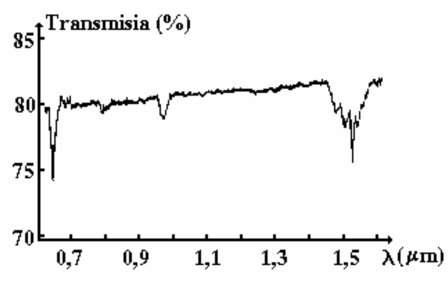

Fig. 11. 14. Spectrul de transmisie al unui cristal de MgO:$LiNbO_3$ dopat cu Er^{3+}.

Pentru pompajul optic cele mai des utilizate benzi de absorbţie corespund radiaţiilor având lungimi de undă situate în jurul valorilor de 0,98 μm şi 1,48 μm, acestea fiind emise de exemplu şi de diodele laser. În afară de absorbţia din stare fundamentală, într-un ghid de tip $LiNbO_3$ dopat cu Er^{3+} mai este posibilă şi absorbţia din starea excitată, metastabilă ${}^4I_{13/2}$. Acest fenomen a fost pus în evidenţă prin înregistrarea spectrului de fluorescenţă în domeniul vizibil, 700 nm $\div$ 800 nm (fig. 11. 15), excitarea făcându-se cu o radiaţie cu lungimea de undă de 1480 nm.

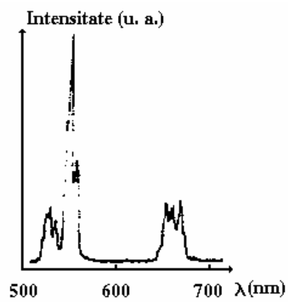

Fig. 11. 15. Spectrul de fluorescenţă al unui ghid de tip Ti:$LiNbO_3$ dopat cu Er^{3+} obţinut în urma absorbţiei din stare excitată cu o radiaţie având λ =1480 nm.

Astfel de procese reduc populaţia nivelului metastabil şi contribuie la micşorarea câştigului laser; de aceea trebuie limitate cât mai mult.

În cazul fluorescenţei ghidate a ionilor de Er^{3+} în jurul valorii λ=1,53 μm corespunzătoare tranziţiilor de pe nivelul ${}^4I_{13/2}$ pe nivelul fundamental s-a observat că spectrele obținute în urma excitării cu o radiație având λ=1,48 μm emisă de o diodă laser cu InGaAsP depind de polarizare (fig. 11. 16 a), b)).

Aceste spectre permit evaluarea secțiunilor eficace de emisie stimulată corespunzătoare celor două tipuri de polarizări.

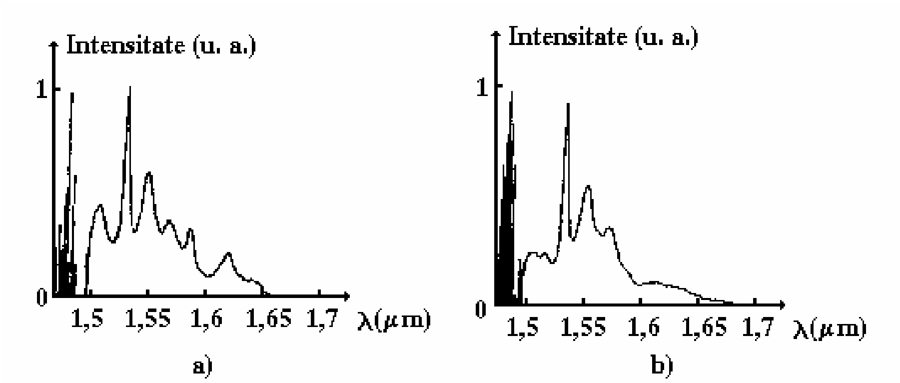

Fig. 11. 16. Dependența de polarizare (σ a) și π b)) a spectrelor de fluorescență în cazul unui ghid de tip Ti:LiNbO$_3$ dopat cu Er^{3+} având lățimea de 6 μm în jurul valorii λ=1,5 μm și excitat cu o radiație cu λ=1,48 μm.

Neluând în considerare absorbția radiației din stare excitată, se poate considera că acest sistem are trei niveluri dacă este pompat cu o radiație având λ=0,98 μm (provenită de la un laser cu Ti:Sa de exemplu) și respectiv două niveluri în cazul pompajului cu λ=1,48 μm (provenită de la o diodă laser). Starea fundamentală corespunde nivelului $^4I_{15/2}$, starea excitată 2 nivelului $^4I_{13/2}$, iar starea excitată 3 unei benzi de pompaj.

Pe baza modelului unui laser care funcționează cu trei niveluri energetice, prezentate în figura 11. 17, ecuațiile ratelor pentru populațiile acestora pot fi scrise sub forma [11.2]:

$$\frac{dN_3}{dt} = R_{13}(N_1 - N_3) - A_{32}N_3 \tag{11.77}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = W_a N_1 - W_e N_2 - A_{21}N_2 + A_{32}N_3 \tag{11.78}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -W_a N_1 + W_e N_2 + A_{21}N_2 - R_{13}(N_1 - N_3) \tag{11.79}$$

unde N_{ij} sunt densitățile de populație ale nivelurilor energetice i și j care au timpii de viață τ_i, W_a este rata de tranziție de pe nivelul 1 pe nivelul 2, indusă prin absorbţie, W_e este rata tranziţiei stimulate de pe nivelul 2 pe nivelul 1, R_{13} este rata de pompaj, iar A_{ij} sunt ratele tranziţiilor spontane.

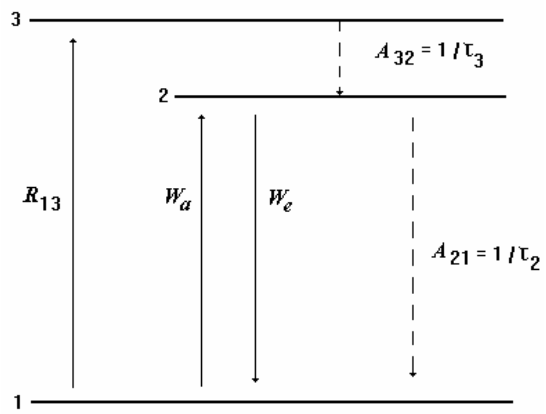

Fig. 11. 17. Digrama simplificată a nivelurilor energetice corespunzătoare ionului de Er^{3+}.

Considerând că A_{32} este mare (τ_3 având o valoare mică), densitatea de populaţie N_3 este mică în comparaţie cu cele ale nivelurilor inferioare, şi deci se poate aproxima

$$N_1 \approx N_1 - N_3 \tag{11.80}$$

în ecuaţiile precedente. Pe baza acestei aproximaţii se poate scrie că:

$$R_{13} N_1 = A_{32} N_3 . \tag{11.81}$$

Înlocuind (11.78) în ecuaţiile (11.77) în stare staţionară se obţine următoarea relaţie

$$0 = W_a N_1 - W_e N_2 - A_{21} N_2 + R_{13} N_1 . \tag{11.82}$$

Ţinând seama că densitatea totală de populaţie N_0 (corespunzătoare concentraţiei dopantului de Er^{3+}) poate fi aproximată cu

$$N_0 \approx N_1 + N_2 , \tag{11.83}$$

în stare stationară pentru densităţile de populaţie ale celor două niveluri 2 şi 1 (în cazul pompajului cu o diodă laser) se obţin expresii de forma:

$$\frac{N_2}{N_0} = \frac{W_a + R_{13}}{W_a + W_e + A_{21} + R_{13}} \tag{11.84}$$

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{W_e + A_{21}}{W_a + W_e + A_{21} + R_{13}} \tag{11.85}$$

în care: ratele de tranziţie sunt date de relaţiile:

$$R_{13} = \sigma_p^a I_p(x,y,z)/h\nu_p \tag{11.86}$$

$$W_e = \sigma_s^e I_s(x, y, z)/ h\nu_s \tag{11.87}$$

$$W_a = \sigma_s^a I_s(x, y, z)/ h\nu_s \tag{11.88}$$

$$A_{21} = 1/\tau_2 . \tag{11.89}$$

În relațiile (11.86)-(11.88) I_p și I_s reprezintă intensitățile radiației de pompaj și respectiv semnalului corespunzătoare frecvențelor ν_p și ν_s, iar σ_p^a și σ_p^a și σ_s^e sunt secțiunile eficace de absorbție și emisie.

Pentru a determina câștigul unui semnal mic (în aproximația unei intensități mici a semnalului) se poate considera că:

$$W_e = 0 \text{ şi } W_a = 0 . \tag{11.90}$$

În aceste condiții expresiile densităților populațiilor celor două niveluri 1 și respectiv 2 devin:

$$\frac{N_2}{N_0} = \frac{\tau_2 R_{13}}{1 + \tau_2 R_{13}} \tag{11.91}$$

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{1}{1 + \tau_2 R_{13}} \tag{11.92}$$

unde

$$\tau_2 R_{13} = \frac{I_p}{I_{sat}} \tag{11.93}$$

cu

$$I_{sat} = \frac{h\nu_p}{\tau_2 \sigma_p^a} \tag{11.94}$$

reprezintă *parametrul de saturație*.

Evoluția pompajului este determinată de ecuația:

$$\frac{\mathrm{d} I_p}{\mathrm{d}z} = -\widetilde{\alpha}_p I_p - \sigma_p^a N_1 I_p . \tag{11.95}$$

Înlocuind în (11.95) expresia densității de populație N_1 (relația (11.92)) și integrând pe secțiunea eficace a ghidului se obține următoarea ecuație:

$$\frac{\mathrm{d} p}{\mathrm{d}z} = -\widetilde{\alpha}_p p(z) - \sigma_p^a \int N_0(x, y) \frac{p_0(x, y)}{1 + \tau_3 R_{13}(x, y, z)} \mathrm{d}A \times p(z) \tag{11.96}$$

în care:

$$R_{13}(x, y,) = \frac{\sigma_p^a}{h\nu_p} P_p(0) p_0(x, y) p(z). \tag{11.97}$$

În general, ecuația diferențială (11.96) poate fi integrată numai numeric. Cu toate acestea, se pot obține soluții analitice aproximative în două cazuri limită: intensități scăzute și respectiv mari ale radiației de pompaj.

În cazul unui pompaj scăzut (<1 mW) se poate considera că $\tau_2 R_{13} << 1$ şi parametrul de saturaţie $\tau_2 R_{13}$ se poate neglija în numitorul ecuaţiei (11.96), iar evoluţia puterii pompajului este dată de ecuaţia:

$$\frac{\mathrm{d}p(z)}{\mathrm{d}z} = -\alpha_p p(z). \tag{11.98}$$

În relaţia (11.98)

$$\alpha_p = \widetilde{\alpha}_p + \alpha_{p,ef}, \tag{11.99}$$

$$\alpha_{p,ef} = \sigma_p^a N_{ef}^p = \sigma_p^a \int N_0(x,y) p_0(x,y)\,\mathrm{d}A. \tag{11.100}$$

Prin integrarea ecuaţiei (11.58) se poate obţine evoluţia puterii de pompaj sub forma:

$$p(z) = p(0)\mathrm{e}^{-\alpha_p (z)}. \tag{11.101}$$

În acest caz limită, scăderea exponenţială a puterii de pompaj este determinată de suma dintre coeficientul de pierderi (prin împrăştiere) $\widetilde{\alpha}_p$ şi de coeficientul de absorbţie al modului $\alpha_{p,ef}$, fiind independentă de intensitatea radiaţiei de pompaj.

În cazul unor intensităţi de pompaj ridicate (de aproximativ 100 mW sau mai mari) termenul de saturaţie $\tau_2 R_{13}$ nu mai poate fi neglijat, golirea stării fundamentale determinând o saturare a absorbţiei. Considerând că intensitatea radiaţiei de pompaj se menţine ridicată de-a lungul întregului ghid se poate obţine o soluţie analitică a ecuaţiei (11.96) ţinând seama că termenul de saturaţie este mult mai mare în comparaţie cu unitatea cu excepţia mărimilor care determină distribuţia modului de pompaj. Acestea pot să nu fie luate în considerare în operaţia de integrare dacă distribuţia Er^{3+}, $N_0(x,y)$, este cuprinsă în distribuţia modului de pompaj $p_0(x,y)$. În acest caz, ecuaţia care descrie evoluţia radiaţiei de pompaj devine:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\widetilde{\alpha}_p p(z) - \frac{C_p}{P_p(0)} \tag{11.102}$$

unde

$$C_p = \sigma_p^a I_{sat} \int N_0(x,y)\mathrm{d}A. \tag{11.103}$$

Soluţia ecuaţiei (11.102) este:

$$p(z) = p(0)\left[\mathrm{e}^{-\widetilde{\alpha}_p z} - \frac{C_p}{P_p(0)\widetilde{\alpha}_p}\left(1-\mathrm{e}^{-\widetilde{\alpha}_p z}\right)\right]. \tag{11.104}$$

Pentru $P_p(0) \to \infty$ se obţine o golire completă a stării fundamentale, aceasta determinând scăderea puterii radiaţiei de pompaj după legea $(p(0)=1)$:

$$p(z) = \mathrm{e}^{-\widetilde{\alpha}_p z}. \tag{11.105}$$

În cele două cazuri limită (de pompaj scăzut ecuaţia (11.101)) şi respectiv intens (ecuaţia (11.104)) evoluţiile puterilor de pompaj în cazul unui ghid de tip Er:Ti: $LiNbO_3$ sunt prezentate în figura 11. 18 prin comparaţie cu cele rezultate din integrarea *corectă* a ecuaţiei (11.96).

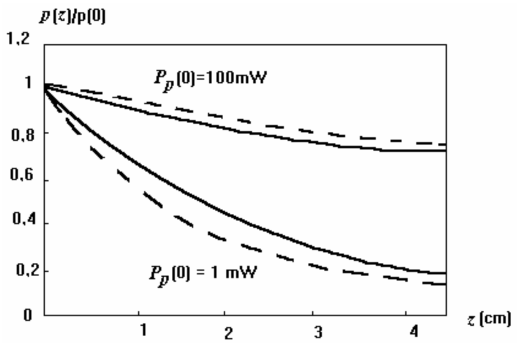

Fig. 11. 18. Evoluţia puterii de pompaj în cazul unui pompaj intens (100 mW) şi respectiv scăzut (1 mW); curba întreruptă reprezintă soluţia corectă a ecuaţiei (11.96).

Pentru simulare s-au folosit valorile parametrilor: $\tilde{\alpha}_p$ = 0,069 dB/cm şi $\alpha_{p,ef}$ =0,137 dB/cm.

În cazul unui pompaj scăzut evoluţia semnalului este determinată de următoarea ecuaţie diferenţială:

$$\frac{\mathrm{d}I_s}{\mathrm{d}z} = -\tilde{\alpha}_s I_s + \sigma_s^e N_2 I_s - \sigma_s^a N_1 I_s. \qquad (11.106)$$

Înlocuind expresiile densităţilor de populaţie corespunzătoare nivelului fundamental şi respectiv excitat (relaţia (11.52)) în (11.66) pe baza modelului prezentat în lucrarea [11.2], în urma integrării pe suprafaţa eficace a ghidului se obţine pentru funcţia de câştig

$$g(z) = \ln[s(z)] \qquad (11.107)$$

următoarea ecuaţie:

$$\frac{dg(z)}{dz} = \frac{ds(z)/dz}{s(z)} = -\tilde{\alpha}_s + \int N_0(x,y) s_0(x,y) \left[\frac{\sigma_s^e \tau_2 R_{13}(x,y,z) - \sigma_s^a}{1+\tau_2 R_{13}(x,y,z)}\right] \mathrm{d}A. \qquad (11.108)$$

Comparând ecuaţia (11.108) cu cea corespunzătoare funcţionării laserului cu patru niveluri energetice (Nd^{3+}) (11.26) se observă că pompajul în cazul sistemului cu trei niveluri (Er^{3+}) este mai dificil; termenul $\sigma_s^e \tau_2 R_{13}(x, y, z)$ trebuie să depăşească cu mult valoarea σ_s^a într-o fracţiune mare a volumului în care se execută pompajul pentru a se obţine câştig optic (relaţia (11.108)). Întrucât rata de pompaj depinde de $p(z)$ trebuie determinată mai întâi evoluţia puterii radiaţiei de pompaj prin rezolvarea ecuaţiei (11.96). Apoi, se determină evoluţia semnalului prin integrarea numerică a ecuației diferențiale (11.106) pentru a determina câştigul) relația (11.108)). Şi în acest caz se pot obține soluții analitice numai în limitele unui pompaj cu intensități fie foarte scăzute fie foarte ridicate.

În cazul unui pompaj cu intensitate scăzută termenul $\tau_2 R_{13}$ este mic în comparație cu unitatea şi poate fi neglijat în numitorul ecuației (11.108). Înlocuind soluția aproximativă pentru puterea radiației de pompaj dată de relația (11.101) se obține următoarea ecuație pentru câştig:

$$\frac{\mathrm{d}g(z)}{\mathrm{d}z}=-\alpha_s+\frac{\sigma_s^e}{I_{sat}}\int N_0(x,y)s_0(x,y)p_0(x,y)\mathrm{d}A\times P_p(0)\exp(-\alpha_p z) \quad (11.109)$$

unde

$$\alpha_s=\widetilde{\alpha}_s+\alpha_{s,ef} \quad (11.110)$$

$$\alpha_{s,ef}=\sigma_s^a N_{ef}^s=\sigma_s^a\int N_0(x,y)s_0(x,y)\mathrm{d}A\,. \quad (11.111)$$

Prin integrarea ecuatiei (11.109) se obține următoarea soluție:

$$g(z)=-\alpha_s z+C_s\left(1-\mathrm{e}^{-\alpha_p z}\right)P_p(0) \quad (11.112)$$

unde

$$C_s=\frac{\sigma_s^e}{\alpha_p I_{sat}}\int N_0(x,y)s_0(x,y)p_0(x,y)dA\,. \quad (11.113)$$

Întrucât natura soluției ecuației (11.109) este aceeaşi cu cea dată de relația (11.27) se poate trage concluzia că există o lungime optimă a ghidului şi respectiv o putere de pompaj critică $P_p^c(0)$ pentru care se obține o amplificare optică la fel ca şi în cazul laserului cu patru niveluri. Ținând seama că $\alpha_s=\widetilde{\alpha}_s+\alpha_{s,ef}>>\widetilde{\alpha}_s$ este necesară o putere de pompaj $P_p(0)$ mai mare care să depăşească pierderile prin împrăştiere şi prin absorbție pentru a obține un câştig optic (pozitiv). În acest caz, aproximația făcută pentru intensitatea de pompaj scăzută trebuie luată în considerare cu atenție.

În cazul unui pompaj intens de-a lungul ghidului optic termenul $\tau_2 R_{13}$ este mare în comparație cu unitatea în relațiile utilizate, cu excepția celor care determină distribuția modului radiației de pompaj. Considerând o distribuție a ionilor de Er^{3+} conținută în cea corespunzătoare modului radiației de pompaj şi neglijând unitatea în numitorul relației (11.69) se obține următoarea ecuație:

$$\frac{\mathrm{d}g(z)}{\mathrm{d}z}=-\widetilde{\alpha}_s+g_{ef}-\frac{\sigma_s^a I_{sat}}{P_p(0)}\int N_0(x,y)\frac{s_0(x,y)}{p_0(x,y)}\mathrm{d}A\times\frac{1}{p(z)} \quad (11.114)$$

în care:

$$g_{ef}=\sigma_s^e N_{ef}^s=\sigma_s^e\int N_0(x,y)s_0(x,y)\mathrm{d}A\,. \quad (11.115)$$

Considerând că distribuțiile modurilor radiațiilor de pompaj şi respectiv ale semnalului sunt identice în cazul utilizării unor radiații cu $\lambda_p = 1{,}48$ μm şi λ_s=1,53 μm raportul $\frac{s_0}{p_0}$ poate fi aproximat cu unitatea. Înlocuind expresia aproximativă obținută pentru $p(z)$ în cazul utilizării unui pompaj intens (relația (11.104)) se obține următoarea ecuație:

$$\frac{\mathrm{d}\, g(z)}{\mathrm{d}\, z} = -\tilde{\alpha}_s + g_{ef} - \frac{\sigma_s^a I_{sat}}{P_p(0)} \int N_0(x,y)\,\mathrm{d}A \times \exp(\tilde{\alpha}_p z). \qquad (11.116)$$

Soluția ecuației (11.116) în cazul unui pompaj intens este de forma:

$$g(z) = \left(-\tilde{\alpha}_s + \sigma_s^e N_{eff}^s\right) z - \frac{\sigma_s^a I_{sat}}{P_p(0)\tilde{\alpha}_p} \int N_0(x,y)\,\mathrm{d}A \left(\mathrm{e}^{-\tilde{\alpha}_p z} - 1\right). \qquad (11.117)$$

Câştigul la saturație $g_{sat}(z)$ se poate defini ca limita lui $g(z)$ pentru $P_p(0) \to \infty$ obținându-se o expresie de forma:

$$g_{sat}(z) = \left(-\tilde{\alpha}_s + g_{ef}\right) z. \qquad (11.118)$$

În cazul celor două limite de pompaj intens şi respectiv scăzut evoluția funcției de câştig în cazul unui ghid de tip Er:Ti:$LiNbO_3$ este prezentată în figura 11. 19 prin comparație cu rezultatele *corecte* obținute prin integrarea numerică a ecuației (11.109).

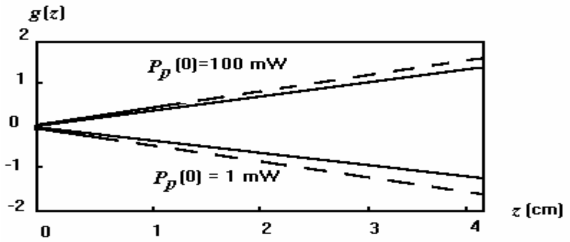

Fig. 11. 19. Evoluția câştigului în cazul unui pompaj intens (100 mW) şi scăzut (1 mW); linia întreruptă reprezintă soluția obținută prin integrarea numerică a ecuației (11.109).

