13. Tipuri de lasere

După descoperirea efectului laser au fost fabricate un număr foarte mare de surse coerente de radiație [13.1]-[13.12]. Laserele pot fi împărțiți în mai multe categorii: după modul de funcționare (în regim continuu și în impulsuri), după natura mediului activ utilizat (lasere cu solid, lichid și gaz), după domeniul spectral în care emit etc.

De asemenea, laserele mai pot fi împărțiți după natura electronilor implicați în obținerea radiației laser: *lasere cu electroni legați* și respectiv *lasere cu electroni liberi*.

13.1. Lasere cu electroni legați

Printre laserele cele mai des utilizate în știință și tehnică se numără cele cu electroni legați. În cazul acestora pentru producerea radiației laser sunt utilizate atât tranzițiile electronilor de pe nivelele exterioare atomice, ionice și moleculare cât și cele de pe nivelele inferioare atomice (emisia stimulată în domeniul razelor X).

13.1.1. Laserul cu rubin

Din punct de vedere istoric laserul cu rubin a fost primul realizat în anul 1960 de către T. H. Maiman și colaboratorii. Mediul activ utilizat la fabricarea laserului cu rubin este cristalul de Al_2O_3 (ce conține 0,05 % Cr_2O_3) dopat cu ionii de Cr^{3+} , care reprezintă elementele active în emisia radiației laser. Concentrația ionilor de Cr^{3+} este de aproximativ $1,62 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$.

Diagrama nivelelor energetice ale unui laser cu rubin este prezentată în

fig. 13. 1. Tranzițiile laser cele mai importante având $\lambda_1 = 6943$ Å și $\lambda_2 = 6929$ Å au loc între nivelele ${}^2E \rightarrow {}^4A_2$ și respectiv ${}^2A \rightarrow {}^4A_2$.

Benzile largi 4F_1 și 4F_2 pot fi populate eficient prin pompaj optic cu ajutorul unei lămpi cu descărcare în xenon (flash) (fig. 13. 2). Ionii astfel excitați se

dezexcită în 10^{-7} s prin procese neradiative cu emisie de fononi trecând pe stările metastabile ²E și ²A (5·10⁻³ s) de unde revin pe nivelul fundamental emițând radiația laser, sistemul laser fiind tipic cu trei nivele.



Fig. 13. 1. Diagrama nivelelor energetice ale ionului de Cr^{3+} .

Bara de rubin are diametrul de aproximativ 1 cm și lungimea de câțiva zeci de centimetri. Una din oglinzile cavității este total reflectătoare, iar cealaltă este parțial reflectătoare și permite cuplajul radiației laser cu exteriorul.



Fig. 13. 2. Schema de principiu a unui laser cu rubin.

Oglinzile se obțin fie prin depuneri de straturi subțiri de argint sau dielectrici cu indici de refracție alternanți ca valoare. Ionii de Cr^{3+} sunt excitați de lampa flash (durata de iluminare fiind de câteva ms, iar energia consumată de $\sim 10^4 \text{ J}$) care poate fi dispusă sub forma unei spirale în jurul barei de rubin sau montând tubul flash într-unul din focarele unui cilindru eliptic și bara în celălalt (fig. 13. 3).

Funcționare laserului cu rubin poate avea loc fie în impulsuri (*Q-switched* sau *mode-locking*) sau în regim continuu. În regim de impulsuri s-au obținut puteri de $10^8 \text{ W} \div 10^9 \text{ W}$ pentru o durată a pulsului de $10^{-8} \text{ s} \div 10^{-7} \text{ s}$.



Fig. 13. 3. Schema de principiu a cavității rezonante de forma unui cilindru eliptic.

13.1.2. Laserul cu sticlă dopată cu Nd³⁺

Diagrama nivelelor energetice ale unui laser cu Nd:sticlă este prezentată în fig. 13. 4. Tranziția laser cea mai importantă având $\lambda = 1,06 \ \mu m$ se produce între subnivelele inferioare ale nivelelor ${}^4F_{3/2}$ și ${}^4I_{11/2}$ (lungimea de undă de aproximativ 1,06 μ m este funcție de compoziția sticlei). Întrucât la temperatura camerei populația nivelului ${}^4I_{11/2}$ este neglijabilă, inversia de populajie se realizează ușor, sistemul laser fiind tipic cu patru nivele.



Fig. 13. 4. Diagrama nivelelor energetice ale ionului de Nd $^{3+}$.

Ionii de Nd³⁺ excitați ca urmare a absorbției în banda 0,5 μ m \div 0,8 μ m se relaxează cu o eficiență cuantică ridicată pe nivelul cu viață lungă ${}^4F_{3/2}$ obținându-se astfel inversia de populație în raport cu nivelul ${}^4I_{11/2}$.

Utilizarea sticlelor ca gazde pentru realizarea mediilor laser active prezintă numeroase avantaje: posibilitatea dopării uniforme cu concentrații variabile, dimensiuni mari, preț redus, rezistență mecanică etc.

Un dezavantaj al sticlelor îl constituie conductivitatea termică scăzută, ceea ce limitează rata de repetiție a impulsurilor și diametrele maxime ale barelor active de Nd³⁺ :sticlă. Dintre sticlele utilizate (SiBaRb, Ba(PO₃)₂, LaBBa, SiPbK, LaAlSi) silicații sunt cei mai indicați spre a fi utilizați ca gazde pentru ionii de Nd³⁺

Din punct de vedere constructiv, laserul Nd³⁺ :sticlă ca și alte lasere cu solid este pompat optic. Astfel se utilizează diferite sisteme de concentrare a excitației optice furnizată de un tub flash (fig. 13. 3 și 13. 5).



Fig. 13. 5. Schema de principiu a unui laser de tip Nd³⁺ :sticlă.