Determinarea experimentală a caracteristicilor de putere ale laserelor integrate de tip Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$. Dependența câştigului semnalului cu λ_s=1,53 μm obținut prin integrarea numerică a ecuației (11.69) de puterea cuplată în ghid $P_p(0)$ (având λ_p=1,48 μm) în cazul unui ghid de Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$ de lungime 4,3 cm şi 6 μm lățime este prezentată în figura 11. 20 [11.2]. Punctele din fig. 11. 19 reprezintă valorile măsurate ale câştigului.

Aceste rezultate teoretice şi experimentale sunt în bună concordanţă şi confirmă faptul că ghidurile de tip Ti:LiNbO$_3$ dopate cu Er^{3+} prezintă un câştig relativ mic şi, de asemenea, că acesta se saturează la valori mari ale intensităţii de pompaj datorită fenomenului de saturaţie a absorbţiei. În comparaţie cu laserele integrate care au patru niveluri (Nd^{3+}) pompajul în cazul laserelor cu trei niveluri (Er^{3+}) se face mai greu, necesitând puteri de prag mult mai ridicate pentru obţinerea inversiei de populaţie şi a câştigului optic.

Valoarea cea mai ridicată a câştigului a fost măsurată în cazul polarizării π corespunzătoare maximului spectrului de fluorescenţă (fig. 11. 16) [11.2]. De asemenea au fost măsurate experimental câştiguri (amplificări optice) relativ mari şi pentru alte lungimi de undă ale semnalului până la valoarea λ_s=1,63 μm după cum se poate vedea din figura 11. 21.

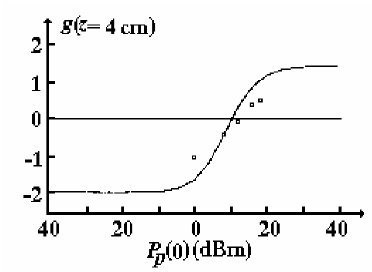

Fig. 11. 20. Evoluţia câştigului în funcţie de puterea cuplată în ghid în cazul ghidurilor de tip Ti:LiNbO$_3$ dopate cu Er^{3+}; curba continuă reprezintă câştigul calculat, iar punctele câştigul măsurat experimental.

Rezultatele prezentate scot în evidenţă faptul că se poate obţine funcţionarea laserului nu numai pentru o anumită frecvenţă fixă ci şi pentru alte frecvenţe prin introducerea unui modulator acustooptic sau filtru electrooptic în cavitatea laser.

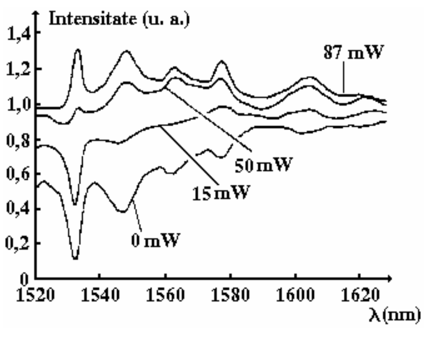

Fig. 11. 21. Spectrul de transmisie al unui ghid de tip Ti:LiNbO$_3$ dopat cu Er^{3+} cu lăţimea de 7 μm normalizat în raport cu transmisia unui ghid nedopat; parametrul este puterea radiaţiei de pompaj cuplată având valorile 0 mW, 15 mW, 50 mW 87 mW şi λ_p =1,48 μm.

În figura 11. 22 este prezentată caracteristica de putere la ieşire a unui laser de tip Er^{3+}:Ti:LiNbO$_3$ cu lățimea de 7 μm tăiat după axa z. Lărgimea liniei emise este de 0,3 nm.

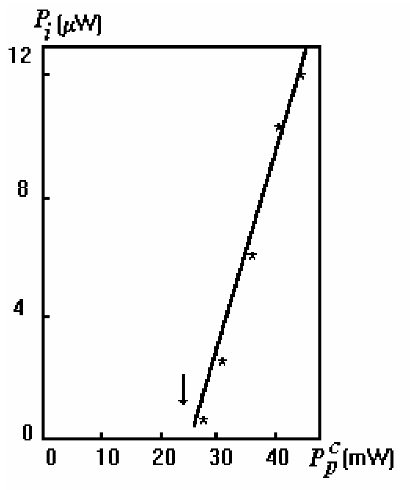

Fig.11. 22. Puterea la ieşire a unui laser de tip Er^{3+}:Ti:LiNbO$_3$ în regim continuu în funcție de puterea cuplată; săgeata indică valoarea puterii cuplate la prag (27 mW).

Laserul utilizat are la unul dintre capete o oglindă dicroică, dielectrică depusă în condiții de vid înalt pe fața polizată care asigură simultan o transmisie ridicată pentru λ_p=1,48 μm şi o reflexie ridicată pentru radiația laser cu λ_s=1,53 μm. Oglinda de la cealaltă față este formată dintr-un strat de Au cu grosimea de 35 nm şi asigură o transmisie de 0,5 %; aceasta explică puterea relativ mică la ieşire şi eficiența scăzută. O optimizare a cavității laserului poate conduce la o îmbunătățire a performanțelor laserului [116].

Cele două oglinzi (având reflectivitățile R_1 şi R_2) sunt depuse direct la cele două capete, una dintre acestea fiind transparentă (pentru radiația cu λ=1,48 μm, iar cealalta pentru radiația având λ=1,53 μm) introduc pierderile totale corespunzătoare unui drum dus-întors în cavitate:

$$\delta = 2\alpha_s - \ln(R_1 R_2) \tag{11.119}$$

unde α_s reprezinta pierderile la propagare corespunzătoare radiației de pompaj având λ=1,48 μm.

Profilul modurilor gaussiene utilizate pentru modelarea teoretică a dispozitivului este prezentat în figura 11. 23.

În cazul unor distribuții gaussiene asimetrice (fig. 11. 22) se poate scrie pentru $p_0(x, y)$:

$$p_0(x,y)=\frac{1}{S_p}e^{-2y^2/w_{p,3}^2}\begin{cases}e^{-2x^2/w_{p,1}^2}; & x\le 0\\ e^{-2x^2/w_{p,2}^2}; & x\ge 0\end{cases} \tag{11.120}$$

unde:

$$S_p=\frac{\pi}{4}\omega_{p,3}\left(w_{p,1}+w_{p,2}\right) \tag{11.121}$$

şi analog pentru $s_0(x,y)$. Parametrii care caracterizează profilurile modurilor pot fi determinați experimental din măsurători de câmp apropiat [11.4].

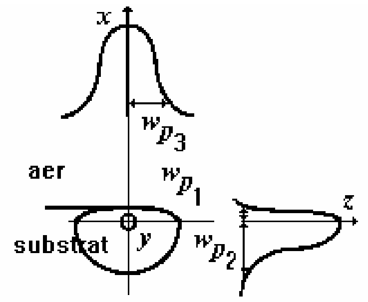

Fig. 11. 23. Profilul modurilor gaussiene în ghidul optic de undă de tip Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$.

Puterea de pompaj absorbită necesară pragului de oscilație, $P_{p,a}$, se poate calcula în regim staționar din ecuațiile ratelor (punând condiția $P_s=0$) sub forma:

$$P_{p,a}=\frac{1}{\eta_p}\frac{h\nu_p\delta}{\sigma_e\tau_f 2}S_{eff} \tag{11.122}$$

în care:

$$P_a=P_p(0)\left(1-e^{-\alpha_p l}\right) \tag{11.123}$$

este puterea cuplată în ghid corespunzătoare unei atenuări exponențiale a puterii de pompaj, S_{ef} reprezintă suprafața efectivă de pompaj, iar τ_f timpul de viață al nivelului excitat.

11.3.3. Lasere integrate în regim declanşat prin comutarea pierderilor

Principiul de funcționare. Timpul de viață lung care caracterizează nivelul laser superior (de exemplu, în cazul ionilor de Nd^{3+}) permite stocarea într-o manieră eficace a energiei de pompaj. În cazul unui laser cu funcționare în regim continuu odată depăşit pragul de oscilație întreaga energie suplimentară datorită pompajului este consumată, astfel încât câştigul în mediul activ şi inversia de populație se stabilesc la valorile corespunzătoare pragului. Pentru a putea dispune de un câştig suplimentar se pot mări în mod artificial pierderile din cavitate astfel încât să se obţină un prag care să nu poată fi atins cu puterea de prag disponibilă. Dacă aceste pierderi suplimentare sunt eliminate la un moment dat foarte rapid sistemul nu mai este în echilibru şi tinde să-şi stabilească condiţia de staţionaritate prin emisia unui impuls gigantic. Procesul descris mai înainte corespunde funcţionării laserului în *regim declanşat prin comutarea pierderilor cavităţii* (*Q-switched*) şi este prezentat schematic în figura 11. 24. Înainte de a obţine câştigul maxim în momentul în care se comută factorul de calitate al cavităţii trebuie pompat suficient de mult timp pentru a obţine inversia de populaţie staţionară. Constanta de timp este de ordinul timpului de viaţă pentru o putere de pompaj inferioară puterii corespunzătoare saturării absorbţiei. De aceea trebuie ca procesul de comutare să se desfăşoare mai rapid decât intervalul de timp corespunzător răspunsului sistemului. Răspunsul sistemului corespunde intervalului de timp în care emisia spontană este amplificată suficient pentru a satura tranziţia laser. Dacă câştigul disponibil este suficient în raport cu pierderile reziduale acest interval de timp corespunde câtorva parcursuri dus-întors în cavitate.

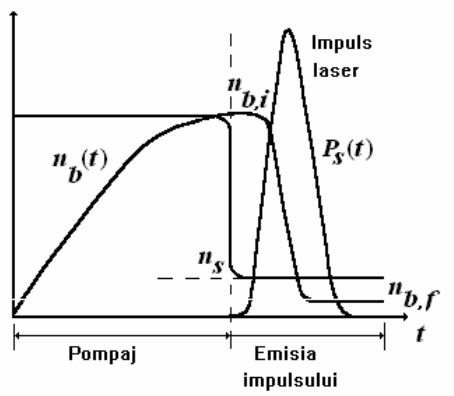

Fig. 11. 24. Schema de funcţionare a laserului în regim declanşat.

Întrucât drumul dus-intors este parcurs de impulsul laser în cavitatea optică într-un timp foarte scurt (~150 ps) se poate utiliza efectul electrooptic pentru a putea comuta rapid nivelul pierderilor. Una dintre metodele cel mai des folosite pentru comutarea pierderilor este cea care utilizează un modulator de intensitate introdus în interiorul cavităţii. În general, acest modulator este acustooptic sau electrooptic, funcţionarea sa bazându-se pe proprietăţile optoelectronice neliniare corespunzătoare foarte importante pe care le prezintă substratul de $LiNbO_3$.

În cazul laserelor integrate o metodă des întrebuinţată este cea care foloseşte două ghiduri cuplate (datorită undelor evanescente care se propagă în substrat) dispuse ca în figura 11. 25 [11.7]. Folosind filtrajul modal se poate transforma modulaţia de fază în modulaţie de amplitudine. Prin excitarea unuia dintre ghiduri se produce un schimb periodic de energie între acestea, lungimea ghidului corespunzătoare transferului maxim numindu-se *lungime de cuplaj*. Dacă cele două ghiduri au aceeaşi constantă de propagare, acest schimb este de 100%

(*stare încrucişată* X). Într-o astfel de configurație, aplicarea unui câmp electric asupra unuia dintre ghiduri permite modificarea stării cuplorului la ieşire. Se poate arăta experimental [11.7] că este necesar un defazaj de 1,73 π pentru a recupera întreaga energie în ghidul de intrare (*stare paralelă* II).

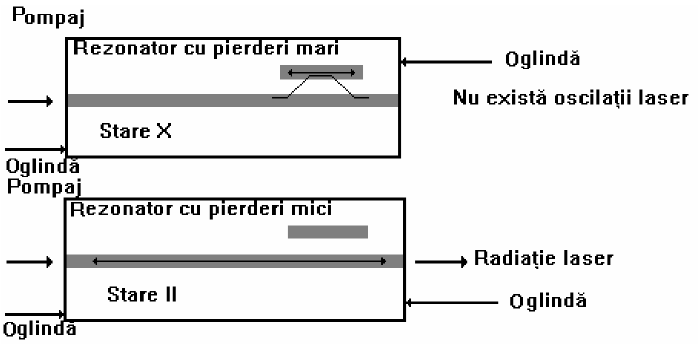

Fig.11. 25. Funcționarea unui laser ghidat în regim declanşat.

Când cuplorul este în *stare încrucişată* nu se pot produce oscilații laser pentru că un braț al cuplorului este întrerupt. Comutarea rapidă în *starea paralelă* permite generarea impulsului.

Avantajul acestei configurații în raport cu alte tipuri de modulatoare integrate este că nu necesită utilizarea de joncțiuni sau ghiduri curbe care introduc pierderi suplimentare în cavitate în cazul stării paralele.

Pentru a descrie funcționarea unui laser ghidat, cu două niveluri energetice ($^4I_{9/2}$ fiind cel fundamental, iar $^4F_{3/2}$ cel excitat) (fig. 11. 26) în regim declanşat se folosesc ecuațiile ratelor.

În cazul considerării unui sistem laser cu două niveluri energetice ecuațiile de evoluție ale densității de populație a nivelului excitat $n_b(x, y, z)$, a intensității de pompaj $I_p(x, y, z)$ şi a semnalului $I_s(x, y, z)$ pot fi scrise sub forma [11.7]:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}n_b}{\mathrm{d}t} &= \eta_p\sigma_p I_p n_g / h\nu_p - \sigma_e I_s n_b / h\nu_s - n_b / \tau_f - \\ &- \sigma_e I_s(x,y,z) n_b(x,y,z) / h\nu_s - n_b(x,y,z) / \tau_f\end{aligned} \tag{11.124}$$

$$\frac{\mathrm{d}I_p}{\mathrm{d}z} = -\sigma_p I_p n_g \tag{11.125}$$

$$\frac{\mathrm{d}Is}{\mathrm{d}z} = \sigma_s I_s n_b - (\delta / 2l) I_s \tag{11.126}$$

în care: $n_0 = n_g(x, y, z) + n_b(x, y, z)$ este densitatea volumică de ioni, $\nu_{p,s}$ reprezintă frecvențele radiațiilor de pompaj şi respectiv a semnalului, η_p

este eficiența cuantică a pompajului, $\sigma_{a,e}$ sunt secțiunile eficace de absorbție (a) şi respectiv emisie (e), iar

$$\delta = 2\alpha_s - \ln(R_1 R_2) \tag{11.127}$$

reprezintă pierderile totale corespunzătoare unui drum dus-întors în cavitate, α_s fiind pierderile corespunzătoare radiației având λ =1,084 μm [11.7].

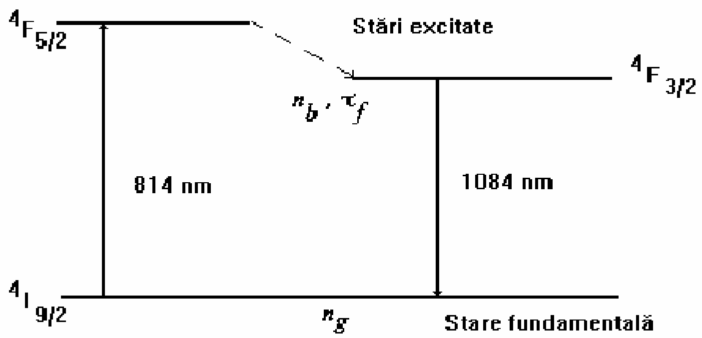

Fig.11. 26. Diagrama nivelurilor energetice ale unui laser cu două niveluri energetice.

Intensitățile radiației de pompaj şi respectiv a semnalului sunt date de relațiile:

$$I_p(x,y,z) = P_p(z) p_0(x,y) \tag{11.128}$$

cu condiția de normare

$$\iint p_0(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = 1 \tag{11.129}$$

şi

$$I_s(x,y,z) = P_s(z) p_0(x,y) \tag{11.130}$$

cu

$$\iint s_0(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = 1 \tag{11.131}$$

unde $P_{p,s}$ sunt puterile, iar $p_0(x,y), s_0(x,y)$ reprezintă profilurile normalizate ale modurilor radiațiilor de pompaj şi respectiv semnalului în cadrul teoriei modale a funcționării laserelor integrate.

Din ecuația (11.124) se poate obține valoarea densității de populație a stării excitate în stare staționară sub forma:

$$\frac{\mathrm{d}n_b}{\mathrm{d}t} = \eta_p \sigma_p I_p n_g / h\nu_p - \sigma_e I_s n_b / h\nu_s - n_b / \tau_f \,. \tag{11.132}$$

Dacă intensitatea semnalului este suficient de scăzută

$$I_s(x,y,z) << \frac{1}{\sigma_e \tau_f} \text{ sau } P_s(z) << P_{s,sat} = \frac{h\nu_s S_s}{\sigma_e \tau_f} \tag{11.133}$$

unde $P_{s,sat}$ reprezintă puterea de saturaţie a semnalului în centrul distribuţiei, (aceasta fiind de ordinul mW) se poate neglija termenul de saturaţie de la numitorul relaţiei (11.132) obţinându-se

$$n_b(x,y,z) = \frac{\eta_p \sigma_p I_p(x,y,z) n_0 \tau_f / h\nu_p}{1 + \eta_p \sigma_p I_p(x,y,z) \tau_f / h\nu_p}. \tag{11.134}$$

şi

$$n_g(x,y,z) = \frac{n_0}{1 + \eta_p \sigma_p I_p(x,y,z) \tau_f / h\nu_p}. \tag{11.135}$$

Funcţionarea laserelor integrate în regim declanşat poate fi separată în două etape distincte.

În timpul pompajului, laserul nu funcţionează şi dacă se neglijează emisia spontană se poate determina inversia de populaţie în stare staţionară în momentul comutării (din ecuaţia (11.125)) sub forma:

$$n_b = -\frac{\eta_p \tau_f}{h\nu_p} \frac{\mathrm{d}I_p}{\mathrm{d}z}. \tag{11.136}$$

Inversia de populaţie totală iniţială N_i la momentul $t=0$ este dată de relaţia:

$$N_i = N_b(t=0) \iiint\limits_{cavitate} n_b(x,y,z)\mathrm{d}V = \frac{\eta_p}{h\nu_p} \tau_f P_{p,abs} \tag{11.137}$$

în care:

$$n_b(x,y,z) = n_b(z) p_0(x,y). \tag{11.138}$$

cu

$$N_b = \int_0^l n_b \mathrm{d}z. \tag{11.139}$$

În cazul unor distribuţii gaussiene asimetrice (fig. 11. 23) $p_0(x,y)$ este dat de relaţia (11.120).

Pentru $t > 0$, evoluţia impulsului are loc într-un interval de timp atât de scurt încât se poate neglija influenţa pompajului şi a emisiei spontane. În aceste condiţii ecuaţiile (11.124) şi (11.126), se pot scrie sub forma:

$$\frac{\mathrm{d}n_b}{\mathrm{d}t} = \eta_p \sigma_p I_p n_g / h\nu_p - \sigma_e I_s n_b / h\nu_s - n_b / \tau_f, \tag{11.140}$$

$$\frac{\mathrm{d}I_s}{\mathrm{d}z} = \sigma_s I_s n_b - (\delta / 2l) I_s. \tag{11.141}$$

În urma integrării ecuaţiilor (11.140), (11.141) pe întregul volum al cavităţii laser şi ţinând seama de relaţia (11.136) se obţine:

$$\frac{\mathrm{d}N_b(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{h\nu_s}\cdot\frac{\sigma_e}{S_{ef}}P_s(t)N_b(t) \tag{11.142}$$

$$\frac{\mathrm{d}P_s(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{c}{n_e l}P_s(t)\left[\frac{\sigma_e}{S_{ef}}N_b(t) - \frac{\delta}{2}\right]. \tag{11.143}$$

Punând condiția ca în urma unui drum dus-întors prin cavitate câştigul să egaleze pierderile se obține:

$$\iiint\limits_{cavitate}\left[\sigma_e I_s(x,y,z)n_b(x,y,z) - \frac{\delta}{2l}I_s(x,y,z)\right]\mathrm{d}V = 0\,. \tag{11.144}$$

Din ecuațiile (11.142)-(11.144) se poate calcula în regim staționar puterea de pompaj absorbită necesară pragului de oscilație $P_{p,a}$ punând condiția P_s=0, sub forma:

$$P_{p,a} = \frac{1}{\eta_p}\frac{h\nu_p\delta}{\sigma_e\tau_f 2}S_{ef}\,. \tag{11.145}$$

Cu ajutorul relațiilor (11.135) şi (11.137) ecuația (11.143) se poate scrie astfel:

$$\frac{\mathrm{d}P_s(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{c}{n_e l}P_s(t)\frac{\sigma_e}{S_{ef}}\left[N_b(t) - N_{b,p}\right] \tag{11.146}$$

unde $N_{b,p}$ reprezintă inversia corespunzătoare pragului laser în regim continuu.

Împărțind ecuațiile (11.146) şi (11.142) se obține:

$$\frac{\mathrm{d}P_s(t)}{\mathrm{d}N_b(t)} = -h\nu_s\frac{c}{n_e l}\frac{N_b(t) - N_{b,p}}{N_b(t)}\,. \tag{11.147}$$

Prin integrarea ecuației (11.147) se obține puterea semnalului:

$$P_s(t) = h\nu_s\frac{c}{n_e l}\left[N_i - N_b(t) - \frac{N_i}{r}\ln\left(\frac{N_i}{N_b(t)}\right)\right] \tag{11.148}$$

unde

$$r = \frac{N_i}{N_{b,p}}\,. \tag{11.149}$$

Ecuația (11.148) stabileşte dependența puterii din interiorul cavității de inversia de populație având ca parametri raportul dintre inversia de populație inițială şi inversia corespunzătoare pragului de funcționare în regim continuu. Toate caracteristicile impulsului laser pot fi deduse din această ecuație.