De exemplu, o cavitate sub forma unui cilindru eliptic are în focare bara de sticlă dopată cu Nd³⁺ (B), respectiv tubul flash (F). Funcționare laserului cu sticlă dopată cu Nd³⁺ poate avea loc fie în impulsuri (*Q-switched* sau *mode-locking*) sau

în regim continuu. Funcționarea în regim continuu pe lungimea de undă de 1,06 μ m a acestui tip de laser a fost observată în anul 1963.

În prezent se realizează bare de Nd:sticlă având lungimi aproximativ 2 m și diametre de câțiva cm. S-au obținut pulsuri laser având energii de ordinul sutelor de mii de J cu durate de ordinul zecilor de nanosecunde (SHIVA, NOVA). Funcționarea laserului de tip Nd³⁺:sticlă este analoagă cu ce a laserului Nd³⁺:YAG.

13.1.3. Laserul cu Ti:safir

Laserele cu lungimi de undă variabile, în mod controlat, sunt necesare pentru efectuarea de studii spectrale asupra proprietăților optice ale substanței, cum ar fi de exemplu spectroscopia de absorbție atomică și moleculară, spectroscopia de fotoluminescență a semiconductorilor, optica neliniară, ca și pentru pompajul laserelor cu fibre optice dopate cu ionii pământurilor rare.

Pentru aplicațiile spectroscopice ale laserelor acordabile se remarcă avantajele oferite de laserele cu coloranți și, mai recent, cele ale laserelor cu mediu activ de Ti:safir.

Cea mai semnificativă dezvoltare în domeniul laserelor acordabile spectral, atât în ceea ce privește eficiența cât și ușurința demanipulare o reprezintă laserul cu mediu activ cristalin de Ti:Al $_2$ O $_3$ (safir dopat cu titan). Acest tip de laser poate fi acordat spectral în domeniul 650 nm \div 1050 nm, cu putere optică de până la 5 W în undă continuă, în jurul lungimii de undă de 800 nm.

Printre avantajele de operare ale laserelor cu Ti:safir, față de cei cu coloranți, este faptul că mediul activ de titan-safir poate fi pompat optic cu radiație din toate liniile spectrale de emisie ale unui laser cu argon ionizat, în timp ce majoritatea coloranților-medii active necesită pompaj riguros la 514 nm. De asemenea, în vederea acoperirii întregului domeniu spectral al emisiei laserului sunt necesare trei până la cinci seturi de oglinzi ale rezonatorului optic pentru titan-safir, care sunt utilizate succesiv, ceea ce este oricum mult mai convenabil decât schimbarea unui același număr de soluții de colorant și seturi de oglinzi, pentru acoperirea unui interval spectral egal.

Pentru concentrații mici de Ti $_2O_3$ (în proporție masică de ~0,05 %) într-o topitură de safir (Al $_2O_3$), ionii de Ti $^{3+}$ substituie ionii de Al $^{3+}$ în poziții aleatorii din rețeaua cristalină aflată în proces de formare, iar proprietățile electrice ale cristalului vor fi dominate de electronii 3d singulari din nivelele energetice exterioare respective al ionilor dopanți de Ti $^{3+}$.

Câmpul electric intern al rețelei cristaline de Al₂O₃ determină despicarea păturii electronice exterioare, cu o degenerare de ordinul cinci a nivelelor energetice ale ionilor de Ti³⁺; termenul cubic al acestei interacții caracterizează

despicarea nivelelor energetice într-o stare excitată ${}^{2}E$ dublu degenerată și starea fundamentală ${}^{2}T_{2}$ care, la rândul lor, sunt despicate prin cuplajul spin-orbită și o distorsiune Jahn-Teller. Spectrul de absorbție al sistemului dopat indică prezența unei benzi largi de stări excitate, accesibile de la starea fundamentală, corespunzător unui interval spectral de la 450 nm la 600 nm ceea ce se potrivește cu lungimea de undă a emisiei laserelor cu argon ionizat (fig. 13. 6)

Intervalul spectral corespunzător al fluorescenței cristalului este deplasat către lungimi de undă mari prin emisie de fononi de la purtătorii de sarcină acceptați și se află într-o bandă largă de la 650 nm la 1050 nm. Fluorescența Ti³⁺ rezintă o scădere exponențială, cu timpul de viață de 3 μ s, și are o secțiune eficace intermediară față de aceea a coloranților organici și aceea a vaporilor atomici, ceea ce indică faptul că, pentru producerea efectului laser în acest cristal, este necesară o combinație a tehnicilor laser de bază utilizate pentru cele două tipuri de medii active.



Fig. 13. 6. Benzile energetice ale ionilor de Ti³⁺ în rețeaua cristalină a Al₂O₃; caracterul indirect al fluorescenței se datorează despicării Jahn-Teller.

Într-un mediu activ laser cu corp solid apare încalzirea cristalului datorită interacției cu radiația de pompaj, de mare putere optică. Păstrarea unei temperaturi constante, care să favorizeze proprietățile ce conferă cristalului eficiența de mediu activ, impune utilizarea de cristale cu sectiune transversală mai mare și, corespunzător, o secțiune eficace redusă la interacția cu radiația, pentru a crește posibilitatea redistribuirii căldurii generate pe o suprafață mai mare pentru cedare către un disipator termic.

Cu posibilitatea de amplificare optică în întreg cristalul, este necesar pompajul de-a lungul unei direcții longitudinale din cristal și nu într-un singur punct. Se ajunge astfel la o configurație în care modurile transversale ale radiației de pompaj și de emisie stimulată se propagă coliniar, într-un focar extins pe axa longitudinală a cristalului. Geometria rezonatorului optic este factorul hotărâtor pentru optimizarea surprapunerii dintre aceste moduri transversale, astfel încât să rezulte un pompaj eficient, în vederea inversiei de populație.

Eficiența pompajului optic poate fi redusă prin opacitatea cristalului față de

spectrul infraroșu, datorită unei benzi energetice a impurităților de ioni de Ti⁴⁺. Prin metode recente de prelucrare a materialelor s-a ajuns la o bună diminuare a acestor pierderi de împrăștiere și, de asemenea, a tensiunilor termice ce apar în cristalul mediului activ laser.

În rezonatorul optic, se introduce cristalul de Ti:safir, lung de 1 cm, cu fețele de acces ale radiației înclinate la unghi Brewster pentru minimizarea pierderilor prin reflexie. Acest dielectric înclinat introduce un astigmatism (secțiune transversală necirculară) pentru un fascicul inițial circular. Este importantă generarea unui fascicul laser circular și cu o divergență mică întrucât acest fascicul are un drum optic lung prin cavitate, astfel fiind posibilă accentuarea nedorită a acestor aspecte, la oglinda de ieșire. Pentru a se compensa aberația fasciculului, se utilizează elemente optice de focalizare plasate excentric față de direcția fasciculului.

Pentru estimarea teoretică a parametrilor cavității laser, se consideră intensitatea câmpului electric exprimată prin mărimea:

$$E(x, y, z) = u(x, y, z)e^{-i(\omega_0 t - kz)}$$
(13.1)

unde u(x, y, z) este amplitudinea complexă a câmpului, ω_0 este frecvența unghiulară a acestuia, t este timpul de propagare, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ este vectorul de undă (λ fiind lungimea de undă), iar z este direcția de propagare a radiației electromagnetice laser.

Utilizând expresia (13.1) în ecuațiile Maxwell și presupunând că profilul transversal u(x, y, z) al undei are o dependență lentă de direcția de propagare z, rezultă ecuația paraxială de propagare:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -2ik\frac{\partial u}{\partial z}.$$
(13.2)

În prezența efectelor de difracție (care apar mai pronunțat atunci când fasciculul este limitat spațial la dimensiuni transversale comparabile cu lungimea de undă), se demonstează că soluțiile Hermite-Gauss ale ecuației (13.2) formează un set de moduri normale de propagare.

Se evaluează secțiunea transversală a regiunii de amplificare în cristal și obturarea fascicului prin diafragme în interiorul cavității laser astfel încât modul de propagare de cel mai mic ordin, TEM $_{00}$ este amplificat cel mai mult și are contribuția preponderentă în radiația laser. Pentru modul TEM $_{00}$ se obține:

$$u(x,y) = u_0 \exp\left[-ik\left(\frac{x^2}{2q_x} + \frac{y^2}{2q_y}\right)\right]$$
(13.3)

unde raza de curbură complexă $q = q_x + iq_y$ a frontului de undă este definită de relația:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i\frac{\lambda}{\pi w^2},\tag{13.4}$$

R fiind raza de curbură reală a frontului de undă, iar w estediametrul fasciculului în modul TEM ₀₀. Această descriere este convenabilă întrucât orice element optic

din cavitate poate fi reprezentat printr-o matrice 2×2 ale cărei patru componente definesc o transformare a parametrului q care specifică elementului optic respectiv.

Modelarea numerică a cavității laser înseamnă exprimarea unei matrici pentru fiecare componentă optică a cavității și multiplicarea acestor matrici pentru a se obține matricea optică a întregului sistem laser. O cavitate stabilă din punct de vedere optic este aceea în care parametrii unui mod transversal sunt identici după un parcurs complet al cavității. Conform acestei metode, s-a proiectat o configurație stabilă de rezonator laser, pentru care a fost luată în considerare și compensarea astigmatismului fasciculului.

În realizarea practică a laserului cu Ti:safir, componentele trebuie fixate pe o masă holografică, pentru a se amortiza orice vibrații mecanice. Emisia laserului de pompaj, cu argon ionizat, este stabilizată spectral și în intensitate prin utilizarea unui detector de monitorizare pe care este incidentă o fracțiune mică din radiația acestui laser; semnalul detectorului este cuplat în reacție pozitivă cu cavitatea rezonantă, pentru a se controla activ parametrii de emisie și a se determina valorile optime ale acestora. Polarizarea radiației laserului cu argon ionizat este verticală și deci, pentru a se reduce pierderile Fresnel pe parcursul optic până la cristal, această polarizare este rotită cu 90°. S-a evaluat că, pentru o putere optică de 6 W a întregului spectru de emisie a laserului cu argon ionizat, puterea fasciculului focalizat pentru pompajul Ti:safir este de 5 W.

Întrucât operarea laserului se bazează pe suprapunerea a două fascicule focalizate îngust, la sectiuni longitudinale cilindrice, sistemul este foarte sensibil la dezalinierile componentelor optice si oglinzile care directionează fasciculul de pompaj trebuie să fie montate pe suporți rigizi. Focalizarea fasciculului de pompaj se realizează cu ajutorul unei lentile cu depunere antireflexie și distanță focală de 10 cm, plasată puțin excentric față de fascicul, pentru ca astigmatismul astfel dobândit de radiatia de pompaj să compenseze astigmatismul pe care îl impune geometria cristalului de Ti:safir. Acest cristal se află între două oglinzi O1 și O2 (fig. 13. 7) cu transparență de 85% la spectrul radiației de pompaj dar cu înaltă reflexie față de fluorescența Ti:safir. Pentru răcire, cristalul laser este montat, cu un bun contact termic, într-un suport de cupru răcit cu jet de apă, care stabilizează temperatura la ~8 °C. Cilindrul cristalului de Ti:safir se poate roti în jurul axei sale printr-o montare corespunzătoare și, astfel, reflexia slabă (100 mW) a fasciculului de pompaj pe fata cristalului se poate orienta de-a lungul directiei de incidentă a acestuia. Întregul suport al cristalului se poate deplasa pe un dispozitiv de translatie, în vederea selectării unei direcții de propagare cu pierderi prin împrăștiere reduse în interiorul cristalului.