Energia corespunzătoare impulsului laser poate fi calculată rezolvând ecuația (11.147) cu condiția inițială $P_s(t)$=0. Se poate obține astfel expresia inversiei de populație finală N_f din ecuația sub formă implicită

$$N_i - N_b(t) - \frac{N_i}{r}\ln\frac{N_i}{N_b(t)} = 0 \tag{11.150}$$

şi respectiv a energiei

$$W = h\nu_s\left(N_i - N_f\right). \tag{11.151}$$

Definind eficacitatea procesului η ca raportul dintre energia impulsului şi respectiv energia înmagazinată iniţial

$$\eta = \frac{N_i - N_f}{N_i} \tag{11.152}$$

aceasta este în funcţie numai de parametrul r şi poate fi calculată din ecuaţia implicită următoare:

$$\eta(r) + \frac{1}{r}\ln[1 - \eta(r)] = 0. \tag{11.153}$$

Rezolvând ecuaţia (11.153) se observă că eficacitatea de conversie este mai mare decât 90 % pentru valori ale parametrului r >3. Deci, prin integrarea modulatorului în cavitate fără a introduce pierderi suplimentare în *starea paralelă* este posibilă obţinerea unor eficienţe ridicate (>90 %) în cazul unor puteri de pompaj de ordinul mW.

Puterea maximă a impulsului laser $P_{s,m}$ poate fi obţinută cu ajutorul ecuaţiei (11.148) punând condiţia $N_b(t) = N_{b,p}$ sub forna:

$$P_{s,m} = h\nu_s\frac{c}{n_e l}N_{b,p}\left[r - 1 - \ln(r)\right]. \tag{11.154}$$

De asemenea, poate fi calculată şi puterea maximă a impulsului laser la ieşire din relaţia:

$$P_{i,m} = s\frac{\tau_f}{\tau_c}P_{a,p}\left[r - 1 - \ln(r)\right] \tag{11.155}$$

în care: $P_{a,p}$ este puterea absorbită la prag (relaţia (11.145)), s este randamentul laserului cu funcţionarea în regim continuu, τ_f este *timpul de viaţă al nivelului excitat*, iar $\tau_c = \frac{2n_e l}{c\delta}$ este *timpul de viaţă al fotonului în cavitate.*

Cunoscând caracteristicile laserului în regim continuu se pot estima performanţele laserului cu funcţionarea în regim declanşat. Aceste performanţe sunt determinate de puterea absorbită la prag şi de raportul timpilor de viaţă $\frac{\tau_f}{\tau_c}$.

În cazul când $P_a >> P_{a,p}$ se poate defini un randament diferenţial de pompaj s_c cu ajutorul relaţiei:

$$\frac{s_c}{s} = \frac{\tau_f}{\tau_c}. \tag{11.156}$$

Din analiza relației (11.156) se observă că mărirea puterii maxime a pulsului laser în raport cu cea corespunzătoare funcționării în regim continuu depinde numai de capacitatea sistemului de a stoca energia de pompaj (τ_f) precum şi de capacitatea de disipare a acesteia în urma convertirii în fotoni laser $\left(\frac{1}{\tau_c}\right)$. Întrucât în cazul laserelor integrate dopate cu Nd, τ_c<0,5 ns, iar τ_f<50 μs este posibilă o mărire a puterii de 10^5 ori.

Durata impulsului laser poate fi evaluată din raportul dintre energia şi respectiv puterea maximă a impulsului laser la ieşire sub forma:

$$\tau_p = \frac{W_i}{P_{i,m}} = \frac{T_2}{\delta}\frac{W}{P_{i,m}} = \frac{r\eta(r)}{r-1-\ln(r)}. \tag{11.157}$$

În cazul când valoarea parametrului r creşte foarte mult se obține $\tau_p \approx \tau_c$. Din analiza relațiilor prezentate se observă că în cazul laserelor integrate este posibilă obținerea unor impulsuri foarte scurte.

În general, în cazul măsurării câştigului nesaturat al laserelor integrate nu se poate face abstracție de depopularea stării fundamentale.

Frecvența de repetiție a impulsurilor este limitată de timpul necesar pentru obținerea inversiei de populație în apropierea unei valori staționare $n_{b,st}$. Rezolvând ecuația (11.124) care dă evoluția temporală a densității de populație în stare excitată se poate obține expresia acesteia sub forma:

$$n_b(x,y,z,t) = n_{b,st}(x,y,z) \times \left\{1 - \exp\left[-\frac{t}{\tau_f}\left(1 + \eta_p \sigma_p I_p(x,y,z)\tau_f\right)\right]\right\} \tag{11.158}$$

în care: $n_{b,st}(x,y,z)$ este dat de relația (11.132). În cazul unui pompaj puțin intens timpul de creştere caracteristic este τ_f şi puterea maximă a impulsului scade rapid pentru intervale de repetiție mai mari decât $1/\tau_f$. Dacă termenul de saturație din expresia exponențialei devine mai mare decât unitatea timpul de creştere scade, aceasta permițând funcționarea la frecvențe mai ridicate.

În cazul când se consideră că distribuția transversală a pompajului este constantă prin pomparea cu o radiație a cărei putere este de n ori mai mare decât cea corespunzătoare saturației se obține o frecvență de repetiție de $(n+1)$ mai mare, funcționarea la frecvențe ridicate permițând utilizarea în întregime a energiei de pompaj. Problema se complică foarte mult dacă se consideră profilul real al modurilor, aceasta implicând calculul numeric pentru aflarea unei frecvențe optime de funcționare.

În practică energia care poate fi obţinută este limitată de fenomenul de saturare a absorbţiei precum şi de numărul finit de ioni de Nd^{3+} care determină dopajul. Concentraţia dopantului poate fi mărită până când mai este asigurată o bună calitate optică (0,3 % at.).

Prin mărirea lungimii ghidului se poate obţine un surplus de energie, dar nu şi o putere maximă cu valori mai mari. Caracteristica cea mai importantă a acestor dispozitive este determinată de posibilitatea obţinerii unor puteri maxime ale impulsurilor cu puteri de pompaj mai puţin intense.

Puterea maximă a impulsului laser P_s în funcţie de puterea cuplată în ghid calculată teoretic ţinând seama de relaţia (11.154) în cazul a două ghiduri obţinute prin schimb ionic de exemplu [11.6], având concentraţiile atomilor pământurilor rare de 0,3% (curba continuă) şi respectiv 0,22 (curba discontinuă) sunt prezentate în figura 11. 27.

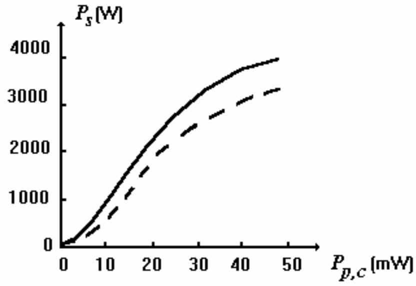

Fig.11. 27. Diagrama puterii laserului în regim declanşat în funcţie de puterea cuplată în ghid, concentraţiile atomilor pământurilor rare fiind de 0,3% (curba continuă) şi respectiv 0,22 (curba discontinuă).

Puterea cuplată în ghid se calculează cu ajutorul relaţiei:

$$P_a = P_p(0)\left(1-e^{-\alpha_p l}\right). \tag{11.159}$$

Evoluţia puterii de pompaj de-a lungul ghidului poate fi obţinută ţinând seama de ecuaţia (11.125) precum şi de expresia densităţii de populaţie în stare fundamentală (11.134) sub forma:

$$\frac{\mathrm{d}P_p(z)}{\mathrm{d}z} = -\sigma_p n_0 \iint \frac{P_p(z)p_0(x,y)\mathrm{d}A}{1+\eta_p\sigma_p P_p(z)p_0(x,y)\tau_f / h\nu_p}. \tag{11.160}$$

Integrala din membrul drept al ecuaţiei (11.160) poate fi calculată analitic dacă se cunoaşte funcţia de distribuţie $p_0(x,y,z)$ (relaţia (11.120)). Prin integrare se obţine ecuaţia:

$$\frac{\mathrm{d}P_p(z)}{\mathrm{d}z} = -\sigma_p n_0 P_{p,sat} \ln\left[1+\frac{P_p(z)}{P_{p,sat}}\right] \tag{11.161}$$

în care:

$$P_{p,sat} = \frac{1}{\eta_p} \frac{h\nu_p}{\sigma_p \tau_f} A_p . \qquad (11.162)$$

Soluția exponențială se obține în cazul când $P_p(z) << P_{p,sat}$. Ecuația diferențială (11.161) nu are soluție analitică, dar poate fi integrată numeric prin separarea variabilelor sub forma:

$$-\sigma_0 n_0 z = \int_{1-P_p(z)/P_{p,sat}}^{1+P_p(z)/P_{p,sat}} \frac{\mathrm{d}u}{\ln(u)} . \qquad (11.163)$$

În ciuda fenomenului de saturație se observă că este posibilă depășirea puterii de 1 kW, ceea ce în optica integrată reprezintă intensități considerabile ($>1\text{GW/cm}^2$). Lărgimea impulsurilor corespunzătoare este de aproximativ 200 ps.

Fabricarea și caracterizarea modulatorului integrat. În figura 11. 28 este prezentat un cuplor similar celui din figura 11. 24 pentru fabricarea căruia se pot utiliza tehnicile prezentate la capitolul 9. Concentrația ionilor de Nd^{3+} este de 0,3 %.

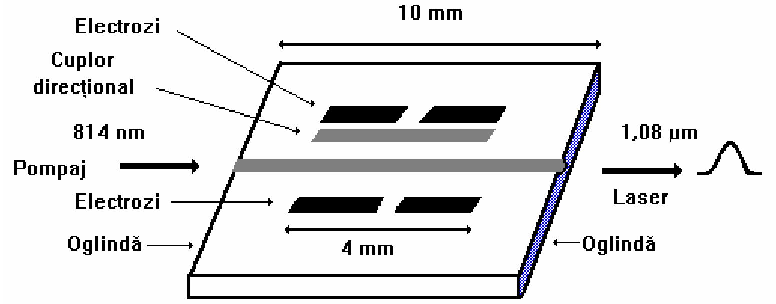

Fig.11. 28. Schema unui laser integrat dopat cu ioni de Nd^{3+} cu cuplor direcțional care funcționează în regim declanșat.

Lungimea ghidului este de 10 mm, iar lățimea de 4 μm. Cuplorul are o lungime de 4 mm și permite radiației de pompaj să fie absorbită aproape în totalitate în vederea realizării unei inversii de populație maxime pentru a obține emisia impulsului laser în *starea paralelă* independent de starea cuplorului la 814 nm. Electrozii au lungimea de 2 mm fiecare și comandă modulatorul. În principiu este posibilă obținerea *stării încrucișate* comandând modulatorul astfel ca cei doi electrozi să fie în opoziție de fază. Pentru o frecvență de modulație de 10 kHz, tensiunea aplicată fiind de 30 V, în figura 11. 29 este prezentat un impuls laser (declanșat) având puterea maximă de 2,5 W și durata de 1,5 ns. Puterea de pompaj cuplată $(P_{p,c})$ este de 10 mW [11.7].

În figura 11. 30 este prezentată dependența puterii maxime a impulsurilor laser și durata lor în funcție de tensiunea aplicată modulatorului pentru o frecvență de repetiție de 10 kHz și o putere a radiației de pompaj cuplată de 10 mW, provenită de la un laser cu titan-safir. Funcționarea în regim declanşat a fost obținută pentru impulsuri electrice cu durata de 10 până la 100 ns. Reflectivitatea oglinzii de intrare este de 99 %, iar a celei de ieşire de 70 % [11.7].

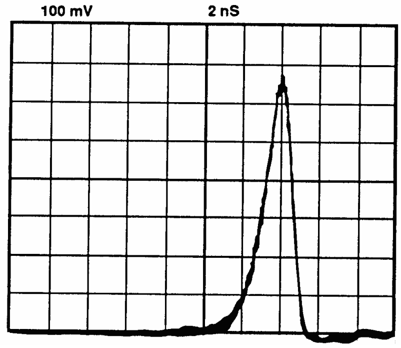

Fig. 11. 29. Impulsul laser (declanşat) în cazul dispozitivului din figura 11. 27.

Pragul de oscilație pentru funcționarea în regim continuu este de 5,9 mW, iar randamentul diferențial de 30 %.

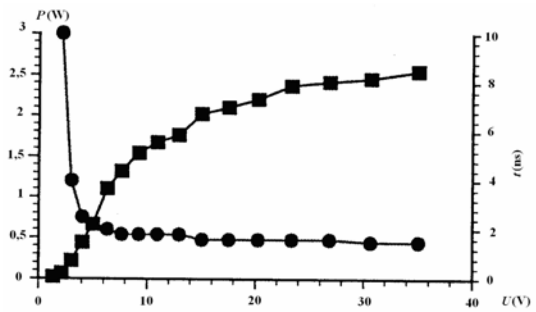

Fig. 11. 30. Variația puterii maxime (pătrate) şi a duratei (cercuri) impulsurilor laserului (declanşat) în funcție de tensiunea aplicată pe modulator.

11.3.4. Lasere integrate cu funcționarea în regim de cuplare a modurilor

Principiul de funcționare. Banda de frecvență în care un dispozitiv laser poate să oscileze este determinată de domeniul de frecvență în care câştigul din mediul activ depăşeşte pierderile rezonatorului. [11.4], [11.5]. De multe ori, în această bandă de oscilație cad mai multe moduri longitudinale ale rezonatorului optic, iar fasciculul laser este format din mai multe componente de frecvențe diferite.

Dacă laserul funcționează pe mai multe moduri transversale numărul acestor componente este şi mai mare. În acest caz, câmpul total al fasciculului laser emis este dat de suma câmpurilor individuale ale fiecărui mod. Atât amplitudinea, cât şi faza acestor moduri variază în timp datorită fluctuațiilor mecanice aleatorii ale lungimii rezonatorului laser (drumul optic nu este acelaşi pentru toate modurile datorită dispersiei mediului activ) şi interacțiunii neliniare a acestor moduri în mediul laser. Câmpul total variază astfel în timp într-un mod necontrolat, cu un timp caracteristic care este de ordinul inversului lărgimii de bandă a spectrului de frecvențe ale modurilor de oscilație. Invers, dacă modurile de oscilație sunt forțate să mențină un ecart egal în frecvență cu o relație de fază fixă unul față de altul, atunci câmpul fasciculului laser variază în timp într-un mod bine definit. Forma fasciculului depinde de modurile de oscilație ale laserului şi de faza care este impusă. În acest caz, se spune cå laserul funcționează în *regimul de cuplare a modurilor* (*mode-locking*). Considerând că există $(2N+1)$ moduri de oscilație longitudinale (N variind între $-N$ şi $+N$) dacă se fixează într-un mod oarecare ecartul de frecvență, fazele relative şi amplitudinile acestor moduri, atunci fasciculul laser are o evoluție temporală bine definită.

Din cele prezentate mai înainte se poate trage concluzia că un laser care funcționează în regimul de cuplare a modurilor prezintă o lărgime de bandă de oscilație mărită şi amplitudini constante ale modurilor în oscilație.

Există mai multe metode de forțare a laserului, iar acesta să funcționeze în regimul de cuplare a modurilor.

În anumite condiții, efectele neliniare ale mediului laser pot cauza menținerea unei relații de fază fixe între modurile de oscilație, conducând la regimul de autocuplare a modurilor (*self-locking*). Întrucât regimul de autocuplare a modurilor se obține într-o manieră oarecum aleatorie şi laserele prezintă adesea fascicule instabile, de obicei cuplarea modurilor se face prin utilizarea unei perturbații comandate în cavitate. Cuplarea activå a modurilor cavității se realizează cu un modulator intern, care produce fie modulația pierderilor, fie modulația constantei dielectrice. Modulatorul poate fi acustooptic sau electrooptic şi este comandat la frecvența de separare longitudinalå a modurilor, adică un ciclu al frecvenței de modulație care corespunde timpului necesar radiației så efectueze un drum dus-întors în rezonatorul laser. Astfel, toată radiația din rezonator prezintă pierderi, cu excepția aceleia care trece prin modulator când acesta prezintă pierderi minime.

Modulația de amplitudine şi de fază sunt funcții de bază şi în optica integrată. Proprietățile electrooptice foarte bune ale $LiNbO_3$ asociate cu dimensiunile transversale mici care caracterizează propagarea ghidată permit obținerea unor tensiuni de comandă de câțiva volți, fapt ce facilitează funcționarea acestor componente în domeniul frecvențelor foarte înalte [11.8], [11.13].

Pentru a fi eficace, dimensiunile modulatoarelor în optica integrată variază de la câțiva mm până la câțiva cm. În figura 11. 31 este prezentată schema unui laser integrat cu funcționarea în regim de cuplare (*mode-locking*) a modurilor având un modulator de fază cu undă progresivă [11.8].

Prin aplicarea unei tensiuni continue în cazul când câmpul electric şi cel optic sunt paralele cu axa optică a cristalului defazajul introdus este dat de relația [11.5], [11.8]:

$$\Delta\Phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda_s} n_e^3 \frac{r_{33}}{2} \frac{V_m}{d} l_m = A V_m l_m \tag{11.164}$$

unde r_{33} este coeficientul electrooptic după axa z, d este distanţa dintre electrozi, l_m este lungimea modulatorului, iar V_m este tensiunea aplicată acestuia. În scrierea relaţiei (11.164) s-a considerat că există o suprapunere perfectă între câmpul electric şi câmpul modului ghidat şi de asemenea că $n_e \approx n_{ef}$.

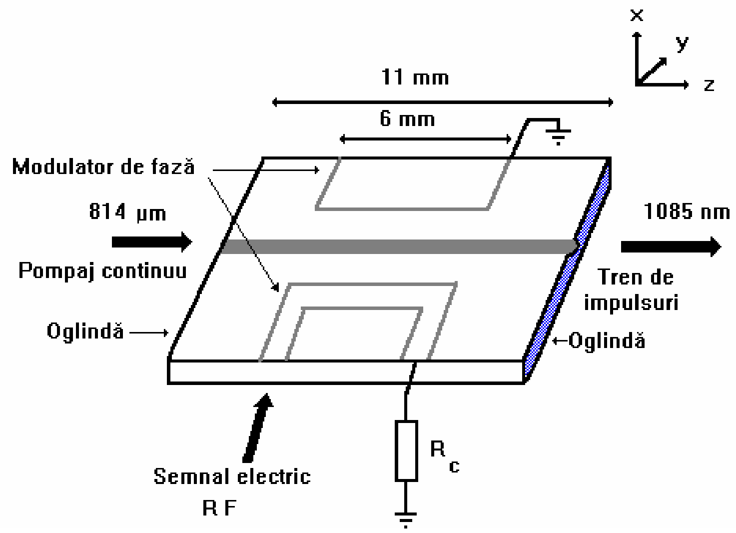

Fig. 11. 31. Schema unui laser integrat cu funcţionarea în regim de cuplare a modurilor.

Dacă pe linia de transmisie electrică este conectat un semnal electric de frecvenţă foarte înaltă, acesta poate fi descris de tensiunea electrică scrisă sub forma:

$$V(t,y) = V_m \exp[\mathrm{i}(\omega_m t - k_m y)] \tag{11.165}$$

în care: ω_m este pulsaţia de modulaţie, iar $k_m = n_m \omega_m / c$ este constanta de propagare corespunzătoare undei electrice. Dacă frecvenţa de modulaţie este suficient de mare, este posibil ca din punct de vedere al impulsului optic amplitudinea semnalului electric să varieze considerabil în timpul de tranziţie prin modulator. În acest caz nu este posibilă înlocuirea în relaţia (11.165) a amplitudinii semnalului V_m cu $V(t,y)$ şi trebuie efectuată operaţia de integrare pe întreaga lungime pentru a obţine defazajul efectiv de forma:

$$\Delta\Phi(t) = A\int_0^{l_m} V[t', y(t')]\mathrm{d}y = \frac{c}{n_e} A \int_t^{t+\tau_m} V[t', y(t')]\mathrm{d}t' \tag{11.166}$$

în care: $y(t') = c(t' - t)/n_e$.

În relaţia (11.166) $V[t', y(t')]$ este tensiunea instantanee *văzută* de impulsul optic care se presupune că se propagă în acelaşi sens cu semnalul electric, iar $\tau_m = n_e l_m / c$ este timpul de tranzit în modulator.

În urma calculării integralei se obține pentru defazaj expresia:

$$\Delta\Phi(t) = \Delta\Phi_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\omega_m t} \left[\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\omega_m \tau_m \left(1 - \frac{n_m}{n_e}\right)} - 1}{\mathrm{i}\,\omega_m \tau_m \left(1 - \frac{n_m}{n_e}\right)} \right]. \tag{11.167}$$

Termenul dintre paranteze (relația (11.167)) reprezintă reducerea eficacității de modulație datorită diferenței dintre vitezele de fază corespunzătoare undelor optice şi respectiv electrice care se propagă în mediu, acesta numindu-se şi *coeficient de reducere*. Modulul acestui termen poate fi scris sub forma:

$$|F| = \left| \frac{\sin\left[\frac{\omega_m \tau_m}{2} \left(1 - \frac{n_m}{n_e}\right) \right]}{\frac{\omega_m \tau_m}{2} \left(1 - \frac{n_m}{n_e}\right)} \right| \tag{11.168}$$

şi se anulează când $\omega_m \tau_m (1 - n_m / n_e) = 2\pi$ sau $\nu_m = c / l_m (n_m - n_e)$ unde ν_m este frecvența de modulație. În aceste condiții impulsul optic *vede* două alternanțe ale semnalului electric în timpul cât străbate modulatorul. În cazul cristalului de $LiNbO_3$, n_e=2,16 la lungimea de undă 1,084 μm şi n_m=4,25, iar frecvența corespunzătoare primului *zero* este de 14 GHz pentru o lungime a modulatorului l_m=1 cm.

Când impulsul se propagă în sens contrar semnalului electric trebuie făcută schimbarea lui k_m cu $-k_m$, care se reduce la înlocuirea în relația (11.167) a expresiei $(1 - n_m / n_e)$ cu $(1 - n_m / n_e)$. În acest caz frecvența pentru care apare primul *zero* corespunzător diferenței de fază $\Delta\Phi$ este micşorată cu $(n_m + n_e)/(n_m - n_e) \approx 3$.

Dacă frecvența modulatorului este acordată cu timpul corespunzător unui parcurs dus-întors a impulsului prin cavitate rezultă condiția care trebuie impusă asupra lungimii modulatorului pentru a obține un defazaj zero în cazul propagării în sens contrar a impulsului optic şi respectiv impulsului electric:

$$\nu_m = \frac{c}{2 n_e l} = \frac{c}{l_m (n_m + n_e)} \tag{11.169}$$

unde

$$l_m = \frac{2l}{l + n_m / n_e} \approx \frac{2}{3} l. \tag{11.170}$$

În acest caz, coeficientul de reducere este:

$$\operatorname{sinc}\left[\left(\frac{n_m - n_e}{n_m + n_e}\right)\pi\right] \approx \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0{,}83 . \qquad (11.171)$$

Astfel, este posibilă anularea interacţiunii dintre cele două semnale când se propagă în sens contrar şi conservarea unei bune eficacităţi în cazul când acestea se propagă în acelaşi sens.

În figura 11. 32 este prezentată forma coeficientului (factorului) de reducere, F în cazul celor două tipuri de interacţii funcţie de frecvenţă pentru dispozitivul prezentat schematic în fig. 11. 31.

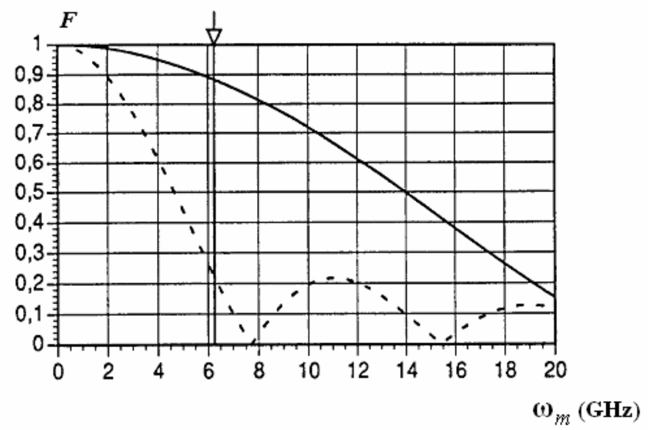

Fig. 11. 32. Amplitudinea defazajului efectiv în cazul undelor care se propagă în acelaşi sens (curba continuă) şi în sens contrar (curba discontinuă) în funcţie de frecvenţă, lungimea modulatorului fiind de 6 mm; săgeata corespunde unui parcurs dus-întors.

În continuare, pe baza celor prezentate anterior şi pentru simplificarea calculelor matematice se poate neglija coeficientul de reducere şi de asemenea efectul modulatorului asupra propagării în sens invers prin cavitate a impulsului.

Pentru a studia efectul modulatorului asupra impulsului se consideră că acesta este de formă gaussiană:

$$E(t) = \exp\left(-\Gamma t^2 + \mathrm{i}\,\omega_0 t\right) \qquad (11.172)$$

unde

$$\Gamma = \alpha - \mathrm{i}\beta \qquad (11.173)$$

este parametrul gaussian complex.

Durata impulsului considerat este:

$$\tau_p = \left(\frac{2\ln 2}{\alpha}\right)^{1/2}, \qquad (11.174)$$

iar frecvenţa sa este modulată liniar

$$\omega(t) = \frac{\mathrm{d}\Phi(t)}{\mathrm{d}t} = \omega_0 + 2\beta t . \qquad (11.175)$$

Pe baza ipotezelor făcute, funcţia de transmisie $t_m(t)$ care caracterizează trecerea impulsului prin modulator poate fi scrisă sub forma:

$$t_m(t) = \exp[\mathrm{i}\,\Delta\Phi_0 \cos(\omega_m t)]. \qquad (11.176)$$

Considerând că impulsul trece prin modulator într-un moment când defazajul este maxim şi că durata sa este mică în comparaţie cu perioada de modulaţie, în urma dezvoltării în serie a relaţiei (11.176) şi luării în considerare numai a primilor doi termeni se obţine:

$$t_m(t) = \exp\left[\pm\,\mathrm{i}\,\Delta\Phi_0\left(1 - \omega_m^2 t^2/2\right)\right]. \qquad (11.177)$$

Defazajul constant $\pm\Delta\Phi_0$ nu afectează proprietăţile impulsului, dar modifică lungimea efectivă a cavităţii. Acest termen este important pentru că permite în practică ridicarea nedeterminării asupra trecerii impulsului la nivelul minim sau maxim de deviaţie, frecvenţele de modulaţie fiind diferite în cele două cazuri. Transformarea suferită de impuls la ieşirea din modulator poate fi scrisă sub forma:

$$E'(t) = E(t)t_m(t) \approx \exp\left(\pm\,\mathrm{i}\,\Delta\Phi_0\omega_m^2 t^2/2\right) \qquad (11.178)$$

sau

$$\Gamma' - \Gamma = \pm\,\mathrm{i}\,\Delta\Phi_0\omega_m^2/2\,. \qquad (11.179)$$

Efectul câştigului asupra impulsului poate fi reprezentat în urma unui parcurs dus-întors în cavitate prin *funcţia complexă de transfer* [11.4]:

$$G(\omega) = \exp\left[\frac{g_s}{1 + 2\mathrm{i}(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_a} - \mathrm{i}\,2\pi\frac{\omega}{\omega_m}\right] \qquad (11.180)$$

unde g_s este câştigul saturat corespunzător centrului profilului lorentzian (omogen) de lărgime $\Delta\omega_a$. În scrierea relaţiei (11.180) s-a presupus că frecvenţa centrală a impulsului coincide cu cea a profilului. Partea reală a câştigului $G(\omega)$ reprezintă profilul câştigului, iar cea imaginară defazajul acumulat în mediul amplificator în timpul unui parcurs dus-întors prin cavitate.

În practică, spectrul de emisie nu se modifică faţă de $\Delta\omega_a$, iar $G(\omega)$ poate fi dezvoltat în serie luând în considerare numai primii doi termeni (cu $g_s = \delta$) obţinându-se:

$$G(\omega) = \exp\left\{\delta\left[1 - 2\mathrm{i}(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_a - 4(\omega - \omega_0)^2/\Delta\omega_a^2\right] - \mathrm{i}2\pi\frac{\omega}{\omega_m}\right\}. \qquad (11.181)$$

Termenul imaginar pune în evidenţă faptul că timpul corespunzător unui parcurs dus-întors prin cavitate nu mai este egal cu $2\pi/\omega_m$ ci este modificat prin fenomenul de dispersie liniară a mediului amplificator în apropierea frecvenţei ω_0. Acest efect cunoscut sub numele de târâre a frecvenţei modifică frecvenţa de oscilaţie a modurilor în raport cu valorile impuse de cavitate fără mediu amplificator. Întrucât $\Delta\omega_a$ este mare faţă de ω_m aceasta reprezintă o variaţie mică pe o perioadă de modulaţie.

Efectul care influențează forma impulsului este dat de termenul pătratic. În acest caz se poate scrie:

$$E''(\omega) = G(\omega)E'(\omega) = \exp\left[-\frac{4\delta}{\Delta\omega_a^2}(\omega-\omega_0)^2\right]E'(\omega) \qquad (11.182)$$

unde

$$E'(\omega) = \exp\left[-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{4\Gamma'}\right], \qquad (11.183)$$

iar $E'(\omega)$ reprezintă transformata Fourier a lui $E'(t)$.

Astfel, presupunând că variația relativă a lui Γ'' este mică în decursul unui parcurs dus-întors prin cavitate $\left(|\Gamma'| << \Delta\omega_a^2\right)$ se obține:

$$\frac{1}{\Gamma''} = \frac{1}{\Gamma'} + \frac{16\delta}{\Delta\omega_a^2} \qquad (11.184)$$

sau

$$\Gamma'' - \Gamma' \approx -\frac{16\delta}{\Delta\omega_a^2}\Gamma'^2. \qquad (11.185)$$

Mediul amplificator tinde deci să reducă spectrul de frecvențe al impulsului. Pentru a obține o soluție stabilă trebuie ca cele două efecte să se compenseze în timpul unui parcurs dus-întors prin cavitate. Această condiție se scrie sub forma:

$$\Gamma'' - \Gamma = \left(\Gamma'' - \Gamma'\right) - \left(\Gamma' - \Gamma\right) = 0 \qquad (11.186)$$

sau

$$-\frac{16\delta}{\Delta\omega_a^2}\Gamma_{sta}^2 \pm i\frac{\Delta\Phi_0}{2}\omega_m^2 = 0. \qquad (11.187)$$

Din relația (11.186) se poate calcula

$$\Gamma_{sta} = \left(\pm i\frac{\Delta\Phi_0}{\delta}\frac{\omega_m^2\Delta\omega_a^2}{32}\right)^{1/2} = \alpha_{sta} - i\beta_{sta} \qquad (11.188)$$

şi

$$\alpha_{sta} = \beta_{sta} = \frac{1}{8}\left(\frac{\Delta\Phi_0}{\delta}\right)^{1/2}\omega_m\Delta\omega_a. \qquad (11.189)$$

Durata impulsului devine:

$$\tau_p = \frac{2}{\pi}(\ln 2)^{1/2}\left(\frac{\delta}{\Delta\Phi_0}\right)^{1/4}\left(\frac{1}{\nu_m \Delta\nu_a}\right)^{1/2}. \tag{11.190}$$

Din relația (11.183) se observă că amplitudinea de modulație sau câştigul influențează puțin asupra duratei impulsului din cauza exponentului 1/4. Deoarece $\Delta\nu_a$ este fixată pentru material numai frecvența de modulație are un efect notabil. Deci, se pot obține impulsuri foarte scurte lucrând în domeniul frecvențelor foarte înalte. În cazul unui laser cu substrat de $LiNbO_3$ coeficientul electrooptic r_{33}=30 pm/V, iar $\delta \le 1$. Pentru un semnal de 10 V şi o distanță dintre electrozi d=10 μm se obține: $\Delta\Phi_0 \approx 5$, $\nu_m \approx 6.3\,\text{GHz}$, $\Delta\nu_a = 638\text{GHz}(\Delta\lambda = 2{,}5\text{nm})$ şi $\tau_p \approx 5{,}6$ ps. Ținând seama de relația (11.190) lărgimea spectrală a impulsului poate fi scrisă sub forma:

$$\Delta\nu_p = \frac{1}{\pi}\left\{2\ln 2\alpha\left[1 + (\alpha/\beta)\right]^2\right\}^{1/2}. \tag{11.191}$$

Întrucât $\alpha = \beta$, modulația în frecvență a impulsului lărgeşte spectrul cu un factor $[2]^{1/2}$. Produsul

$$\Delta\nu_p \tau_p = \frac{2\ln 2}{\pi}\left(1 + \frac{\alpha}{\beta}\right)^{1/2} \approx 0{,}624 \tag{11.192}$$

permite caracterizarea fenomenului de acordare a fazelor modurilor laser. Această valoare depinde de profilul impulsului laserului considerat.

Caracterizarea experimentală a funcționării laserelor integrate de tip Nd^{3+}:$LiNbO_3$ în regim de cuplare a modurilor. Utilizând un laser integrat cu substrat de $LiNbO_3$ dopat cu Nd^{3+} prezentat schematic în figura 11. 33 şi pompat cu un laser cu titan-safir s-a obținut un tren continuu de impulsuri de aproximativ 6,2 GHz având lărgimea la jumătate din amplitudine de 45 ps şi puterea medie emisă de 13 mW (fig. 11. 32) [11.8].

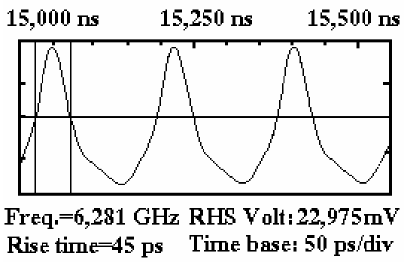

Fig. 11. 33. Tren de impulsuri obținut în urma funcționării unui laser cu substrat de $LiNbO_3$ dopat cu ioni de Nd^{3+} în regim de moduri cuplate.

Pragul oscilaţiei laser corespunde unei puteri absorbite de 2,2 mW, iar randamentul diferenţial este de 31 %.

În cazul laserului din figura 11. 31 oglinda de intrare are coeficientul de reflexie de 99 %, iar cea de ieşire de 70 %, distanţa dintre electrozi este de 10 μm, iar grosimea şi lungimea acestora este de 2 μm şi respectiv 6,3 μm.

11.3.5. Lasere integrate acordabile

Laser acordabil acustooptic integrat de tip Er^{3+}:Ti:LiNbO$_3$. Funcţionarea laserului acordabil acustooptic integrat de tip Er^{3+}.:Ti:LiNbO$_3$ se bazează pe proprietăţile electrooptice şi acustooptice remarcabile ale LiNbO$_3$ şi pe câştigul laser ridicat care poate fi obţinut în cazul ionilor de Er^{3+}. Schema unui astfel de laser este prezentată în figura 11. 34 [11.9].

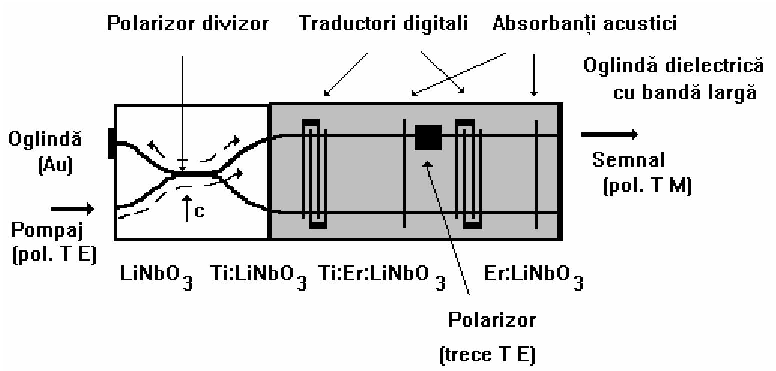

Fig. 11. 34. Schema unui laser acordabil acustooptic integrat de tip Er^{3+}:Ti:LiNbO$_3$; c reprezintă axa optică a cristalului de LiNbO$_3$.

Cavitatea Fabry-Pérot a laserului integrat este formată dintr-o oglindă de aur depusă la capătul de la intrarea în ghid şi o altă oglindă dielectrică de bandă largă având reflectivitatea de 98 % atât pentru radiaţia de pompaj cât şi pentru cea laser, care joacă rol de cuplor cu exteriorul, depusă la celălalt capăt. Componenta de bază a unui astfel de laser constă dintr-un filtru activ în două trepte, (dopat cu Er^{3+}) integrat monolitic în interiorul cavităţii, care este utilizat ca amplificator optic de bandă îngustă. Acest filtru este format (de la stânga la dreapta figurii 11. 34) dintr-un polarizor care lasă să treacă componenta TM a câmpului electromagnetic (divizor de polarizare), dintr-un convertor acustooptic care transformă componenta TM în TE, un polarizor care lasă să treacă componenta TE şi un al doilea convertor care face transformarea componentei TE în TM. Operaţia de filtrare (în bandă îngustă) se obţine în urma unei conversii selective în domeniul lungimilor de undă, rezultată în urma acordului acustooptic al vectorilor de undă în combinaţie cu o filtrare corespunzătoare a polarizării.

Datorită operației de conversie în două trepte care face transformarea TM$\rightarrow$TE$\rightarrow$TM deplasarea frecvenței introdusă de prima treaptă este compensată de deplasarea acesteia în sens opus rezultată în treapta a doua, astfel că în urma unei treceri complete a câmpului optic prin cavitate nu se obține o deplasare netă a frecvenței.

În vederea obținerii unei interacțiuni acustooptice eficiente s-a ales ca substrat $LiNbO_3$ tăiat după axa x, propagarea undelor acustică şi respectiv optică având loc după axa y [11.9]. Regiunea dopată cu Er^{3+} de aproximativ 40 mm lungime începe după divizorul de polarizare (care joacă rol şi de cuplor al radiației de pompaj) pentru a separa aceste regiuni dopate şi nepompate în interiorul laserului având lungimea de 54,7 mm.

Divizorul de polarizare are două brațe simetrice în formă de Y, dispuse sub un unghi de $0{,}275^{o}$ care au în regiunea centrală o lățime de 14 μm. Extincția optimă se obține pentru o lungime de aproximativ 240 μm situată în porțiunea centrală.

Undele acustice de suprafață folosite pentru filtrarea acustooptică sunt excitate de traductorii digitali. În montajul din figura 11. 33 fiecare treaptă de conversie are propriul său traductor astfel încât este posibilă o optimizare individuală a puterii acustice în vederea obținerii unei conversii complete a modului. Electrozii traductoarelor sunt confecționați din aluminiu.

Filtrul mai conține şi un polarizor de 1 mm lungime care lasă componenta TE a câmpului electromagnetic ce este integrat între cele două trepte acustooptice.

Caracteristicile acestui filtru (dopat, în două trepte) s-au obținut utilizându-se radiația emisă de o diodă laser având lungimea de undă de 1,556 μm, care este introdusă într-un braț al divizorului de polarizare cu ajutorul unei fibre optice cu care se face în acelaşi timp şi un control al polarizării.

Pentru a obține efect laser cu ajutorul acestui dispozitiv trebuie ca pierderile de 6,3 dB la un parcurs dus-întors prin cavitate să fie compensate de către câştigul optic. Aceste pierderi sunt datorate conversiei acustooptice (2×0,4 dB), divizorului de polarizare (2×0,4 dB), polarizorului care lasă să treacă componenta TE a câmpului electromagnetic (2×0,7 dB), traductoarelor (4×0,3 dB), împrăştierii în ghid a modului TM (0,8 dB), împrăştierii în ghid a modului TE (1 dB) şi respectiv oglinzilor (0,3 dB).

Caracteristicile de putere ale laserului acordabil acustooptic integrat de tip Er:Ti:$LiNbO_3$. Laserul acordabil integrat a fost pompat cu o radiație având λ_p=1480 nm emisă de o diodă laser sau de la un laser acordabil cu centri de culoare. Eficiența cuplajului dintre fibră şi ghid este de aproximativ 85 %.

Aşa cum se poate observa din dependența puterii la ieşire de puterea radiației de pompaj prezentată în figura 11. 35 a), efectul laser se obține pentru lungimile de undă de 1561 (1531, 1546) nm pentru puteri ale radiației de pompaj de 110 (130, 140) mW.

Lărgimea liniei emise de 0,25 nm pune în evidenţă faptúl că un astfel de laser nu operează monomod (fig. 11. 35 b)).

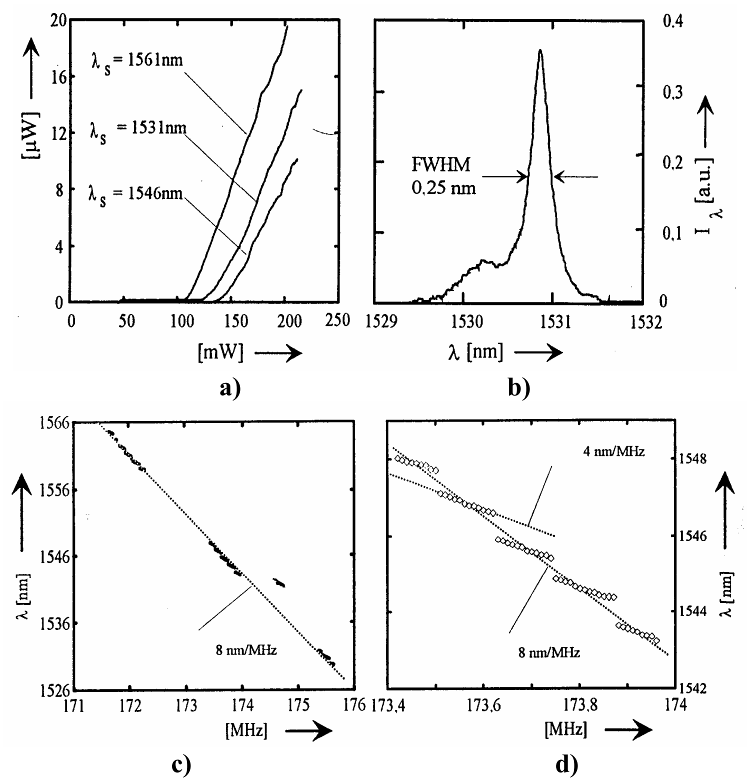

Fig. 11. 35. a) Caracteristicile de putere ale laserului acordabil acustic, b) spectrul de emisie corespunzător lungimii de undă de 1531 nm, c) şi d) dependenţa lungimii de undă a radiaţiei laser de frecvenţa din domeniul acustic.

Dependenţa lungimii de undă a radiaţiei laser de frecvenţa din domeniul acustic este prezentată în fig. 11ura 36 c), d).

Din analiza figurii se observă că există trei regiuni unde este posibilă operaţia de acordare care sunt situate în jurul celor trei valori corespunzătoare câştigului maxim, chiar pentru puteri mari ale radiaţiei de pompaj (de aproximativ 210 mW) datorită pierderilor totale din cavitate. Panta medie este de aproximativ 8 nm/MHz pentru variaţia lungimii de undă corespunzătoare unei variaţii de 1 MHz a frecvenţei din domeniul acustic.

11.4. Amplificatoare laser integrate

11.4.1. Noţiuni de teoria cuantică a coerenţei optice

Deşi conceptul de *coerenţă optică* a fost introdus în fizică pentru descrierea fenomenelor de interferenţă şi difracţie, în prezent este utilizat pentru descrierea generală a proprietăţilor statistice ale câmpului electromagnetic, lumina putând fi descrisă complet numai statistic.

Din punct de vedere *statistic* lumina este caracterizată de mărimile de stare ale câmpului electromagnetic $\vec{E}(\vec{r},t)$şi $\vec{B}(\vec{r},t)$ care sunt funcţii aleatorii de spaţiu şi timp şi pot fi reprezentate sub forma unor semnale analitice complexe. Tratarea cuantică a coerenţei implică utilizarea formalismelor cuantice ale matricei densitate şi cuantificării a doua, analiza procesului de măsură (fotodetecţie) fiind fundamentală.

Descrierea statistică a luminii este impusă de: modul de generare al acesteia de către un număr mare de emiţători independenţi-atomii, modul de detecţie al radiaţiei sub forma unor medii statistice ale câmpului incident, caracterul statistic al unor fenomene de propagare caracterizate de fluctuaţii, natura cuantică a proceselor de fotodetecţie etc.