Cu ajutorul oglinzilor O1 și O2 se realizează o cavitate laser înfășurată, calculată astfel pentru compensarea astigmatismului impus fasciculului emergent prin înclinarea Brewster a fețelor cristalului de Ti:safir.

Alinierea laserului este obținută prin colimarea și direcționarea fluorescenței din cele două capete ale cristalului, către cele două oglinzi ale cavității laser, OC1 și OC2 (Fig. 13. 7), urmată de suprapunerea fasciculelor reflectate. Cu o putere optică de pompaj de 5 W, și o transmitanță de 3% a oglinzii OC2 de cuplaj exterior, se poate obține o putere de 750 mW în undă continuă pentru laserul cu Ti:safir. Eficiența de conversie a laserului cu Ti:safir prezentat mai sus la emisia în undă continuă este de \sim 19%, iar puterea de pompaj la pragul de oscilație este de 1,2 W.



Fig. 13. 7. Cavitatea laser pentru laserul cu Ti:safir cu emisie continuă. Este prezentată intersectarea fasciculelor de fluorescență a Ti:safir, pentru compensarea astigmatismului, FP este fasciculul de pompaj, OP este oglinda de dircționare a FP, O1 și O2 sunt oglinzile de colectare a semnalului de fluorescență de la cristalul de Ti:safir, AFP este absorbant pentru fascicululde pompaj, FB este filtrul birefringent pentru acordul spectral al laserului, OC1, OC2 sunt oglinzile cavității laser.

Mediul activ are o curbă largă de distribuție spectrală a amplificării și câteva moduri longitudinale ale cavității, având cea mai mare amplificare netă, vor oscila simultan. Pentru a selecta modul de oscilație, se utilizează un filtru birefringent construit dintr-o succesiune de plăci de cuarț cu suprafețe optic plane. Acset aranjament utilizează pierderile diferențiale între componentele sagitală și tangențială ale polarizării câmpului electric astfel încât, dacă birefringența introduce o rotație a polarizării, pierderile optice produse pentru anumite lungimi de undă, la diferitele suprafețe înclinate la unghi Brewster, sunt accentuate. Rotațiile sunt diferite pentru diferite lungimi de undă, într-o grosime fixată a plăcii de cuarț și este selectată pentru transmisie o singură lungime de undă, prin rotirea axei optice a plăcilor, în jurul direcției fasciculului.

Numărul lungimilor de undă pentru care polarizarea câmpului rămâne neschimbată după transmisia printr-o placă de cuarț birefringentă este invers proporțional cu grosimea plăcii. Spre deosebire de intervalul spectral restrâns al acordabilității laserelor cu coloranți, laserul cu Ti:safir are un domeniu de acordabilitate mai vast. Pentru a se îmbunătăți acordabilitatea fină, se mai adaugă două plăci birefringente ale căror grosimi sunt multipli întregi ai grosimii primeia.

13.1.4. Lasere cu semiconductori

Dioda laser homojoncțiune. Radiația laser poate fi produsă și în urma recombinării electronilor și golurilor într-o joncțiune semiconductoare *p-n (diodă laser)* dacă câștigul depășește pierderile [13.5]. Diodele laser constituie unicul sistem laser în care emisia stimulată a radiației electromagnetice poate fi modulată

în amplitudine direct, prin modularea energiei de pompaj. Astfel, prin modularea temporală a densității de curent electric de injecție, se realizează modularea temporală simultană a intensității radiante a undei laser, ceea ce permite transmiterea informației pe cale optică, cu ajutorul unui fascicul laser modulat pe baza unui procedeu care nu este foarte complicat.

Într-un cristal semiconductor, nivelele energetice posibile ale electronilor în cristal sunt distribuite în banda de valență și în banda de conducție, benzi energetice separate printr-o bandă interzisă de până la 3 eV. Pentru creșterea artficială a conductivității electrice la temperatura camerei, semiconductorul poate fi dopat cu impurități donoare de electroni, iar cristalul semiconductor are electronii ca purtători de sarcină majoritari, sau cu impurități acceptoare de electroni, iar semiconductorul are golurile (absențele electronilor) ca purtători majoritari. Considerăm cazul unui dopaj peste o anumită limită a concentrației de impurități, atât donoare cât și acceptoare, astfel încât, atât în banda de valență cât și în banda de conducție, electronii nu pot avea energii decât până la anumite valori, denumite cvasinivele Fermi: W_{FC} în banda de conducție și respectiv, W_{FV} în banda de valență. Acesta este cazul unui așa-numit semiconductor extrinsec degenerat.

Cele mai importante caracteristici ale diodelor laser sunt determinate de dimensiunile foarte mici (câțiva μ m) ale acestor dispozitive precum și de posibilitatea modulării radiației prin varierea curentului. Pentru a descrie funcțiuonarea unei *diode laser homojoncțiune* se consideră joncțiunea *p-n* având grosimea zonei active *d* prezentată în fig. 13. 13.

În zona activă de lățime d, numită și distanța de confinare (de aproximativ 1 μ m) se produce un număr suficient de mare de electroni și respectiv goluri pentru ca dispozitivul să aibă un căștig pozitiv. Dimensiunea zonei active este mai mică decăt cea corespunzătoare modului cămpului (D > d).

În cazul unei diode laser câștigul la prag se poate exprima funcție de curentul prin diodă. Valoarea de prag a curentului electric pentru inversia de populație într-o diodă laser rezultă dintr-un sistem de două ecuații asociate, respectiv, aspectelor fizice: condiția de prag la un parcurs complet al radiației în cavitate și, respectiv, relația dintre amplificarea optică și densitatea curentului electric de pompaj.