Pentru a descrie din punct de vedere statistic lumina se consideră câmpul de radiaţie dintr-o incintă cubică de latură L, caracterizat de potenţialul vector:

$$\begin{aligned}\vec{A}(\vec{r},t) &= \frac{1}{L^{3/2}}\sum_k \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}}\hat{a}_k\vec{\varepsilon}_k\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(\vec{k}\vec{r}-\omega_k t\right)} + \hat{a}_k^{+}\vec{\varepsilon}_k^{*}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(\vec{k}\vec{r}-\omega_k t\right)} \\ &= \vec{A}^{(+)}(\vec{r},t)+\vec{A}^{(-)}(\vec{r},t)\end{aligned} \tag{11.193}$$

unde

$$k = \frac{2\pi}{L}(n_1,n_2,n_3), \quad n = 0,\pm 1,\pm 2,..., \tag{11.194}$$

iar vectorii $\vec{\varepsilon}_k$ indică *starea de polarizare a câmpului transversal cuantificat* din incintă. *Operatorilor de anihilare* $\hat{a}_k$ şi *creare* $\hat{a}_k^{+}$ le corespund părţile $\vec{A}^{(+)}(\vec{r},t)$ (cu frecvenţe pozitive), respectiv $\vec{A}^{(-)}(\vec{r},t)$ (cu frecvenţe negative).

Considerând potenţialul scalar nul în regiunea de studiu, aceeaşi dezvoltare este valabilă şi pentru intensitatea câmpului electric $\vec{E}(\vec{r},t)$ cuantificat pe baza relaţiei $\vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{A}(\vec{r},t)$, astfel încât

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}^{(+)}(\vec{r},t)+\vec{E}^{(-)}(\vec{r},t). \tag{11.195}$$

Particularităţile statistice ale câmpului sunt descrise cu ajutorul operatorului densitate (v. Anexa 2).

Din punct de vedere al fotodetecţiei, pe baza celor prezentate mai înainte se observă că există o asimetrie între componentele $\vec{E}^{(+)}(\vec{r},t)$ şi $\vec{E}^{(-)}(\vec{r},t)$ ale câmpului, partea de anihilare $\vec{E}^{(+)}(\vec{r},t)$ caracterizând procesul absorbţie în timp ce partea de creare $\vec{E}^{(-)}(\vec{r},t)$ intervine în procesul de emisie stimulată. Cele două componente $\vec{E}^{(+)}(\vec{r},t)$ şi $\vec{E}^{(-)}(\vec{r},t)$ ale câmpului caracterizează detectoarele *prin absorbţie* care corespund lui $\vec{E}^{(+)}(\vec{r},t)$ şi respectiv detectoarele *prin emisie stimulată* numite şi numărători de cuante, care corespund lui $\vec{E}^{(-)}(\vec{r},t)$.

Un *detector ideal* are bandă largă şi extensie spaţială limitată încât la un moment dat t răspunde la câmp într-un singur punct $\vec{r}$. În cazul detectoarelor prin absorbţie rata de tranziţie din starea iniţială $\left|\psi_i\right\rangle$ în starea finală $\left|\psi_f\right\rangle$ prin absorbţia unui foton, (ţinându-se seama că starea finală este determinată) este

$$
\begin{aligned}
w &= \sum_f w_{i\to f} = \sum_f \left|\left\langle \psi_f \middle| E^{(+)}(\vec{r},t) \middle| \psi_i \right\rangle\right|^2 = \\
&= \sum_f \left|\left\langle \psi_i \middle| E^{(-)}(\vec{r},t) \middle| \psi_f \right\rangle \left\langle \psi_f \middle| E^{(+)}(\vec{r},t) \middle| \psi_i \right\rangle\right| = \qquad (11.196) \\
&= \left\langle \psi_i \middle| E^{(-)}(\vec{r},t) E^{(+)}(\vec{r},t) \middle| \psi_i \right\rangle .
\end{aligned}
$$

În deducerea relaţiei (11.166) s-a utilizat relaţia de închidere

$$\sum_f \left|\psi_f\right\rangle\left\langle\psi_f\right| = 1 \qquad (11.197)$$

şi relaţiile de comutare între operatorii $\hat{a}_k$ şi $\hat{a}_k^+$.

Ţinând seama că starea iniţială $\left|\psi_k\right\rangle$ este descrisă cu ajutorul operatorului densitate se obţine pentru media statistică a ratei de tranziţie $\langle w\rangle$ expresia:

$$\langle w\rangle = \sum_k p_k w_k = \mathrm{Urm}\left[\hat{\rho} E^{(-)}(\vec{r},t) E^{(+)}(\vec{r},t)\right]. \qquad (11.198)$$

Dacă se consideră că detectorul este constituit dintr-un singur atom cu un singur electron de valenţă studiul probabilităţii de tranziţie din starea iniţială a sistemului $\left|\varphi_i\psi_i\right\rangle$ şi starea finală $\left|\varphi_f\psi_f\right\rangle$, unde $|\varphi\rangle$ se referă la atom, iar $|\psi\rangle$ la câmp, se face utilizându-se formalismul de interacţie şi metoda perturbaţiilor.

Astfel, pentru lungimi de undă mai mari decât dimensiunile atomice se utilizează aproximaţia de dipol electric, încât hamiltonianul de interacţiune are forma

$$\hat{H}_I = -e\hat{x}(t)E(0,t). \qquad (11.199)$$

Ţinând seama că operatorul unitar de evoluţie al sistemului supus câmpului la $t = 0$, are forma

$$\hat{U}(t,0) = 1 - \mathrm{i}\int_0^t \hat{H}_I(t',0)\hat{U}(t',0)\mathrm{d}t' \text{ cu condiţia } \hat{U}(0,0) = 1, \qquad (11.200)$$

rezultă pentru *probabilitatea de tranziţie*, p , din starea iniţială în starea finală expresia:

$$p_{\left|\varphi_i\psi_i\right\rangle\to\left|\varphi_f\psi_f\right\rangle} = \left|\left\langle \varphi_f\psi_f \middle| \hat{U}(t,0) \middle| \varphi_i\psi_i \right\rangle\right|^2 \qquad (11.201)$$

a cărei dependență de $E(0,t')$ arată rolul preponderent al componentei $E^{(+)}$ în absorbție întrucât conține factorul $\exp\left[\mathrm{i}\left(\omega_{\varphi_i\varphi_f} - \omega_k\right) t'\right]$ spre deosebire de $E^{(-)}$ care conține factorul $\exp\left[\mathrm{i}\left(\omega_{\varphi_i\varphi_f} + \omega_k\right) t'\right]$ rapid variabil, în comparație cu timpul de răspuns al detectorului.

Întrucât nu toți fotoelectronii sunt detectați se introduce un factor numit *eficiența cuantică* a detectorului.

În mod asemănător se poate studia, într-un experiment prin coincidență, realizat prin considerarea a n detectoare formate dintr-un singur atom, plasate în punctele $\vec{r}_1, r_2, ...\vec{r}_n$ și expuse radiației la momentul t =0, probabilitatea $p^{(n)}(t)$ ca fiecare detector să fi absorbit câte un foton la momentul t .

Câmpuri coerente şi stări coerente ale câmpurilor. Din punct de vedere clasic câmpurile complet coerente (fără zgomot) sunt descrise cu ajutorul funcției δ (Dirac), iar din punct de vedere cuantic, câmpurile complet coerente, care satisfac *condiția de factorizare* sunt descrise cu ajutorul stărilor coerente ale câmpului [11.1], [11.4], [11.5].

Stările coerente ale câmpului. *Stările Fock* sau stările operatorului număr de particule $|n\rangle$ sunt stările proprii ale operatorului $\hat{n} = \hat{a}^+\hat{a}$, conform ecuației

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle . \tag{11.202}$$

Aceste stări pot fi exprimate în funcție de starea vidului $|0\rangle$

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}}\hat{a}^{+(n)}|0\rangle \tag{11.203}$$

şi alcătuiesc un sistem ortonormat încât

$$\sum_{n=0}^{\infty}|n\rangle\langle n| = 1 . \tag{11.204}$$

Prin definiție, stările coerente $|\alpha\rangle$ sunt stări proprii ale operatorului de anihilare $\hat{a}$ conform ecuațiilor

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle ,\ \langle\alpha|\hat{a}^+ = \langle\alpha|\alpha^* \tag{11.205}$$

unde α este un număr complex ($\hat{a}$ nu este hermitic).

Se poate arăta că stările coerente se pot obține cu ajutorul operatorului unitar *deplasare* $\hat{U}(\alpha) = \exp\left(\alpha\hat{a}^+ - \alpha^*\hat{a}\right)$ pornindu-se de la stările vidului: $|\alpha\rangle = \hat{U}(\alpha)|0\rangle$.

Dezvoltând în serie Taylor operatorul $\hat{U}(\alpha)$ se obține

$$\left|\alpha\right\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}\left|\alpha\right|^2\right)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\left|n\right\rangle \tag{11.206}$$

adică exprimarea lui $\left|\alpha\right\rangle$ în funcție de stările Fock ale câmpului $\left|n\right\rangle$.

Din relațiile

$$\hat{U}^{-1}(\alpha)\hat{a}\hat{U}(\alpha) = \hat{a} + \alpha \tag{11.207}$$

$$\hat{U}^{-1}(\alpha)\hat{a}^{+}\hat{U}(\alpha) = \hat{a}^{+} + \alpha^{*} \tag{11.208}$$

se observă că $\hat{U}(\alpha)$ acționează asupra operatorului $\hat{a}$ ca un operator de deplasare cu cantitatea complexă α.

Stările coerente sunt normate $\left\langle\alpha|\alpha\right\rangle = 1$, dar nu sunt ortogonale, după cum rezultă din produsul

$$\left\langle\alpha|\beta\right\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}\left|\alpha\right|^2 - \frac{1}{2}\left|\beta\right|^2 + \alpha^{*}\beta\right), \tag{11.209}$$

ortogonalitatea fiind numai aproximativă, acoperirea lor devenind foarte mică, dacă $\left|\alpha - \beta\right| >> 1$. Deşi sunt mutual dependente, stările coerente alcătuiesc un sistem supracomplet de stări proprii întrucât o stare arbitrară poate fi exprimată în funcție de stările coerente.

Din *condiția de completitudine*

$$\frac{1}{\pi}\int\left|\alpha\right\rangle\left\langle\alpha\right|\mathrm{d}^2\alpha = \hat{1} \tag{11.210}$$

rezultă *rezoluția unitară* a sistemului supracomplet de stări proprii.

Numărul de fotoni într-o stare coerentă $\left|\alpha\right\rangle$ poate lua orice valoare între 0 şi ∞, după cum rezultă din calculul lui $\left\langle n\right\rangle$ ținând seama de expresia (11.16)

$$\left\langle n\right\rangle = \left\langle\alpha\left|\hat{a}^{+}\hat{a}\right|\alpha\right\rangle = \left|\alpha\right|^2 \tag{11.211}$$

probabilitatea de a găsi n fotoni în starea $\left|\alpha\right\rangle$ fiind de tip *Poisson*:

$$\left|\left\langle n|\alpha\right\rangle\right|^2 = \frac{\left\langle n\right\rangle^n}{n!}\mathrm{e}^{-\left\langle n\right\rangle}. \tag{11.212}$$

Vectorii de stare $\left|v\right\rangle$ şi operatorii $\hat{Q}$ pot fi reprezentați în funcție de stările coerente cu ajutorul expresiilor:

$$\left|v\right\rangle = \frac{1}{\pi}\int\left|\alpha\right\rangle\left\langle\alpha|v\right\rangle\mathrm{d}^2\alpha = \frac{1}{\pi}\int\mathrm{d}^2\alpha\exp\left(-\frac{1}{2}\left|\alpha\right|^2\right)v\left(\alpha^{*}\right)\left|\alpha\right\rangle \tag{11.213}$$

respectiv

$$\hat{Q} = \frac{1}{\pi^2}\iint |\alpha\rangle\langle\alpha|\hat{Q}|\beta\rangle\langle\beta| d^2\alpha d^2\beta = \\ = \frac{1}{\pi^2}\int d^2\beta \int d^2\alpha \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}|\beta|^2 + |\alpha|^2\right]\hat{Q}(\beta^*, \alpha)|\beta\rangle\langle\alpha|. \tag{11.214}$$

Reprezentarea diagonală a matricei densitate. Întrucât stările mixte ale câmpului sunt descrise cu ajutorul matricei densitate, aceasta poate fi exprimată cu ajutorul stărilor coerente.

Prin analogie cu expresia (11.214), operatorul densitate se poate exprima sub forma nediagonală

$$\hat{\rho} = \frac{1}{\pi^2}\iint |\alpha\rangle\langle\alpha|\hat{\rho}|\beta\rangle\langle\beta| d^2\alpha d^2\beta . \tag{11.215}$$

Matricea densitate admite o reprezentare diagonală

$$\hat{\rho} = \int \varphi_{\mathcal{N}}(\alpha)|\alpha\rangle\langle\alpha| d^2\alpha \tag{11.216}$$

care constă dintr-o mixtură de operatori de proiecție $|\alpha\rangle\langle\alpha|$ pe stările coerente, $\varphi_N(\alpha)$ fiind o funcție de pondere (reală de variabilă complexă α) ce satisface condiția de normare

$$\int \varphi_{\mathcal{N}}(\alpha) d^2\alpha = 1, \tag{11.217}$$

dacă se poate evalua funcția de pondere $\varphi_N(\alpha)$, prin rezolvarea ecuației integrale

$$\langle\alpha|\hat{\rho}|\alpha\rangle = \int \varphi_{\mathcal{N}}(\beta)\langle\beta|\alpha\rangle^2 d^2\beta \tag{11.218}$$

care este de forma unui produs de convoluție. În relația (11.218) funcția de pondere $\varphi_{\mathcal{N}}(\beta)$ nu poate fi interpretată ca o distribuție de probabilitate obișnuită, deoarece nu este nenegativă și poate avea singularități mai puternice decât funcția δ ca urmare a faptului că nu poate fi măsurată direct (datorită necomutativității operatorilor de creare și anihilare). O astfel de funcție constituie o *ultradistribuție* sau o *funcție de cvasiprobabilitate*.

Interpretând funcția $\varphi_{\mathcal{N}}(\beta)$ ca o ultradistribuție, este posibilă atât evaluarea sa cât și reprezentarea diagonală a oricărui operator densitate astfel încât reprezentarea diagonală corespunzătoare se mai numește *reprezentarea Glauber-Sudarhan*.

Un exemplu simplu de reprezentare diagonală îl constituie operatorul densitate pentru o stare coerentă pură

$$\hat{\rho} = |\alpha_0\rangle\langle\alpha_0| . \tag{11.219}$$

Forma diagonală a matricei densitate este deosebit de utilă pentru calculul valorilor medii ale operatorilor de câmp ordonați normal.

Câmpuri de radiație. Operatorul densitate pentru radiația termică de echilibru este dat de relația:

$$\hat{\rho} = \mathrm{e}^{-\beta\hat{H}} \Big/ \mathrm{Urm}\left(\mathrm{e}^{-\beta\hat{H}}\right) \tag{11.220}$$

în care: $\beta = 1/kT$, k fiind constanta Boltzmann, iar $\hat{H}$ hamiltonianul corespunzător câmpului de radiaţie

$$\hat{H} = \sum_k \omega_k \hat{a}_k^+ \hat{a}_k \ . \tag{11.221}$$

Radiaţia termică. În raport cu vectorii proprii ai reprezentării Fock $|n\rangle$, se obţine

$$\hat{\rho} = \left(1 - \mathrm{e}^{-\beta\omega}\right)\sum_{n=0}^{\infty}\left(\mathrm{e}^{-\beta\omega}\right)^n |n\rangle\langle n| \tag{11.222}$$

astfel încât

$$\langle n\rangle = \mathrm{Urm}\left(\hat{\rho}\hat{a}^+\hat{a}\right) = \frac{1}{\mathrm{e}^{\beta\omega} - 1}, \tag{11.223}$$

în concordanţă cu *legea Planck a radiaţiei termice*. Punând în evidenţă funcţia de distribuţie $p(m)$ în expresia lui $\hat{\rho}$ se poate scrie

$$\hat{\rho} = \sum_{m=0}^{\infty} p(m)|m\rangle\langle m| \tag{11.224}$$

unde distribuţia

$$p(m) = \frac{1}{\left(1 + \langle n\rangle\right)}\left(\frac{\langle n\rangle}{1 + \langle n\rangle}\right)^m \tag{11.225}$$

este de tip *Bose-Einstein*.

Exprimând operatorul densitate în raport cu stările coerente printr-o schimbare a bazei în expresia (11.194), se obţine reprezentarea diagonală

$$\hat{\rho} = \frac{1}{\pi\langle n\rangle}\int \exp\left(-\frac{|\alpha|}{\langle n\rangle}\right)|\alpha\rangle\langle\alpha|\,\mathrm{d}^2\alpha \tag{11.226}$$

unde funcţia de pondere pentru un singur mod are forma:

$$\varphi_{\mathcal{N}}(\alpha) = \frac{1}{\pi\langle n\rangle}\exp\left(-\frac{\alpha^2}{\langle n\rangle}\right) \tag{11.227}$$

adică este o funcţie gaussiană.

Radiaţia laser. Întrucât radiaţia laser este obţinută prin emisie stimulată, în timp ce radiaţia termică este obţinută prin emisie spontană, radiaţia laser are proprietăţi statistice diferite de cele ale radiaţiei termice. Studiul riguros al acestor proprietăţi implică utilizarea ecuaţiei master pentru matricea densitate.

Producerea radiaţiei laser, ca urmare a oscilaţiilor coerente în raport cu câmpul a atomilor mediului activ priviţi ca dipoli care suferă tranziţii, face ca acest tip de radiație să se afle, atunci când este excitat un singur mod, într-o stare coerentă descrisă de matricea densitate diagonală

$$\hat{\rho} = |\alpha\rangle\langle\alpha| \tag{11.228}$$

având funcția de pondere

$$\varphi_{\mathcal{N}}(\alpha) = \delta(\beta - \alpha). \tag{11.229}$$

Probabilitatea de a se găsi n fotoni într-o stare coerentă pentru un singur mod excitat este de tip Poisson. Rezultatele pot fi extinse pentru cazul excitării mai multor moduri, obținându-se o distribuție de probabilitate sub forma unei medii statistice peste diferitele distribuții Poisson. Proprietățile statistice ale radiației laser sunt diferite pentru operarea sub prag a laserului în raport cu cele care caracterizează operarea în apropierea pragului sau peste pragul de oscilație.

Peste pragul de oscilație, proprietățile statistice ale radiației laserului real, rezultă din studiul superpoziției radiației coerente multimodale cu cea haotică multimodală. În acest caz, funcția de pondere $\varphi_{\mathcal{N}}$ de exemplu, rezultă ca o convoluție între o gaussiană și distribuția δ (Dirac). Metoda generală de studiu al superpoziției câmpurilor coerente cu cele haotice se bazează pe utilizarea funcțiilor de corelație.

11.4.2. Descrierea cuantică a zgomotului

Teoria cuantică a zgomotului în generatoarele cuantice de radiație este foarte complexă și se bazează pe formalismele dezvoltate în teoriile coerenței asupra luminii, interacțiunii coerente dintre lumină și materie și oscilațiile laser.

Interacțiunea dintre un câmp electromagnetic cuantificat

$$\widehat{E} = C\widehat{\varepsilon}\left\{\hat{a}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega t - kz)} - \hat{a}^{+}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - kz)}\right\} \tag{11.230}$$

(unde C este o constantă, $\hat{\varepsilon}$ este vectorul unitate care indică polarizarea câmpului, $\widehat{a}^{+}, \widehat{a}$ reprezentând operatorii de creare și anihilare) și un sistem cuantic cu două niveluri energetice $|1\rangle, |2\rangle$ asociate cu energiile 0 și $\hbar\omega$ poate fi descrisă cu ajutorul hamiltonianului corespunzător interacțiunii de dipol electric

$$\widehat{H}_{ed} = e\hat{d} \cdot \widehat{E}, \tag{11.231}$$

întrucât aceasta este predominantă în raport cu celelalte tipuri de interacțiuni cum ar fi de exemplu cele de cuadrupol electric, de dipol magnetic ş. a.

În relația (11.231)

$$\hat{d} = b\widehat{\varepsilon}'\left\{|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|\right\} \tag{11.232}$$

reprezintă operatorul corespunzător momentului de dipol electric, iar e sarcina electrică. Expresia operatorului momentului de dipol electric conține o constantă (b) operatorii de *ridicare* și respectiv *coborâre* ($|1\rangle\langle 2|$, $|2\rangle\langle 1|$) și vectorul unitate $\hat{\varepsilon}'$ care determină orientarea dipolului.

Ținând seama de relațiile (11.230) și (11.232) expresia operatorului electric de dipol devine:

$$\hat{H}_{ed} = ebC\hat{\varepsilon}.\hat{\varepsilon}'\left\{\hat{a}\exp\left(-\mathrm{i}\left(\omega t - kz\right)\right)\left|2\right\rangle\left\langle 1\right| - \hat{a}^{+}\exp\left(\mathrm{i}\left(\omega t - kz\right)\right)\left|1\right\rangle\left\langle 2\right|\right\} +$$
$$+ ebC\hat{\varepsilon}.\hat{\varepsilon}'\left\{\hat{a}\exp\left(-\mathrm{i}\left(\omega t - kz\right)\right)\left|1\right\rangle\left\langle 2\right| - \hat{a}^{+}\exp\left(\mathrm{i}\left(\omega t - kz\right)\right)\left|2\right\rangle\left\langle 1\right|\right\}. \quad (11.233)$$

În relaţia (11.233) termenii proporţionali cu $\hat{a}$ corespund proceselor de absorbţie de fotoni, iar cei proporţionali cu $\hat{a}^{+}$ celor de emisie. Procesele descrise de ultimii doi termeni pot fi neglijate deoarece nu este posibil ca stările iniţiale şi finale să aibă aceeaşi energie $\hbar\omega$ (***R**otating **W**ave **A**pproximation*-***RWA***).

Câmpul electric poate fi reprezentat printr-o suprapunere mixtă de stări corespunzătoare numerelor de fotoni. Aceste stări cuantice corespund stărilor energetice proprii oscilatorului armonic şi verifică următoarele relaţii:

$$a\left|n\right\rangle = \sqrt{n}\left|n-1\right\rangle, \quad (11.234)$$

$$\hat{a}^{+}\left|n\right\rangle = \sqrt{n+1}\left|n+1\right\rangle. \quad (11.235)$$

Suprapunerea statistică de stări poate fi reprezentată sub forma:

$$\left|S\right\rangle = \sum_{n} u_n \left|n\right\rangle, \quad (11.236)$$

iar probabilitatea de a găsi exact n fotoni în sistem este dată de relaţia:

$$P_n = \left\langle n\middle|S\right\rangle = \left|n_n\right|^2. \quad (11.237)$$

Definind stările corespunzătoare ansamblului numărului de atomi şi fotoni cu ajutorul vectorului $\left|i,n\right\rangle$ unde i=1, 2, acestea caracterizează întregul sistem atom-câmp, verifică ecuaţiile (11.234) şi (11.235) şi sunt ortogonale

$$\left\langle j,m\middle|i,n\right\rangle = \delta_{ij}\delta_{mn}P_{in}. \quad (11.238)$$

În relaţia (11.238) P_{in} reprezintă probabilitatea de a găsi sistemul în starea iniţială $\left|i,n\right\rangle$. Stările coerente a căror probabilitate de distribuţie P_n corespunde unei statistici de tip Poisson reprezintă un caz particular al suprapunerii stărilor corespunzătoare numerelor de fotoni.

Evoluţia statisticii câmpului de fotoni poate fi descrisă cu ajutorul operatorului matricei densitate:

$$\widehat{\rho} = \sum_{n} P_n \left|n\right\rangle\left\langle n\right|. \quad (11.239)$$

Elementele diagonale

$$\widehat{\rho}_{nn} = \left\langle n\middle|\widehat{\rho}\middle|n\right\rangle. \quad (11.240)$$

corespund distribuţiei de probabilitate P_n.

Considerând că sistemul atom-câmp se află înainte de a interacţiona în starea iniţială $\left|i,n\right\rangle$ şi după interacţiune în stare finală $\left|j,m\right\rangle$, probabilitatea de a găsi sistemul după interacţiune în starea finală este dată de relaţia:

$$P_{jm;in} = \left|\left\langle j,m\middle|\widehat{H}_{ed}\middle|i,n\right\rangle\right|^2. \quad (11.241)$$

Presupunând că în starea inițială există k fotoni, procesele de absorbție și respectiv de emisie ale acestora sunt caracterizate de probabilitățile $P_{2,k-1;1,k}$ și respectiv $P_{1,k+1;2,k}$.

Utilizând ecuațiile (11.233), (11.234) și (11.235) precum și relația de ortogonalitate (11.208) se pot calcula probabilitățile corespunzătoare proceselor de absorbție și emisie stimulată sub forma:

$$\begin{aligned} P_{2,n;1,n+1} &= (n+1)P_{n+1} \\ P_{2,n-1;1,n} &= nP_n \\ P_{1,n;2,n-1} &= nP_{n-1} \\ P_{1,n+1;2,n} &= (n+1)P_n \end{aligned} \tag{11.242}$$

unde constantele care intervin în ecuațiile (11.230) și (11.232) și (11.233) au fost neglijate, iar momentul de dipol electric s-a presupus coliniar cu câmpul.

În figura 11. 36 este prezentată diagrama energetică corespunzătoare câmpului pentru diferite tranziții posibile asociate cu procesele de absorbție și respectiv emisie de fotoni într-o radiație monomodală.

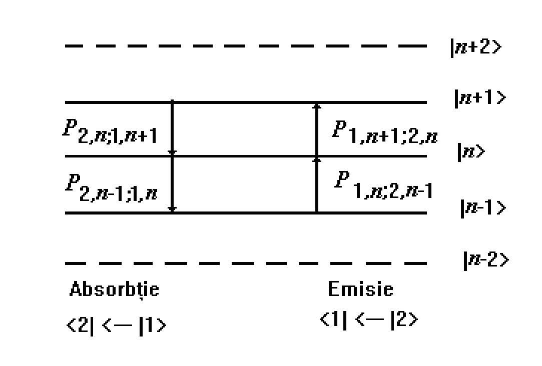

Fig. 11. 36. Diagrama energetică corespunzătoare stărilor numerelor de fotoni $|n\rangle$. Săgețile indică cele patru tranziții posibile, cu probabilitățile corespunzătoare, în care un foton este absorbit (starea atomică schimbându-se de la $|1\rangle$ la $|2\rangle$) sau emis (starea atomică schimbându-se de la $|2\rangle$ la $|1\rangle$).

În relațiile (11.212) probabilitățile care sunt proporționale cu numărul inițial de fotoni n din sistem sunt asociate cu procesele de absorbție și respectiv emisie stimulată, ultimii doi termeni corespunzători emisiei incluzând de asemenea și efectul emisiei spontane. Din punct de vedere fizic, acțiunea operatorului de creare a numărului de fotoni $\hat{a}^+$ asupra oricărui sistem de stări cuantice $|n\rangle$ corespunde proceselor de emisie stimulată și spontană.

Considerând un sistem de atomi caracterizat în punctul z de densitățile de populație $N_1(z)$ în starea fundamentală și respectiv $N_2(z)$ în starea excitată, variaţia probabilităţii numărului de fotoni $\mathrm{d}P_n$ între $z, z+\mathrm{d}z$ este dată de ecuaţia:

$$\mathrm{d}P_n = \{\sigma_a N_1 (P_{2,n;1,n+1} - P_{2,n-1;1,n}) + \sigma_e N_2 (P_{1,n;2,n-1} - P_{1,n+1;2,n})\}\mathrm{d}z \qquad (11.243)$$

în care: σ_a şi σ_e reprezintă secţiunile eficace corespunzătoare proceselor de absorbţie şi respectiv emisie.

Introducând notaţiile

$$a = \sigma_e N_2 ,\ b = \sigma_a N_1 \qquad (11.244)$$

ecuaţia (11.213) mai poate fi scrisă şi sub forma:

$$\frac{\mathrm{d}P_n}{\mathrm{d}z} = a\{nP_{n-1} - (n+1)P_n\} + b\{(n+1)P_{n+1} - nP_n\}. \qquad (11.245)$$

Ecuaţia master pentru statisticile de fotoni (11.245) (*photon statistics master equation*) obţinută în cazul regimului liniar permite descrierea zgomotului în amplificatoarele optice [11.1] şi joacă un rol fundamental în statisticile de fotoni.

Prin definiţie, un astfel de tip de ecuaţie (*Kolmogorov*) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{\mathrm{d}P_n}{\mathrm{d}z} = \sum_m \lambda_{mn} P_m \qquad (11.246)$$

şi trebuie să îndeplinească două condiţii: $\lambda_{nn} < 0$ şi $\sum_n \lambda_{mn} = 0$. Acest tip de ecuaţie descrie aşa-numitele procese de tip Markoff care în general sunt definite prin evoluţia aleatorii în timp a setului de variabile $\{P_n\}$ şi n şi sunt utilizate pentru analiza *proceselor stocastice*.

Prima condiţie $(\lambda_{nn} < 0)$ impusă ecuaţiei de tip Kolmogorov ne asigură că pentru toate punctele *z* este îndeplinită condiţia de existenţă a probabilităţilor $0 \le P_n \le 1$, iar a doua garantează că probabilitatea se conservă în timp $\mathrm{d}\left(\sum_n P_n\right)/\mathrm{d}z = 0$ sau $\sum_n P_n(z) = 1$. Prima condiţie este satisfăcută întrucât în ecuaţia (11.215) $\lambda_{nn} = -\{\sigma_a N_{1n} + \sigma_e N_2 (n+1)\}$, iar a doua condiţie $\left(\sum_n \lambda_{mn} = 0\right)$ este verificată în urma efectuării operaţiei de însumare în ecuaţia:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\sum_{n=1}^{M} P_n = \sum_{n=1}^{M}\sum_m \lambda_{mn} P_m = \sum_m P_m \sum_{n=1}^{M} \lambda_{mn} = -\sigma_a N_1 P_0 - \sigma_e N_2 (M+1) P_M = 0. \qquad (11.247)$$

Ultima parte a ecuaţiei este verificată datorită condiţiilor la limită: $P_0 = 0$ (pentru că există cel puţin un foton în sistem) şi $MP_M \to 0$ (distribuţia de probabilitate P_n trebuie să tindă exponenţial la zero pentru un număr mare de fotoni).

Variația numărului mediu de fotoni $\langle n \rangle$ din amplificator se poate obține prin medierea statistică a ecuației (11.245):

$$\sum_n n\frac{\mathrm{d}P_n}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{d}\langle n \rangle}{\mathrm{d}z} = \sum_n \left\{ a\left[n^2 P_{n-1} - n(n+1)P_n\right] + b\left[n(n+1)P_{n+1} - n^2 P_n\right] \right\} \qquad (11.248)$$

în care $a = \sigma_e N_2(z)$ și $b = \sigma_a N_1(z)$. Considerând că numărul de fotoni este suficient de mare se pot face aproximațiile

$$nP_{n-1} \approx (n+1)P_n \, , \, nP_{n+1} \approx (n-1)P_n \, . \qquad (11.249)$$

Ținând seama de condiția de normare $\sum_n P_n = 1$ se obține ecuația liniară:

$$\frac{\mathrm{d}\langle n \rangle}{\mathrm{d}z} = a(\langle n \rangle + 1) - b\langle n \rangle \qquad (11.250)$$

a cărei soluție este

$$\langle n(z) \rangle = G(z)\langle n(0) \rangle + N(z) \qquad (11.251)$$

în care $G(z)$ reprezintă câștigul amplificatorului și este definit prin relația:

$$G(z) = \exp\left\{ \int_0^z [a(z') - b(z')] \mathrm{d}z' \right\}, \qquad (11.252)$$

iar

$$N(z) = G(z)\int_0^z \frac{a(z')}{G(z')} \mathrm{d}z' \, . \qquad (11.253)$$

Termenul $N(z)$ din relația (11.251) poate fi interpretat ca un zgomot amplificat întrucât apare chiar în absența semnalului $(\langle n(0) \rangle = 0)$ și corespunde *emisiei spontane amplificate* (***A**mplified **S**pontaneous **E**mission-**ASE***).

Considerând pentru simplificare că coeficienții a și b sunt constanți de-a lungul amplificatorului (de exemplu, mediul laser este pompat uniform) se obține:

$$N(z) = a(G-1)/(a-b) = (G-1)\eta N_2/(\eta N_2 - N_1) \qquad (11.254)$$

unde prin definiție $\eta = \sigma_e/\sigma_a$ și $G = G(z) = \exp[(a-b)z]$.

Ținând seama de acest rezultat se poate obține *puterea medie corespunzătoare zgomotului la ieșirea din amplificator*, P_N sub forma:

$$P_N = n_{sp} h\nu B(G-1) \qquad (11.255)$$

unde

$$n_{sp} = \eta N_2/(\eta N_2 - N_1) \qquad (11.256)$$

reprezintă *factorul de amplificare al emisiei spontane*.

În cazul general, când coeficienţii a şi b depind de coordonata z, factorul de amplificare al emisiei spontane poate fi definit cu ajutorul relaţiei

$$N(z) = n_{sp}(z)[G(z) - 1] \tag{11.257}$$

sub forma:

$$n_{sp}(z) = \frac{N(z)}{G(z)-1} = \frac{G(z)}{G(z)-1}\int_0^z \frac{a(z')}{G(z')}\mathrm{d}z'. \tag{11.258}$$

Din relaţiile (11.255) şi (11.258) care definesc P_N şi n_{sp} se pot trage câteva concluzii.

Pentru câştiguri mari $(G >> 1)$, numărul mediu de fotoni determinaţi de amplificarea emisiei spontane corespunde amplificării celor n_{sp} fotoni şi reprezintă un zgomot de intrare echivalent. În cazul existenţei în mediu a unei inversii negative (de exemplu $\eta N_2 - N_1 < 0$), câştigul este mai mic decât unitatea, iar n_{sp} este negativ, dar puterea corespunzătoare zgomotului este totdeauna pozitivă şi egală cu $P_N = |n_{sp}|(1-G)$.

La prag $(\eta N_2 - N_1 = 0)$, n_{sp} devine infinit, iar puterea corespunzătoare zgomotului este finită şi este dată de relaţia: $P_N = \eta N_2 z$. Pentru o inversie de populaţie pozitivă $(\eta N_2 - N_1 > 0)$ se obţine $n_{sp} = 1/(1 - N_1/\eta N_2) > 1$.

Dacă inversia de populaţie este totală ($N_1 = 0$ şi $N_2 = N_0$) factorul de emisie spontană n_{sp} ia valoarea sa minimă (unitatea), iar puterea corespunzătoare zgomotului devine egală cu cea a zgomotului cuantic amplificat $P_N = h\nu B(G-1)$. Deci, zgomotul minim la ieşirea din amplificator se obţine în cazul unei inversii de populaţie totale din mediul amplificator.

Aceste rezultate teoretice pot fi folosite la modelarea proceselor de amplificare din amplificatoarele optice integrate în cazul când radiaţia luminoasă este confinată într-un singur mod.

11.4.3. Modelarea teoretică a amplificării în ghidurile optice de undă de tip Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$

Modelele teoretice utilizate pentru descrierea amplificării în ghiduri optice se bazează pe cele elaborate în cazul fibrelor optice [11.1].

Studiul teoretic şi experimental al amplificării în optica integrată este determinat de posibilitatea implementării pe acelaşi substrat a mai multor componente active şi pasive ca de exemplu lasere, amplificatoare, modulatoare, filtre ş. a. Realizarea practică a amplificatoarelor în cazul ghidurilor de tip

Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$ ține seama de proprietățile electrooptice şi acustooptice ale substratului de $LiNbO_3$ precum şi de excelentele proprietăți laser ale ionilor de Er^{3+}, deja demonstrate. Pe baza modelelor teoretice elaborate se studiază procesele de amplificare optică în funcție de diferiți parametri, acestea având ca scop înțelegerea mai profundă a fenomenelor fizice care le guvernează în vederea proiectării şi optimizării circuitelor integrate [11.2]-[11.5].

Analiza procesului de amplificare a semnalului optic prin emisie stimulată în ghiduri de tip Er^{3+}:Ti: $LiNbO_3$ se poate face pe baza diagramei energetice prezentată în fig. 11. 37. Ionii de Er^{3+} încorporați în rețeaua $LiNbO_3$ substituie de preferință ionii de Li, configurația lor electronică $4f^{11}$ generând starea fundamentală $^4I_{15/2}$ care este despicată în $j+1/2=8$ subnivele dublu degenerate prin efect Stark, datorită câmpului cristalin care are simetria C_{3v}. Primul nivel excitat $^4I_{13/2}$ este despicat din cauza aceluiaşi efect în 7 subnivele dublu degenerate.

În figura 11. 37 nivelul 3 corespunde unei benzi de pompaj, iar nivelul 4 diferitelor stări excitate.

Tranzițiile între aceste subnivele determină procesele de absorbție şi amplificare optică prin emisie stimulată în domeniul lungimilor de undă cuprins între 1440 nm< λ <1640 nm.

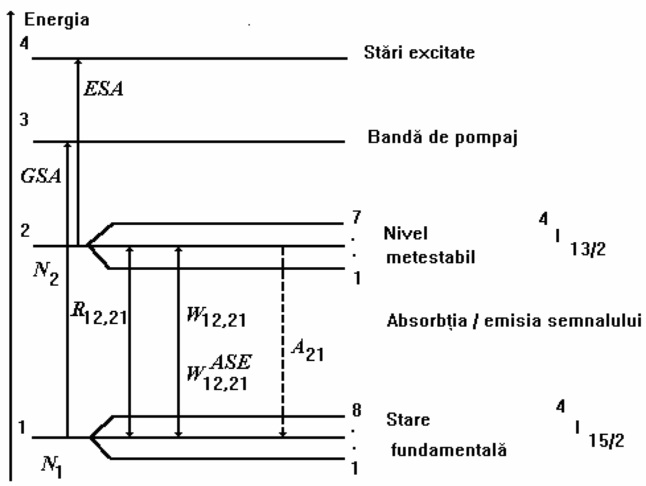

Fig. 11. 37. Diagrama energetică corespunzătoare ionului de Er^{3+} încorporat în rețeaua cristalului de $LiNbO_3$.

După obţinerea inversiei de populaţie faţă de nivelul fundamental $^4I_{15/2}$ în urma absorbţiei corespunzătoare benzii 3 (***G****round*-***S****tate* ***A****bsorption*-***GSA***) urmată de o relaxare care poate implică atât tranziţii radiative cât şi neradiative pe nivelul metastabil $^4I_{13/2}$ se declanşează procesul de amplificare a radiaţiei.

În urma pompajului cu radiaţii din domeniul vizibil (λ_p ~530 nm, 660 nm) şi infraroşu apropiat (808 nm, 980 nm) al spectrului rezultă o diminuare a câştigului optic din cauza fenomenului de absorbţie a radiaţiei din stare excitată (***E****xcited*-***S****tate* ***A****bsorption*-***ESA***), reducându-se astfel populaţia nivelului metastabil $^4I_{13/2}$. De aceea, pentru a înlătura aceste neajunsuri se preferă pompajul cu o radiaţie având λ_p ~1480 nm provenită de la o diodă laser. În acest fel pentru ghidurile optice uzuale (având lăţimi cuprinse între 5 μm şi 10 μm) se asigură funcţionarea monomodală precum şi o bună suprapunere între profilurile corespunzătoare radiaţiei de pompaj şi respectiv semnalului precum şi dintre acestea şi profilul corespunzător distribuţiei ionilor de Er^{3+}. În tratarea teoretică elaborată pe baza acestei configuraţii experimentale se pot neglija tranziţiile de pe nivelul 2 pe nivelul 4 şi se poate considera că nivelul de pompaj 3 şi nivelul laser superior 2 determină practic un singur nivel energetic $^4I_{13/2}$, sistemul laser astfel obţinut putând fi considerat cu două niveluri energetice.

Ecuaţiile ratelor. Structura fină a nivelurilor energetice poate fi luată în calcul prin considerarea dependenţei de lungimea de undă a secţiunilor eficace de emisie şi respectiv absorbţie. Aşa cum este prezentat în figura 11. 37 $R_{12}\left(W_{12}\right), R_{21}\left(W_{21}\right)$ reprezintă ratele de absorbţie şi respectiv emisie ale radiaţiei de pompaj şi semnal. Tranziţiile spontane din starea excitată sunt luate în considerare prin rata $A_{21}=\frac{1}{\tau}$, τ fiind timpul de viaţă de fluorescenţă. W_{12}^{ASE} şi W_{21}^{ASE} reprezintă ratele de absorbţie şi respectiv emisie corespunzătoare *emisiei spontane amplificate* (***A****mplified* ***S****pontaneous* ***E****mission*-***ASE***).

Interacţiunea dintre ionii de Er^{3+} şi radiaţiile de pompaj, respectiv semnal poate fi descrisă pe baza formalismului ecuaţiilor de rată şi a diagramei energetice prezentată în figura 11. 37. În cazul densităţilor de populaţie $N_i(x,y,z)$ (i=1 ÷ 2), corespunzătoare celor două niveluri energetice se obţine [11.2]-[11.5]:

$$\frac{dN_1}{dt}=-\left(R_{12}+W_{12}+W_{12}^{ASE}\right)N_1+\left(A_{21}+R_{21}+W_{21}+W_{21}^{ASE}\right)N_2, \qquad (11.259)$$

$$\frac{dN_2}{dt}=-\frac{dN_1}{dt}. \qquad (11.260)$$

Concentrația ionilor de Er^{3+} $N_0(x,y)$ nu depinde de coordonata z (axa optică a ghidului) ci numai de coordonatele x şi y corespunzătoare planului perpendicular pe axa ghidului (fig. 11. 38) şi verifică relația:

$$N_0(x,y)=N_1(x,y,z)+N_1(x,y,z). \tag{11.261}$$

În stare staționară derivatele în raport cu timpul din relațiile (11.259) şi (11.260) sunt egale cu zero, iar densitățile de populație pot fi scrise sub forma:

$$N_1=\left[\frac{A_{21}+R_{21}+W_{21}+W_{21}^{ASE}}{A_{21}+(R_{12}+R_{21})+(W_{12}+W_{21})+\left(W_{12}^{ASE}+W_{21}^{ASE}\right)}\right]N_0 \tag{11.262}$$

$$N_2=\left[\frac{R_{12}+W_{12}+W_{12}^{ASE}}{A_{21}+(R_{12}+R_{21})+(W_{12}+W_{21})+\left(W_{12}^{ASE}+W_{21}^{ASE}\right)}\right]N_0. \tag{11.263}$$

Ratele de tranziție pentru radiația de pompaj (p) şi respectiv semnal (s) sunt exprimate cu ajutorul profilurilor intensităților modurilor $i_{p,s}^{k}(x,y,z)$ definite ca densități spectrale ale secțiunilor eficace $\sigma_{s;km}$ (indicele s defineşte natura spectrului de absorbție sau de emisie, indicele k defineşte fasciculele optice supuse studiului-radiația de pompaj, semnal şi amplificarea emisiei spontane, iar indicele m defineşte polarizarea spectrelor care poate fi paralelă (π) sau perpendiculară (σ) pe axa optică a cristalului, z).

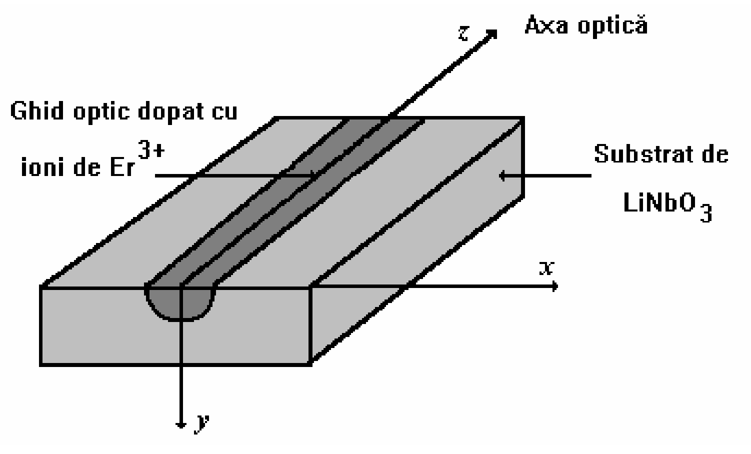

Fig. 11. 38. Ghidul optic de tip Er^{3+}:Ti: $LiNbO_3$.