Conform condiției de prag, intensitatea I_0 a radiației electromagnetice rezultate prin emisia stimulată trebuie să rămână neschimbată după un parcurs complet al cavității laser:

$$I_0 R_1 R_2 \exp(2\Gamma g_p L) \exp\{-2L[\Gamma \alpha_a + (1 - \Gamma)\alpha_r]\} = I_0$$
(13.5)

unde R_1 și R_2 sunt reflectanțele fețelor polizate ale celor două capete ale ghidului de undă semiconductor, Γ este *factorul de restrângere spațială* a undei electromagnetice în zona activă, g_p reprezintă amplificarea optică în unitatea de volum a zonei active (câștigul), la pragul de oscilatie laser, L este lungimea cavității rezonante laser, α_a este coeficientul intern de pierderi optice în zona activă, iar α_r este coeficientul de pierderi optice în zonele de restrângere spațială a radiației.



Fig. 13. 13. Dioda laser homojoncțiune.

Ecuația (13.5) poate fi rescrisă sub forma:

$$\Gamma g_p = \Gamma \alpha_a + (1 - \Gamma)\alpha_r + \frac{1}{2L} \cdot \ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right).$$
(13.6)

Factorul de restrângere spațială optică Γ are un rol determinant în proiectarea structurii oricărui laser cu mediu activ semiconductor. Acest parametru caracterizează suprapunerea spatială dintre unda de emisie stimulată ghidată optic și regiunea cu inversie de populație, conform formulei:

$$\Gamma = \frac{\int_{-d/2}^{+d/2} |E(z)|^2 dz}{\int_{-\infty}^{+\infty} |E(z)|^2 dz}$$
(13.7)

unde d este lărgimea gropii cuantice (dimensiunea gropii pe direcția z de creștere a straturilor semiconductoare), iar E(z) este modulul intensității câmpului electric al undei.

Considerând că densitatea de goluri în regiunea activă este mare, deci densitatea de electroni pe nivelul fundamental este suficient de mică pentru ca absorbția unui foton să poată fi neglijată, *câștigul* poate fi scris sub forma:

$$g(\mathbf{v}) \approx \frac{\lambda^2 A}{8\pi n^2} N_2 S(\mathbf{v}) \tag{13.8}$$

unde N_2 reprezintă densitatea de electroni injectați în regiunea activă din banda de conducție a semiconductorului de tip n, iar A este rata emisiei spontane

corespunzătoare recombinării radiative. În centrul liniei laser, câștigul se poate exprima sub forma:

$$g(\mathbf{v}_0) \approx \frac{\lambda^2 A N_2}{8\pi^2 n^2 \delta \mathbf{v}_0}.$$
(13.9)

În scrierea relației (13.8) s-a presupus că tranziția laser are un profil de tip Lorentz și are largimea δv_0 .

Câștigul la prag este dat de relația:

$$g_t = \alpha - \frac{1}{2l} \ln R_1 R_2 \tag{13.10}$$

unde l este lungimea mediului activ, R_1 , R_2 sunt reflectivitățile oglinzilor, iar α reprezintă pierderile pe unitatea de lungime datorită altor efecte decât reflexiile pe oglinzile cavității. Din condiția la prag $g(v_0) = g_t$ se obține valoarea la prag pentru densitatea de populație de pe nivelul excitat sub forma:

$$(N_2)_t = \frac{8\pi^2 n^2 \delta v_0}{\lambda^2 A} \left(\alpha - \frac{1}{2l} \ln R_1 R_2 \right).$$
(13.11)

În general la construcția diodelor laser nu se folosesc oglinzi pentru a obține efectul de *feedback* întrucât indicele de refracție al materialului n este suficient de mare pentru a determina fenomenul de reflexie totală la interfața semiconductor-aer. Ținând seama de formulele lui Fresnel în cazul incidenței normale, se poate calcula coeficientul de reflexie sub forma:

$$R \approx \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$$
 (13.12)

Aproximând indicele de refracție al aerului cu unitatea și ținând seama că în cazul GaAs $n \approx 3,6$ din relația (13.12) se obține pentru coeficientul de reflexție al *oglinzilor* valoarea $R \approx (2,6/4,6)^2 \approx 0,32$.

Polizând două fețe opuse ale diodei și lăsându-le pe celelaltă două rugoase (astfel încât reflectivitățile acestora să fie mici) oscilația laser este favorizată de-a lungul axei care unește fețele polizate (fig. 13. 9).

Densitatea de populație a nivelului excitat se poate exprima cu ajutorul densității de curent prin diodă J. Ținând seama că pe unitatea de volum rata cu care electronii sunt injectați în regiune activă este J/ed; și că aceștia sunt absorbiți datorită proceselor radiative și neradiative cu rata totală R_e , în stare staționară se poate scrie $J/ed = R_e / N_2$ sau $J = edR_e / N_2$

Condiția de prag (13.10) poate fi scrisă cu ajutorul densității de curent la prag sub forma:

$$J_{t} = \frac{8\pi^{2}n^{2}\delta\nu_{0}}{\lambda^{2}} (ed) \frac{R_{e}}{A} \left(\alpha - \frac{1}{2l}\ln R_{1}R_{2}\right).$$
(13.13)

Relația (13.13) nu ține seama de faptul că volumul modului este mai mare decât volumul regiunii active de lățime d. Cu cât densitatea purtătorilor de sarcină în regiunea activă este mai mare cu atât indicele de refracție este mai mare obținându-se o mai bună confinare a radiației în regiunea activă. Acest efect de *ghidare a radiației* este destul de slab și deci radiația are un volum corespunzător unui mod a cărui lățime este D > d. Astfel, coeficientul de câștig efectiv este mai mic decât cel dat de relația (13.10) cu un factor $\approx d/D$, iar densitatea de curent corespunzătoare pragului este mai mare decât cea dată de relația (13.13), devenind:

$$J_{t} = \frac{8\pi^{2}n^{2}\delta\nu_{0}}{\lambda^{2}}(eD)\frac{R_{e}}{A}\left(\alpha - \frac{1}{2l}\ln R_{1}R_{2}\right).$$
(13.14)