Pentru a modela amplificarea optică în ghidurile de tip Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$ ratele corespunzătoare radiațiilor de pompaj, semnal şi respectiv emisiei spontane amplificte pot fi scrise sub forma [11.2], [11.3]:

$$U_{km} = \frac{1}{hc}\int \lambda\sigma_{s;km}(\lambda) i_{km}(x,y,z,\lambda) \mathrm{d}\lambda \tag{11.264}$$

în care:

$$i_{km}(x,y,z,\lambda) = P_{km}^{0} i_{km}(x,y,\lambda) P_{km}(z) f_k(\lambda) \tag{11.265}$$

$$U \to R; W; W^{ASE}. \tag{11.266}$$

În relația (11.265), în funcție de modul de scriere a ecuațiilor, P_{km} corespunde puterii radiațiilor de pompaj, semnal şi respectiv emisiei spontane amplificte, iar

$$\begin{aligned}\int i_{km}(x,y,z,\lambda)\mathrm{d}\lambda &= P_{km}^{0} P_{km}(z)\int i_{km}(x,y,\lambda) f_k(\lambda)\mathrm{d}\lambda = \\ &= P_{km}^{0} P_{km}(z) i_{km}(x,y,\lambda_k)\int f_k(\lambda)\mathrm{d}\lambda = \\ &= I_{km}(x,y,z).\end{aligned} \tag{11.267}$$

În ecuațiile (11.264)-(11.267) h este constanta Planck, c este viteza luminii, P_{km}^{0} reprezintă puterea incidentă a radiației de pompaj şi respectiv a semnalului (cea corespunzătoare emisiei spontane amplificate este zero). Evoluția puterilor de-a lungul direcției de propagare *z* este descrisă de termenul $P_{km}(z)$ şi este determinată de condițiile la limită $P_{km}(0) = 1$. Funcțiile $f_k(\lambda)$ care caracterizează dependența spectrală a radiației incidente, semnalului şi emisiei spontane amplificate corespunzătoare lungimii de undă λ_k sunt normalizate, conform relației:

$$\int f_k(\lambda)\mathrm{d}\lambda = 1. \tag{11.268}$$

În calculele efectuate anterior s-a considerat că distribuțiile transversale ale intensităților sunt normalizate în urma integrării pe secțiunea transversală a ghidului:

$$\int i_{km}(x,y,\lambda)\mathrm{d}S = 1. \tag{11.269}$$

De asemenea, nu s-a luat în considerare dependența spectrală a distribuției transversale corespunzătoare intensităților radiațiilor amintite $i_{km}(x,y,\lambda)$, adică

$$i_{km}(x,y,\lambda) = i_{km}(x,y,\lambda_k). \tag{11.270}$$

Emisia spontană în cele două polarizări este amplificată în ambele direcții de propagare corespunzătoare atât undelor progresive $(+)$ cât şi regresive $(-)$, ratele de absorbție şi respectiv emisie fiind W_{12}^{ASE} , W_{21}^{ASE} .

Utilizând modelul teoretic bazat pe ecuația de continuitate aplicată unui mediu activ, prezentat în lucrările [11.2], [11.3] ecuațiile care determină evoluția puterii radiației de pompaj, a semnalului precum şi a emisiei spontane amplificate pot fi scrise sub forma condensată astfel [11.14]:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}P_{km}^{\pm}(z)=\pm\left\{\sigma_{e,km}\int_S N_2(x,y,z)i_m(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\right\}P_{km}^{\pm}(z)\mp$$
$$\mp\left\{\sigma_{a,km}\int_S N_1(x,y,z)i_m(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y-\alpha_{km}\right\}P_{km}^{\pm}(z)\pm \qquad (11.271)$$
$$\pm\left\{h\nu_k\Delta\nu_k\sigma_{e,km}\int_S N_2(x,y,z)i_m(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\right\}P_{km}^{\pm}(z)$$

unde $P_{km}^{\pm}(z)$ reprezintă puterea fasciculelor optice la frecvența ν_k, după ambele direcții de propagare corespunzătoare atât undelor progresive cât şi regresive. Pierderile au fost luate în considerare prin intermediul termenului α_{km} la frecvența ν_k şi polarizarea m.

În ecuația (11.241) termenul $h\nu_k\Delta\nu_k$ reprezintă un zgomot, a cărui expresie a fost dedusă cu ajutorul teoriei cuantice şi care este determinat de amplificarea emisiei spontane în banda $\Delta\nu_k$ corespunzătoare frecvenței ν_k; pentru radiația de pompaj şi respectiv semnal este zero.

Înlocuind expresiile densităților de populație date de relațiile (11.259) şi (11.260) în ecuațiile puterilor (11.271), acestea devin [11.14]:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}P_{km}^{\pm}(z)=\pm\left\{(\sigma_{e,km}+\sigma_{a,km})\int_S N_2(x,y,z)i_m(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\right\}P_{km}^{\pm}(z)\pm$$
$$\pm\left\{-\left(\sigma_{a,km}\int_S N_T(x,y,z)i_m(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\alpha_{km}\right)\right\}P_{km}^{\pm}(z)\pm \qquad (11.272)$$
$$\pm\left\{h\nu_k\Delta\nu_k\sigma_{e,km}\int_S N_2(x,y,z)i_m(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\right\}P_{km}^{\pm}(z)$$

$$N_2(x,y,z)=N_{T0}d(x,y)\frac{\sum_{k,m}\frac{\tau}{h\nu_k}\sigma_{a,km}\left[P_{km}^{+}(z)+P_{km}^{-}(z)\right]i_m(x,y)}{1+\sum_{k,m}\frac{\tau}{h\nu_k}\left(\sigma_{a,km}+\sigma_{e,km}\right)\left[P_{km}^{+}(z)+P_{km}^{-}(z)\right]i_m(x,y)} \qquad (11.273)$$

unde

$$a_{km}=\left(\sigma_{e,km}+\sigma_{a,km}\right)N_{T0}, \qquad (11.274)$$
$$b_{km}=\sigma_{a,km}\Gamma_{T,m}N_{T0}-\alpha_{km} \qquad (11.275)$$
$$c_{km}=\sigma_{e,km}h\nu_k\Delta\nu_k N_{T0}, \qquad (11.276)$$

$$d_{km} = \frac{\tau}{h\nu_k}\lambda_k \sigma_{a,km} \tag{11.277}$$

$$e_{km} = \frac{\tau}{h\nu_k}\lambda_k \left(\sigma_{e,km} + \sigma_{a,km}\right) \tag{11.278}$$

$$\Gamma_{Tm}(z) = \int_S d(x,y) i_m(x,y) \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{11.279}$$

$$\Gamma_{2m}(z) = \frac{1}{N_{T0}} \int_S N_2(x,y,z)\, i_m(x,y) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\,. \tag{11.280}$$

În ecuaţiile (11.272) şi (11.27.3) s-a considerat că distribuţia ionilor de Er^{3+} în ghid este: $N_0(x,y) = N_{T0} d(x,y)$ cu $N_{T0} = N_T(0,0)$ şi $d(0,0) = 1$. Pentru sistemul considerat condiţiile la limită se scriu sub forma [11.2], [11.3]. [11.14]:

$$\begin{aligned} P_{km}^{+}(z=0) &= \left(1 - R_{0,km}\right) P_{in0,km} + R_{0,km} P_{km}^{-}(z=0) \\ P_{km}^{-}(z=L) &= \left(1 - R_{L,km}\right) P_{inL,km} + R_{L,km} P_{km}^{+}(z=L) \end{aligned} \tag{11.281}$$

în care: $R_{0,km}, R_{L,km}$ sunt reflectivităţile oglinzilor în $z = 0$ şi respectiv $z=L$, iar $P_{in\,0,km}$, $P_{inL\,,km}$ reprezintă puterile fasciculelor k având polarizările m injectate în ghid în în $z = 0$ şi $z = L$.

Considerând că profilul intensităţii normalizate $i_m(x,y)$ nu este uniform în secţiunea transversală a ghidului optic, distribuţia numărului de fotoni devine $n \cdot i_m(x,y)$. Înmulţind ecuaţia (11.272) cu $i_{km}(x,y)$ şi integrând după secţiunea transversală a ghidului se obţine următoarea ecuaţie:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}P_n(z,\nu)}{\mathrm{d}z} &= \gamma_{\mathrm{e}}(z,\nu) n P_{n-1}(z,\nu) + \gamma_a(z,\nu) n P_{n+1}(z,\nu) - \\ &- \left[\gamma_e(z,\nu)(n+1) + \gamma_a(z,\nu) n\right] P_n(z,\nu) \end{aligned} \tag{11.282}$$

în care:

$$\gamma_e = \gamma_e(z,\nu) = \sigma_e(\nu) \int_S N_2(x,y,z) i_m(x,y) \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{11.283}$$

$$\gamma_a = \gamma_a(z,\nu) = \sigma_a(\nu) \int_S N_1(x,y,z) i_m(x,y) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\,. \tag{11.284}$$

În aceste condiţii, valoarea medie a numărului de fotoni $\langle n(z) \rangle$ se obţine înmulţind ecuaţia (11.282) cu numărul de fotoni n şi însumând după n, sub forma

$$\langle n(z) \rangle = G(z) \langle n(0) \rangle + N(z) \tag{11.285}$$

în care:

$$G(z,\nu) = \exp\left\{\int_0^z \left[\gamma_e(z',\nu) - \gamma_a(z',\nu) - \alpha(\nu)\right] dz'\right\} \tag{11.286}$$

$$N(z,\nu) = G(z,\nu)\int_0^z \frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)} dz' \tag{11.287}$$

reprezintă *câştigul spectral* şi respectiv *numărul de fotoni rezultaţi în urma amplificării emisiei spontane*.

În amplificatoarelor optice zgomotul poate fi caracterizat de *raportul semnal-zgomot* (*optical* ***S****ignal-to-****N****oise* ***R****atio-****SNR***) care este definit cu ajutorul relaţiei:

$$SNR_0(z) = \frac{\left\langle \langle n(z)\rangle - \langle n(z)\rangle_{ASE} \right\rangle_T^2}{\sigma^2(z)}$$

$$= G^2(z)\langle n(0)\rangle^2 / \left(G(z)\langle n(0)\rangle + N(z) + 2G(z)N(z)\langle n(0)\rangle + N^2(z)\right) \tag{11.288}$$

în care paranteza $\langle .....\rangle_T$ reprezintă operaţia de *mediere temporală efectuată pe perioada unui bit* (rata unui bit $B = 1/T$), iar $\sigma^2(z)$ este *puterea zgomotului* măsurată în acest interval.

O măsură a degradării de-a lungul amplificatorului a raportului semnal-zgomot este *figura de zgomot optic* $F_0(z)$ definită de relaţia:

$$F_0(z) = \frac{SNR_0(0)}{SNR_0(z)} \tag{11.289}$$

în care $SNR_0(0)$ reprezintă raportul semnal-zgomot la intrarea în amplificator.

În cazul unui câştig mare $(G(z) >> 1)$ expresia figurii de zgomot devine:

$$F_0(z,\nu) = \frac{1 + 2N(z,\nu)}{G(z,\nu)}. \tag{11.290}$$

Considerând un amplificator optic în regim de câştig liniar în care semnalul şi radiaţia de pompaj execută un parcurs dus-întors între oglinzile amplificatorului, relaţiile corespunzătoare dintre puterile undelor progresive $P^+(z)$ şi respectiv regresive $P^-(z)$ sunt (fig. 11. 39)

$$P^+(z) = P^+(0)G(z) \tag{11.291}$$

$$P^-(0) = P^-(z)G(z). \tag{11.292}$$

Expresiile câştigului $G(z,\nu)$ (relaţia (11.286)) şi amplificării emisiei spontane $N(z,\nu)$ (relaţia (11.287)) la ieşirea din amplificator, $z = L$ (cu reflectivitatea oglinzii $R(L)$), şi respectiv la intrare, $z = 0$ (cu $R(0) = 0$), sunt de forma [11.14]:

$$G^i(L,\nu)=G(L,\nu)(1-R(L)) \tag{11.293}$$

$$G^i(0,\nu)=G^2(L,\nu)R(L) \tag{11.294}$$

$$N^i(L,\nu)=(1-R(L))G(L,\nu)\int_0^L \frac{\gamma_e\left(z',\nu\right)}{G\left(z',\nu\right)}\mathrm{d}z' \tag{11.295}$$

$$N^i(0,\nu)=R(L)G^2(L,\nu)\int_0^L \frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z'+\int_0^L \gamma_e(z',\nu)G(z',\nu)\mathrm{d}z' \tag{11.296}$$

unde:

$$G(L,\nu)=\exp\left\{\int_0^L\left[\gamma_e\left(z',\nu\right)-\gamma_a\left(z',\nu\right)-\alpha(\nu)\right]\mathrm{d}z'\right\}. \tag{11.297}$$

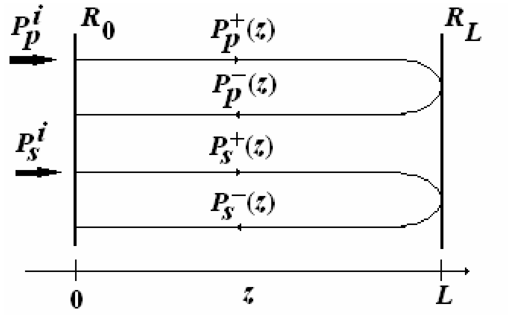

Fig. 11. 39. Reprezentarea schematică a amplificatorului optic în funcţionarea cu trecerea dublă a semnalului şi a radiaţiei de pompaj prin cavitate.

Pentru deducerea relaţiilor (11.293)-(11.294) s-a considerat că spectrul zgomotului rămâne neschimbat în urma trecerii acestuia prin cavitate şi respectiv reflexiei pe oglinzi.

11.4.4. Simularea amplificării într-un ghid optic integrat de tip Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$

În cazul unui semnal având λ=1531 nm şi a unei radiaţii de pompaj cu λ=1484 nm spectrul câştigului $G^i(0,\nu)$ (relaţia (11.264)) la o trecere dublă printr-un ghid optic de undă de tip Er:Ti:$LiNbO_3$, obţinut prin rezolvarea numerică a ecuaţiilor (11.272), (11.273), este prezentat în figura 11. 40 [11.14].

Pentru simularea amplificării s-au folosit următoarele valori ale secţiunilor eficace de absorbţie (a) şi emisie (e) pentru radiaţia de pompaj (p) şi semnal

(s) în cele două polarizări TE şi TM [11.2]: σ_{TE}^{a} (1484 nm)=$5{,}61\times10^{-25}\,\mathrm{m}^2$, σ_{TM}^{a} (1484 nm)=$3{,}46\times10^{-25}\,\mathrm{m}^2$, σ_{TE}^{e} (1484 nm)=$1{,}92\times10^{-25}\,\mathrm{m}^2$, σ_{TM}^{e} (1484 nm)=$1{,}105\times10^{-25}\,\mathrm{m}^2$, σ_{TE}^{a} (1532 nm)=$17{,}24\times10^{-25}\,\mathrm{m}^2$, σ_{TM}^{a} (1532 nm)=$12{,}15\times10^{-25}\,\mathrm{m}^2$, σ_{TE}^{e} (1532 nm)=$16{,}36\times10^{-25}\,\mathrm{m}^2$, σ_{TM}^{e} (1532 nm)=$11{,}53\times10^{-25}\,\mathrm{m}^2$. Profilul ionilor de Er^{3+} având o concentraţie de 7,0 $\times10^{25}\,\mathrm{m}^{-3}$ a fost considerat de tip gaussian în adâncime (adâncimea de pătrundere fiind de 20 μm) şi constant pe lăţimea ghidului a cărui lungime este L =5,4 cm.

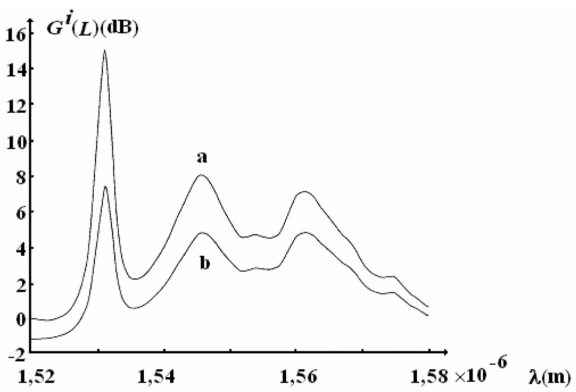

Fig. 11. 40. Spectrul câştigului la o trecere dublă prin cavitate; curba a) corespunde unei puteri a radiaţiei de pompaj de 150 mW (regim de pompaj puternic), curba b) corespunde unei puteri a radiaţiei de pompaj de 25 mW (regim de pompaj slab, în apropiere de prag).

Pentru pierderile α şi timpul de viaţă de fluorescenţă τ s-au considerat valorile: α =3,7 dBm^{-1} pentru polarizarea TE, α=4,8 dBm^{-1} pentru polarizarea TM şi τ=2,6 ms. În simularea amplificării prezentată anterior atât semnalul cât şi radiaţia de pompaj au polarizarea TE.

Studiul teoretic al câştigului, în regim liniar, în funcţie de distanţă $G(z)=\ln[P_{semnal}(z)]$ evidenţiază posibilitatea obţinerii unor câştiguri de 22,93 dB, la o singură trecere prin cavitate $(R(0)=R(L)=0)$, şi de 41,69 dB la o trecere dublă $(R(L)=0{,}98)$, în cazul unei puteri a radiaţiei de pompaj de 150 mW (fig. 11. 41) [11.14].

În cazul unei singure treceri prin cavitate câştigul începe să se satureze pentru o lungime a ghidului de aproximativ 21 cm. Puterea corespunzătoare pragului este de 18,5 mW în cazul unei singure treceri a semnalului prin cavitate şi de 18,5 mW în cel al unei treceri duble.

Ținând seama de relațiile (11.288), (11.289) în condițiile amintite, expresiile raportului semnal-zgomot $SNR(z,\nu)$ şi respectiv figurii de zgomot $F(z,\nu)$ la ieşire devin:

$$SNR^i(L,\nu)=\frac{\langle n(0)\rangle G(L,\nu)}{1+2G(L,\nu)\int\limits_0^L \frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z'} \tag{11.298}$$

$$SNR^i(0,\nu)=\frac{\langle n(0)\rangle R(L)G^2(L,\nu)}{R(L)G(L,\nu)\left(1+2G(L,\nu)\int\limits_0^L\frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z'\right)+1-G(L,\nu)+2\int\limits_0^L\gamma_e(z',\nu)G(z',\nu)\mathrm{d}z'} \tag{11.299}$$

$$F^i(L,\nu)=\frac{1+2G(L,\nu)\int\limits_0^L \frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z'}{G(L,\nu)} \tag{11.300}$$

$$F^i(0,\nu)=\frac{R(L)G(L,\nu)\left(1+2G(L,\nu)\int\limits_0^L\frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z'\right)+1-G(L,\nu)+2\int\limits_0^L\gamma_e(z',\nu)G(z',\nu)\mathrm{d}z'}{R(L)G^2(L,\nu)}. \tag{11.301}$$

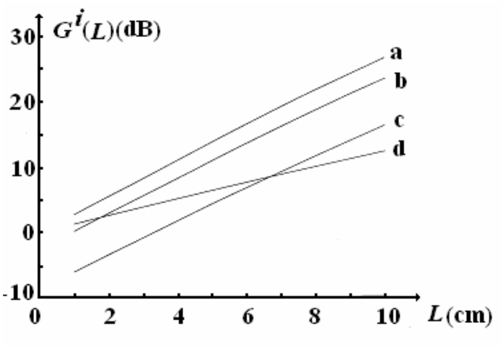

Fig. 11. 41. Dependența de distanță a câştigului pentru diferite valori ale reflectivității oglinzii de ieşire: a) $R(L)$=0,98, b) $R(L)$=0,56, c) $R(L)$=0,14 şi d) configurația pentru o singură trecere $R(L)$=0.

Pentru deducerea relațiilor (11.298)-(11.301) s-a considerat că semnalul la intrare este caracterizat de o distribuție de tip Poisson $\left(\sigma^2(0)=\langle n(0)\rangle\right)$.

Expresiile câştigului şi a figurii de zgomot pot fi folosite pentru caracterizarea amplificării în ghidurile optice de undă cu ajutorul unui *factor de calitate*, $Q(z,\nu)$ definit cu ajutorul relației:

$$Q(z,\nu)=\frac{G(z,\nu)}{F(z,\nu)} \tag{11.302}$$

La cele două capete ale amplificatorului, $z=L$ şi $z=0$, expresiile factorului de calitate devin:

$$Q^{i}(L,\nu)=\frac{G^{2}(L,\nu)}{1+2G(L,\nu)\int\limits_{0}^{L}\frac{\gamma_{e}(z',\nu)}{G(z',\nu)}\,\mathrm{d}z'} \tag{11.303}$$

$$Q^{i}(0,\nu)=\frac{R^{2}(L)G^{4}(L,\nu)}{R(L)G(L,\nu)\left[1+2G(L,\nu)\int\limits_{0}^{L}\frac{\gamma_{e}(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z'\right]+1-G(L,\nu)+2\int\limits_{0}^{L}\gamma_{e}(z',\nu)G(z',\nu)\mathrm{d}z'}. \tag{11.304}$$

În figurile 11. 42-11. 45 sunt prezentate dependențele spectrale ale amplificării emisiei spontane, figurii de zgomot, a raportului semnal-zgomot şi respectiv a factorului de calitate în cazul unei treceri duble a semnalului prin cavitate optică.

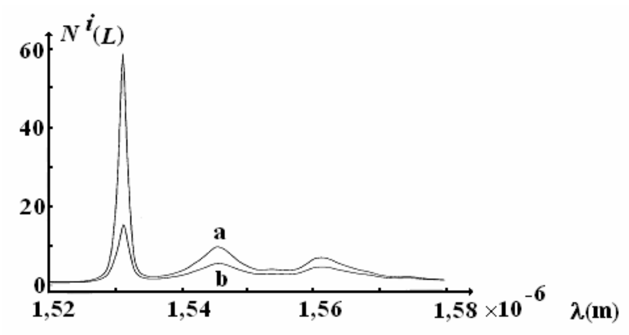

Fig. 11. 42. Dependența spectrală a emisiei spontane amplificate: curba a) corespunde unei puteri a radiației de pompaj de 150 mW (regim de pompaj puternic), curba b) corespunde unei puteri a radiației de pompaj de 25 mW (regim de pompaj scăzut, în apropiere de prag).