În cazul diodei laser cu GaAs pentru radiația având $\lambda \approx 8400$ A indicele de refracție este $n \approx 3.6$, iar $\delta v_0 \approx 10^{13}$ Hz. Raportul A/R_e , se mai numește și *eficiență cuantică* și reprezintă fracțiunea din numărul de electroni injectați cere suferă fenomenul de recombinare radiativă și este apropiată de unitate. Considerând că în cazul diodei laser cu GaAs $D=2 \ \mu m$, $l=500 \ \mu mși \ \alpha=10 \ cm^{-1}$, se obtine:

$$J_t \approx 500 \text{ A/cm}^2. \tag{13.15}$$

În cazul unei joncțiuni având aria $lw = 500 \times 250 \,\mu\text{m}^2$ curentul de prag este $J_t lw \approx 1 \,\text{A}$.

Considerând eficiența cuantică internă η_i a diodei laser ca fiind probabilitatea ca un purtător de sarcină electrică injectat în zona activă să se recombine radiativ, puterea radiantă P_e a undei electromagnetice rezultate din emisia stimulată se exprimă prin:

$$P_e = \eta_i \cdot \frac{I - I_p}{e} \cdot \hbar \omega \tag{13.16}$$

unde I este intensitatea curentului de injecție, I_p este intensitatea curentului de prag pentru oscilația laser, e este sarcina electrică elementară, iar ω este frecvența unghiulară a radiației emise.

O parte din P_e se disipă în cristalul semiconductor, iar restul constituie puterea radiantă laser, P efectiv emisă de dioda laser în exterior, prin fețele cristaline de reflectanțe R_1 și, respectiv, R_2 , ce constituie rezonatorul laser.

Dacă se notează cu α coeficientul de absorbție totală în cristalul semiconductor al diodei laser (ce include α_a și α_r), puterea radiantă a fasciculului laser se scrie sub forma:

$$P = \eta_i \cdot \frac{I - I_p}{e} \cdot \hbar \omega \cdot \frac{(1/L) \cdot \ln(1/R)}{\alpha + (1/L) \cdot \ln(1/R)}$$
(13.17)

unde s-a considerat $R_1 = R_2 = R$.

Dioda laser cu dublă heterostructură. O îmbunătățire a performanțelor diodelor laser s-a realizat prin fabricarea de medii active din material semiconductor cu *dublă heterostructură*. *Heterostructura* reprezintă o joncțiune între două cristale semiconductoare cu compoziție chimică diferită și cu dopaje de tip diferit. Dubla heterostructură este o structură formată din trei straturi de material semiconductor, cele de la extremități având formulă chimică și conductivitate electrică (dopaj) diferite față de cel din mijloc, care conține regiunea cu joncțiunea activă, de exemplu GaAlInP/GaInP/ GaAlInP (fig. 13. 9).



Fig. 13. 9. Reprezentare schematică a structurii mediului activ al diodei laser cu dublă heterostructură de tip GaAlInP/GaInP/GaAlInP; cavitatea rezonantă laser este formată din fețele cristalului semiconductor perpendiculare pe planul joncțiunii.

De asemenea, indicele de refracție al materialului central este mai mare decât al straturilor laterale, ceea ce mijlocește ghidarea radiației rezultate din emisia stimulată, prin zona activă a diodei.

Cele două caracteristici esențiale ale unei duble heterostructuri semiconductoare, ca mediu activ laser, sunt:

- a) posibilitatea *ghidării undelor electromagnetice* prin zona activă cu indice de refracție mai mare,

- b) posibilitatea realizării *inversiei de populație cu un curent electric de pompaj cu intensitate redusă*. Aceste proprietăți fac ca o configurație cu dublă heterostructură (fig. 13. 10) să prezinte o mai mare eficiență a generării emisiei stimulate, față de dioda laser cu material omogen în zona activă. Materialele semiconductoare cel mai des utilizate pentru fabricarea dioselor laser cu dublă heterostructură sunt combinații de tipurile A_{III}B_V sau A_{IV}B_{VI}.

O configurație practică pentru obținerea inversiei de populație într-un mediu activ semiconductor este aceea a unei diode cu joncțiune p-n în care regiunile p și n sunt obținute prin doparea până la degenerare a aceluiași cristal semiconductor. Cvasinivelul Fermi al materialului de tip p se află în banda de

valență, iar acela al materialului de tip n în banda de conducție. În absența unei diferențe de potențial electric la bornele diodei, cele două cvasinivele Fermi coincid (condiția de echilibru termodinamic).



Fig. 13. 10. Structura de benzi a unei duble heterostructuri; a) la echilibru, b) la prag.

La aplicarea unei diferențe de potențial V, acestea se separă printr-un interval energetic eV (unde e este sarcina electrică elementară). În zona de sarcină spațială a joncțiunii se produce o inversie de populație între electroni și goluri. Acest fenomen face posibilă amplificarea radiației prin emisie stimulată, la recobinarea radiativă dintre un electron și un gol.

Indicele de refracție al majorității materialelor semiconductoare, pentru lungimile de undă ale emisiei acestora, este suficient de mare astfel încât, la interfața semiconductor/aer, coeficientul de reflexie pentru radiația emisă să aibă valori ridicate pentru a determina formarea unei *cavități Fabry-Pérot* pe fețele cristalului perpendiculare pe direcția emisiei. În multe tipuri de diode laser de mică putere, nu este necesară nici șlefuirea sau depunerea de straturi reflectoare pe capetele mediului activ, întrucât clivajul cristalului după planuri atomice determină fețe cu suprafețe foarte netede. Acestui tip de configurație de cavitate rezonantă laser i se aplică teoria generală a rezonatorilor.

Diode laser cu gropi cuantice. În fig. 13. 9 regiunea activă de GaInP mărginită de fiecare parte de GaAlInP în cazul unei duble heterojoncțiuni acționează ca o capcană de electroni și goluri. Dacă grosimea regiunii active este micșorată până la o valoare d < 200 Å, electronii și golurile confinate manifestă efecte cuantice, energiile cuantificate și funcțiile de undă ale acestora fiind determinate în mod special de distanța de confinare, d, laserele astfel obținute numindu-se *lasere cu gropi cuantice* (Quantum Well-QW lasers). Aceleași efecte se manifestă și în cazul structurii de tip Al_xGa_{1-x}As/GaAs/ Al_xGa_{1-x}As cu $x \sim 0,3$ (fig. 13. 11).

Groapa cuantică într-o astfel de structură corespunde unui strat foarte subțire de semiconductor $\begin{pmatrix} 0 \\ -100 \\ A \end{pmatrix}$ cu o bandă interzisă W_{g1} situată între două regiuni semiconductoare având banda interzisă $W_{g2} > W_{g1}$. Regiunea cu bandă interzisă W_{g1} se comportă ca o groapă cuantică de potențial atât pentru electroni cât și pentru goluri, dacă diferența între benzile de conducție și de valență este convenabil împărțită între cele două materiale, iar densitatea de stări permise devine o funcție treaptă în locul celei de tip parabolic ca în cazul materialului masiv, acesta fiind un efect cuantic de dimensiune.



Fig. 13. 11. Reprezentarea schematică a laserului de tip Al_x Ga_{1-x} As/GaAs/Al_x Ga_{1-x} As.

Dependența de distanță a indicelui de refracție și a câmpului optic pentru structura amintită mai sus este prezentată în fig. 13. 12.



Fig. 13. 12. Profilul indicelui de refracție și al câmpului optic în cazul structurii de tip Al_x Ga_{1-x} As/GaAs/Al_x Ga_{1-x} As.

Mișcarea electronilor cu masa $m^* = m_e$ în banda de conducție, BC (fig. 13. 11) caracterizată de funcția de energie potențială $V(\vec{r})$ poate fi descrisă cu ajutorul unei funcții de tip anvelopă $\varphi(\vec{r})$, (normată pe volumul cristalului) care verifică ecuația Schrödinger [13.2]:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2\varphi(\vec{r}) + V(\vec{r})\varphi(\vec{r}) = W\varphi(\vec{r}).$$
(13.18)

Considerând că electronii se mișcă după axa z, (după axele x și y aceștia rămânând liberi) și că $V(\vec{r}) = V(z)$ soluția ecuației (13.18) este de forma:

$$\varphi_{n\vec{k}}(\vec{r}) = \exp[i(k_x x + k_y y)]Z_n(z), \qquad (13.19)$$

unde *n* reprezintă numărul cuantic, iar $\vec{k} = (k_x, k_y)$. Pentru a calcula funcția $Z_n(z)$ se înlocuiește soluția (13.19) în ecuația (13.18)

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e}\frac{d^2 Z_n(z)}{dz^2} + V(z)Z_n(z) = \left(W - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}\right)Z_n(z)$$
(13.20)

unde $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. Funcția $Z_n(z)$ este normată pe lungimea cristalului, L_z în direcția z. Considerând un potențial de forma:

$$V(z) = \begin{cases} 0, \text{ pentru} & z \in (0, L) \\ \infty, \text{ pentru} & z = 0, z = L, \end{cases}$$
(13.21)

(deși în cazurile reale lărgimea benzii interzise este de ordinul eV, această aproximație fiind grosolană) din ecuația (13.20) se obține funcțiile proprii

$$Z_n(z) = \sqrt{\frac{2L_z}{L}} \sin \frac{n\pi z}{L}$$
(13.22)

și valorile proprii

$$W_n^e(k) = W_n^e + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e} = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}$$
(13.23)

unde *n* este un nummăr întreg pozitiv. Confinarea în interiorul gropii cuantice determină apariția unei benzi energetice cu structura dată de relația (13.23), unde W_n^e ia valori discrete, acestea fiind determinate de V(z). Pentru fiecare valoare a numărului *n* există o dependență parabolică a valorii proprii $W_n^e(k)$ de *k*, (curbele de dispersie), cu un minim în W_n^e (fig. 13. 13). Valoarea proprie a energiei $W_n^e(k)$ și funcția proprie asociată determină o sub-bandă energetică electronică *n*. În fig. 13. 11 sunt prezentate și $Z_1(z)$ și W_1^e . Densitatea de stări permise în cazul unui semiconductor cu gropi cuantice devine o funcție de tip treaptă în loc să fie de tip parabolic ca în materialul masiv (fig. 13. 14).



Fig. 13. 13. Curbele de dispersie corespunzătoare primelor trei sub-benzi electronice în cazul gropii cuantice din fig. 13. 11.

Modelul teoretic prezentat mai sus în cazul electronilor poate fi aplicat și golurilor din banda de valență, BV (fig. 13. 11) cu masa m_g , energia golurilor $W_n^g(k)$ (măsurată de la marginea benzii de conducție în jos) fiind de forma (13.23), unde W_n^e se înlocuiește cu

$$W_n^g = W_g + \frac{\hbar^2}{2m_g} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2, \qquad (13.24)$$

 W_g reprezentând energia interzisă a gropii cuantice. În fig. 13. 11 W_g corespunde valorii W_{g1} . Funcțiile de tip anvelopă pentru goluri sunt identice cu cele corespunzătoare electronilor și determină împreună cu valorile proprii ele energiei o *sub-bandă energetică a golurilor n*.