În cazul pompajului ghidului de tip Er:Ti:$LiNbO_3$ peste prag ($P(0)$=50 mW) valorile maxime ale spectrului amplificării emisiei spontane în cazul undelor progresive sunt cu aproximativ 5 % mai mici decât cele corespunzătoare undelor regresive, acest efect înregistrându-se şi în cazul fibrelor optice dopate cu ioni de Er^{3+} [11.1]. În regim de pompaj puternic aceste diferențe dispar. Acelaşi efect a fost pus în evidență şi în cazul spectrului figurii de zgomot.

Dependenţele spectrale ale mărimilor prezentate în figurile 11. 42-11. 45 sunt determinate de spectrul secţiunilor eficace de absorbţie şi emisie.

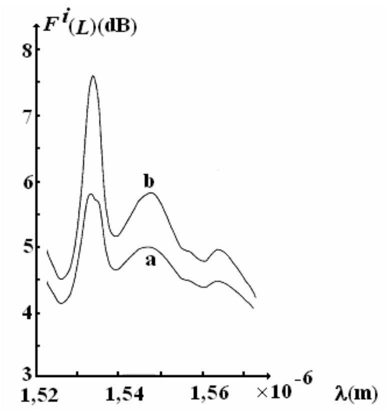

Fig. 11. 43. Dependenţa spectrală a figurii de zgomot; curba a) corespunde unei puteri a radiaţiei de pompaj de 150 mW (regim de pompaj puternic), curba b) corespunde unei puteri a radiaţiei de pompaj de 25 mW (regim de pompaj scăzut, în apropiere de prag).

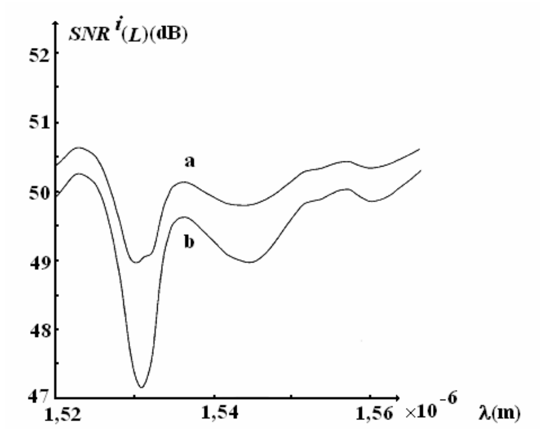

Fig. 11. 44. Dependenţa spectrală a raportului semnal-zgomot; curba a) corespunde unei puteri a radiaţiei de pompaj de 150 mW (regim de pompaj puternic), curba b) corespunde unei puteri a radiaţiei de pompaj de 25 mW (regim de pompaj scăzut, în apropiere de prag).

Din dependenţa spectrală a figurii de zgomot în cazul unei treceri duble a semnalului prin cavitate şi regim de pompaj puternic se observă că valorile maxime ($F(0,\nu)$ = 5,8 dB) sunt comparabile cu cele obţinute în cazul amplificatoarelor din fibrele oprice dopate cu Er^{3+}.

De asemenea, în cazul unei treceri duble a semnalului prin cavitatea având lungimea de 5,4 cm şi regim de pompaj puternic ($P(0)$=150 mW) este posibil să se obţină un câştig mare (14,5 dB) şi o figură de zgomot mică (5,9 dB), deci un factor de calitate mare.

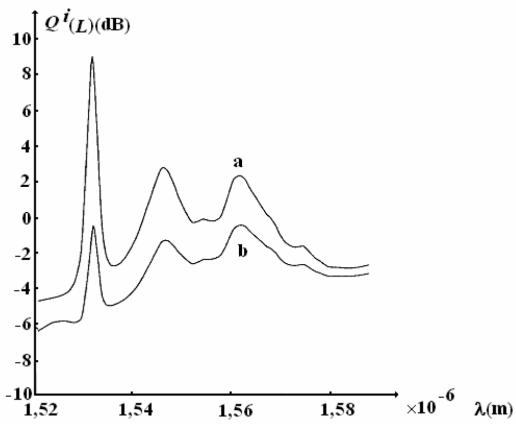

Fig. 11. 45. Dependența spectrală a factorului de calitate; curba a) corespunde unei puteri a radiației de pompaj de 150 mW (regim de pompaj puternic), curba b) corespunde unei puteri a radiației de pompaj de 25 mW (regim de pompaj scăzut, în apropiere de prag).

11.4.5. Caracterizarea experimentală a amplificatoarelor optice integrate de tip Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$

Soluția sistemului de ecuații diferențiale (11.272) și (11.273) poate fi obținută numai prin integrare numerică. În cazul unui ghid optic de tip Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$ (de 7 μm lățime și 4,8 cm lungime) tăiat după axa z câștigul $(g(z) = \ln[P_s(z)])$ calculat teoretic din ecuațiile (11.293), (11.294) și cel măsurat experimental în funcție de puterea cuplată în ghidul optic de undă, $P_p(0)$ este prezentat în figura 11. 46. Din figura 11. 46 se observă că există o bună concordanță între rezultatele teoretice și cele experimentale [11.3], [11.4].

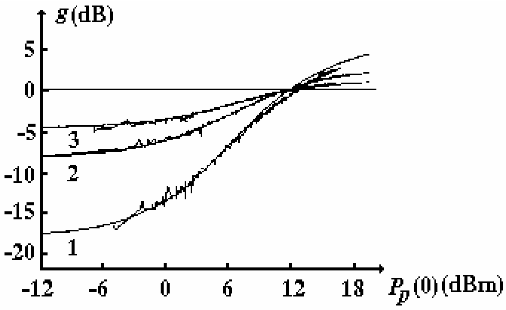

Fig. 11. 46. Câștigul calculat teoretic (curba netedă) și cel măsurat experimental funcție de puterea cuplată în cazul unui ghid optic de tip Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$ în polarizarea π pentru diferite valori ale lungimii de undă corespunzătoare semnalului, (λ_1=1,532 μm, (1), λ_2=1,546 μm, (2), λ_3=1,532 μm (3)).

11.5. Statistica fotonilor într-un amplificator optic integrat

11.5.1. Descrierea teoretică a statisticilor de fotoni

Ecuaţia (11.252) (*photon statistics master equation*) care guvernează statistica fotonilor poate fi rezolvată exact prin metoda funcţiei generatoare de probabilitate [11.1]. În acest mod, este posibilă obţinerea distribuţiei de probabilitate $P_n(z)$ şi a momentelor corespunzătoare de diferite ordine $\left\langle n^k(z)\right\rangle$ (k =1, 2, 3, ...).

În cazul funcţionării amplificatorului în regim de câştig liniar (puterea semnalului este mult mai mică decât a radiaţiei de pompaj) pentru momentul de ordinul întâi $\langle n(z)\rangle$ soluţia este identică cu cea dată în relaţia (11.285), iar momentul de ordinul doi $\left\langle n^2(z)\right\rangle$ este dat de relaţia [11.1]:

$$\left\langle n^2(z)\right\rangle = G^2(z)\left[\left\langle n^2(0)\right\rangle - \langle n(0)\rangle\right] + 4G(z)\,N(z)\langle n(0)\rangle + G(z)\langle n(0)\rangle + 2N^2(z) + N(z). \quad (11.305)$$

Cu ajutorul celor două momente se poate calcula varianţa statisticii de fotoni la ieşirea din amplificator sub forma

$$\sigma^2(z) = \left\langle n^2(z)\right\rangle - \left[\langle n(z)\rangle\right]^2. \quad (11.306)$$

Înlocuind expresiile momentelor de ordinele întâi şi doi în relaţia (11.306) se obţine

$$\sigma^2(z) = G^2(z)\left[\sigma^2(0) - \langle n(0)\rangle\right] + G(z)\langle n(0)\rangle + N(z) + 2G(z)\left\langle n(0) + N^2(z)\right\rangle \quad (11.307)$$

unde

$$\sigma^2(0) = \left\langle n^2(0)\right\rangle - \left[\langle n(0)\rangle\right]^2 \quad (11.308)$$

reprezintă *varianţa statisticii de fotoni* la intrarea amplificatorului.

În relaţia (11.307) primul termen care este proporţional cu $\sigma^2(0) - \langle n(0)\rangle$, numit şi zgomot excedentar (*excess noise*), reprezintă contribuţia statisticilor de fotoni ale semnalului de intrare la zgomotul corespunzător ieşirii din amplificator. Un semnal de intrare caracterizat de o distribuţie de tip Poisson

$$P_n(0) = \frac{\langle n(0)\rangle^n}{n!}\,\mathrm{e}^{-\langle n(0)\rangle} \quad (11.309)$$

are varianţa statisticii de fotoni $\sigma^2(0) - \langle n(0)\rangle$.

Deci, în cazul unor semnale de intrare care au o statistică de tip Poisson ce caracterizează stările cuantice coerente reprezentate de surse de lumină coerente contribuţia la zgomotul de ieşire corespunzătoare termenului $\sigma^2(0) - \langle n(0)\rangle$ se anulează.

Pe de altă parte, în cazul unor semnale de intrare haotice sau de natură termică distribuţia de probabilitate se supune statisticii Bose-Einstein

$$P_n(0)=U_0(1-U_0)^n=\frac{1}{1+\langle n(0)\rangle}\frac{1}{\left(1+1/\langle n(0)\rangle\right)^n} \text{ cu } U_0=1/\left(\langle n(0)\rangle+1\right) \quad (11.310)$$

şi are varianţa

$$\sigma^2(0)=\langle n(0)\rangle^2+\langle n(0)\rangle. \quad (11.311)$$

În cazul unor semnale de intrare care au o statistică de tip Bose-Einstein contribuţia la zgomotul de ieşire corespunzătoare termenului $\sigma^2(0)-\langle n(0)\rangle$ nu se anulează, aceasta fiind proporţională cu media semnalului de la intrare.

A doua contribuţie importantă din relaţia (11.307) în ceea ce priveşte zgomotul, $G\langle n(0)\rangle+N$, (*shot noise*), corespunde puterii medii la ieşire şi caracterizează contribuţia acestuia în procesul de fotodetecţie.

Ultimii doi termeni ai relaţiei (11.307) sunt $2G(z)\langle n(0)\rangle N(z)+N^2(z)$ (*beat noise*). Termenul $2G(z)\langle n(0)\rangle N(z)$ este proporţional cu produsul corespunzător puterilor la ieşire ale semnalului şi zgomotului şi este prezent în statisticile de fotoni de la ieşirea din amplificator chiar şi în absenţa amplificării emisiei spontane.

Din cele prezentate anterior se poate trage concluzia că zgomotul la ieşire este determinat nu numai procesul de fotodetecţie ci şi de statisticile luminii amplificate.

Statisticile de fotoni la ieşirea din amplificatorul optic integrat mai pot fi caracterizate de *factorul Fano*

$$f(z)=\sigma^2(z)/\langle n(z)\rangle \quad (11.312)$$

şi de *fluctuaţia statistică* [11.1]:

$$e(z)=\sigma(z)/\langle n(z)\rangle. \quad (11.313)$$

În cazul unor semnale caracterizate de statistica Poisson factorul Fano este $f=1$ şi fluctuaţia statistică $e=\left(\langle n\rangle\right)^{-1/2}$, în timp ce pentru semnale caracterizate de statistica Bose Einstein $f=\langle n\rangle+1$ şi $e=\left(1+1/\langle n\rangle\right)^{-1/2}$.

Considerând că la intrarea în amplificator semnalul este descris de o statistică de tip Poisson în cazul unor câştiguri mari relaţiile (11.312), (11.313) devin [11.1]:

$$f(z,\nu)\approx 1+2n_{sp}(z,\nu)[G(z,\nu)-1] \quad (11.314)$$

$$e(z,\nu)\approx\frac{1}{\sqrt{G(z,\nu)\langle n(0)\rangle}}\left\{1+2n_{sp}(z,\nu)\left[G(z,\nu)-1\right]\right\}^{1/2} \quad (11.315)$$

unde:

$$n_{sp}(z,\nu)=\frac{N(z,\nu)}{G(z,\nu)-1}=\frac{G(z,\nu)}{G(z,\nu)-1}\int_0^z\frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z', \quad (11.316)$$

este *factorul emisiei spontane*.

Ținând seama de relațiile (11.95)-(11.97) şi (11.101), (11.102) se poate calcula numărul mediu de fotoni şi varianța statistică la ieşire în cazul unei singure treceri a semnalului prin cavitate sub forma:

$$\langle n_+(L,\nu)\rangle = G(L,\nu)\langle n(0)\rangle + (1-R(L))G(L,\nu)\int_0^L \frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z' \qquad (11.317)$$

$$\begin{aligned}\left(\sigma_+^2(L,\nu)\right) &= \langle n_+(L,\nu)\rangle + 2G^2(L,\nu)\int_0^L \frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z' + \\ &+ G^2(L,\nu)\left[\int_0^L \frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z'\right]^2\end{aligned} \qquad (11.318)$$

şi respectiv în cazul unei treceri duble:

$$\begin{aligned}\langle n_-(0,\nu)\rangle &= R(L)G^2(L,\nu)\langle n(0)\rangle + R(L)(1-R(L))G^2(L,\nu)\int_0^L \frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z' + \\ &+ \int_0^L \gamma_e(z',\nu)G(z',\nu)\mathrm{d}z'\end{aligned} \qquad (11.319)$$

$$\begin{aligned}\left(\sigma_-^2(0,\nu)\right) &= \langle n_-(0,\nu)\rangle + 2R(L)G^2(L,\nu)\times \\ &\left[\int_0^L \gamma_e(z',\nu)G(z',\nu)\mathrm{d}z' + R(L)(1-R(L))G^2(L,\nu)\int_0^L \frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z\right] + \\ &\left[\left(\int_0^L \gamma_e(z',\nu)G(z',\nu)\mathrm{d}z' + R(L)(1-R(L))G^2(L,\nu)\int_0^L \frac{\gamma_e(z',\nu)}{G(z',\nu)}\mathrm{d}z'\right)\right]^2.\end{aligned} \qquad (11.320)$$

În cazul unei singure şi respectiv a unei duble treceri a semnalului prin cavitate expresiile corespunzătoare factorului Fano (11.314) şi fluctuației statistice (11.315) se scriu sub forma:

$$f(L,\nu) = 1 + 2G(L,\nu)\int_0^L \frac{\gamma_e\left(z',\nu\right)}{G\left(z',\nu\right)}\mathrm{d}z' \qquad (11.321)$$

$$e(L,\nu)=\frac{1}{\sqrt{G(L,\nu)\langle n(0)\rangle}}\left[1+2G(L,\nu)\int_0^L\frac{\gamma_e\left(z',\nu\right)}{G\left(z',\nu\right)}\mathrm{d}z'\right]^{1/2} \tag{11.322}$$

şi

$$\begin{aligned} f(0,\nu)=G(L,\nu)R(L)&\left[1+2G(L,\nu)\int_0^L\frac{\gamma_e\left(z',\nu\right)}{G\left(z',\nu\right)}\mathrm{d}z'\right]+ \\ &+2\int_0^L\gamma_e\left(z',\nu\right)G\left(z',\nu\right)\mathrm{d}z'-G(L,\nu)+1 \end{aligned} \tag{11.323}$$

$$\begin{aligned} e(0,\nu)=&\frac{1}{\sqrt{R(L)G^2(L,\nu)\langle n(0)\rangle}}\times \\ &\times\left\{1+2\left[\int_0^L\gamma_e\left(z',\nu\right)G\left(z',\nu\right)\mathrm{d}z'+R(L)G^2(L,\nu)\int_0^L\frac{\gamma_e\left(z',\nu\right)}{G\left(z',\nu\right)}\mathrm{d}z'\right]\right\}^{1/2} \end{aligned} \tag{11.324}$$

Expresia factorul emisiei spontane (11.286) în cazul unei singure treceri a semnalului prin cavitate este

$$n_{sp}(L,\nu)=\frac{G(z,\nu)}{G(z,\nu)-1}\int_0^L\frac{\gamma_e\left(z',\nu\right)}{G\left(z',\nu\right)}\mathrm{d}z'. \tag{11.325}$$

11.5.2. Simulări asupra statisticilor de fotoni într-un amplificator de tip Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$ cu funcţionarea în regim de câştig liniar

Studiul teoretic al statisticilor de fotoni este determinat de posibilitatea obţinerii unor amplificatoare optice integrate care să aibă câştig mare, zgomot mic şi în acelaşi timp să păstreze caracteristicile legate de coerenţa semnalului [11.15].

Pentru simularea numerică a statisticilor de fotoni într-un amplificator de tip Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$ cu funcţionarea în regim de câştig liniar s-au folosit datele prezentate la paragraful 11.4.

În figura 11. 47 este prezentată dependenţa de lungimea de undă a factorului Fano în cazul unei treceri duble a semnalului având o putere de 1 μW prin cavitate pentru diferite puteri ale radiaţiei de pompaj [11.15].

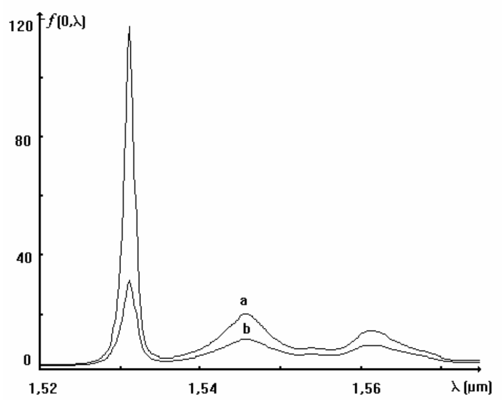

Fig. 11. 47. Distribuţia spectrală a factorul Fano în cazul unei treceri duble a semnalului prin cavitate pentru două valori ale puterii radiaţiei de pompaj: a) $P(0)$=150 mW (pompaj puternic) şi b) $P(0)$=25 mW (pompaj scăzut).

Dependenţele factorului Fano corespunzătoare unui semnal având λ=1531 nm de puterea radiaţiei de pompaj şi de lungimea ghidului în cazul unui pompaj puternic (150 mW) sunt prezentate în figurile 11. 48 şi respectiv 11. 49.

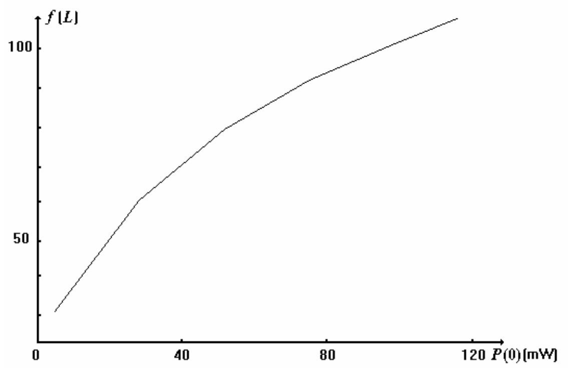

Fig. 11. 48. Dependenţa factorului Fano a unui semnal cu λ=1531 nm de puterea radiaţiei incidente în cazul unui ghid optic având L=5,4 cm.

Din aceste figuri se observă că odată cu creşterea puterii de pompaj şi respectiv a lungimii ghidului optic factorul Fano creşte până la valori la care funcţia de distribuţie nu mai poate fi aproximată cu una de tip Poisson. Astfel, statisticile la ieşirea din amplificatorul optic integrat pot fi considerate de tip Poisson numai pentru ghiduri având lungimi mai mici de 6 cm şi pentru puteri ale radiaţiei de pompaj mai mici de 100 mW.

Distribuția spectrală a fluctuației statistice corespunzătoare unui semnal având λ=1531 nm în cazul unei treceri duble a semnalului prin cavitatea cu L=5,4 cm pentru două valori ale puterii radiației de pompaj: a) $P(0)$=150 mW şi b) $P(0)$=25 mW este prezentată în figura 11. 50.

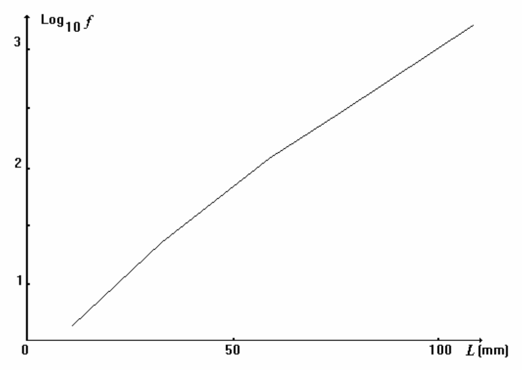

Fig. 11. 49. Dependența factorului Fano a unui semnal cu λ=1531 nm de lungimea ghidului optic în cazul unei puteri a radiației incidente de 150 mW.

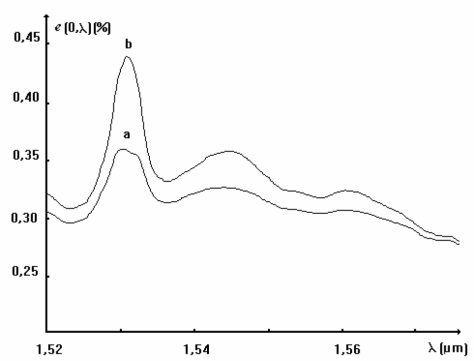

Fig. 11. 50. Distribuția spectrală a fluctuației statistice în cazul unei duble treceri a semnalului prin cavitate pentru două valori ale puterii radiației de pompaj: a) $P(0)$=150 mW şi b) $P(0)$=25 mW; L=5,4 cm.

Rezulatele numerice obținute în cazul fluctuației statistice şi al factorului emisiei spontane la ieşirea din amplificatorul optic integrat de tip Er^{3+}:Ti:$LiNbO_3$ cu funcționarea în regim de câştig liniar confirmă faptul că statisticile fotonilor unui semnal cu λ=1531 nm pot fi considerate de tip Poisson numai pentru ghiduri având lungimi de ordinul a câtorva cm şi pentru puteri de intrare ale radiației de pompaj de ordinul zecilor de mW [11.3].