În cazul când lățimea gropii cuantice, L este foarte mare valorile $\frac{n\pi}{L}$ formează un spectru cvasicontinuu, iar relațiile (13.22) și (13.23) corespund mișcării unor electroni liberi.

În cazul unui laser cu gropi cuantice *condiția de prag* pentru emisia laser este dată de relația:

$$g\Gamma = \alpha + \frac{1}{2l} \ln R_1 R_2,$$
 (13.25)

unde

Tipuri de lasere

$$\Gamma = \frac{4\pi^2 L^2 n_r \Delta n_r}{\lambda^2} \tag{13.26}$$

este factorul de restrângere spațială optică, (n_r fiind indicele mediu de refracție corespunzător zonei active, Δn_r fiind diferența indicilor de refracție corespunzători regiunilor ghidului), l este lungimea mediului activ, R_1 , R_2 sunt reflectivitățile oglinzilor cavității, iar $\alpha \approx 10 \text{ cm}^{-1} \div 100 \text{ cm}^{-1}$ reprezintă pierderile pe unitatea de lungime datorită altor efecte decât reflexiile pe oglinzile cavității.



Fig. 13. 14. Reprezentarea schematică a densității de stări a sub-benzii electronice funcție de energie în cazul gropii cuantice din fig. 13. 11, curba a) și în cazul aterialului masiv, curba b).

În fig. 13. 15 este prezentată structura unei diode laser cu gropi cuantice de tip InGaAs/GaAs/AlGaAs, (regiunea activă fiind $In_{0,2} Ga_{0,8} As$), care emite radiația fundamentală cu lungimea de undă $\lambda = 0,96 \,\mu\text{m}$ și armonica a doua cu $\lambda = 0,48 \,\mu\text{m}$ [13.6].

În general lungimile de undă de emisie sunt: $\lambda = 1,2 \,\mu\text{m} \div 1,6 \,\mu\text{m}$ pentru structura de tip InGaAsP și $\lambda = 0,65 \,\mu\text{m} \div 0,9 \,\mu\text{m}$ pentru cea de tip AlGaAs.

Pe baza efectului cuantic de dimensiune în cazul heterostructurilor cu confinare separată (*Separate Confinement Heterostructure* (SCH)) este posibilă selectarea lungimii de undă de emisie prin ajustarea grosimii zonei active.

În ultimii ani au fost fabricate structuri de tip picătură cuantică (*Quantum Dot*) în materiale dielectrice izolatoare care conțin materiale semiconductoare sau metalice cu dimensiunile $2,5 \div 25$ nm (picăturile cuantice). În cazul acestor structuri (de exemplu CdS, CdSe etc.) structura benzii energetice a materialului din picătură este relevantă în structura sa electronică, iar electronii sunt confinați după toate cele trei direcții. Spectrul de absorbție este format dintr-o serie de linii largi.

Considerând o picătură de forma unui cub cu latura L mărginit de bariere de potențial de înălțime infinită, iar picătura și materialul izolator care o înconjoară au volumul V_p , stările unui electron pot fi descrise cu ajutorul unei funcții de tip anvelopă monoelectronice de forma:

$$\varphi_{nlm}(r) = \sqrt{V_p \left(\frac{2}{L}\right)^3 \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{l\pi y}{L} \sin \frac{m\pi z}{L}}$$
(13.27)

cărora le corespund valorile proprii ale energie

$$W_{nlm}^{e} = \left(\frac{\hbar\pi}{L}\right)^{2} \frac{n^{2} + l^{2} + m^{2}}{2m_{e}},$$
(13.28)

unde n, l, m sunt întregi pozitivi.



Structura laserului

Fig. 13. 15. Reprezentarea schematică a laserului cu gropi cuantice de tip InGaAs/GaAs/AlGaAs.

În cazul golurilor funcțiile de tip anvelopă sunt cele date în relația (13.27), iar energiile corespunzătoare sunt

$$W_{nlm}^{g} = W_{g} + \left(\frac{\hbar\pi}{L}\right)^{2} \frac{n^{2} + l^{2} + m^{2}}{2m_{g}}.$$
(13.29)

În picăturile cuantice metalice există numai stări electronice.

Diode laser cu gropi cuantice multiple. În cazul unei structuri cu un număr mare de gropi cuantice (*Multiple Quantum Well* (MQW)) fiecare groapă contribuie la creșterea câștigului obținându-se astfel unul maxim dorit.

Dimensiunile gropilor cuantice sunt de câțiva zeci de A (fig. 13. 16).



Fig. 13. 16. Reprezentarea schematică a laserului cu gropi cuantice multiple de tip (Al_x Ga_{1-x})_{0.5} In_{0.5} P având $\lambda = 0,626 \,\mu\text{m}$.

Raportul dintre câștigurile unui laser cu N gropi cuantice, g_N și respectiv unul cu o singură groapă cuantică, g estre dat de relația:

$$\frac{g_N}{g} = \frac{N \left[f_c \left(\omega, \frac{n}{N} \right) - f_v \left(\omega, \frac{n}{N} \right) \right]}{f_c \left(\omega, n \right) - f_v \left(\omega, n \right)}$$
(13.30)

unde $n = \frac{I\tau}{eL}$ reprezintă densitatea purtătorilor în laserul cu o singură groapă

cuantică, I este inyensitatea curentului, e este sarcina electronului, L lățimea gropii și τ este timpul de viață al electronilor.

Puterea la ieșire a diodelor laser cu gropi cuantice multiple este limitată de degradarea catastrofică a oglinzilor ca urmare a absorbției luminii pe fețele structurii.

Un interes deosebit îl prezintă structurile care emit în domeniul lungimilor de undă $\lambda = 0.9 \,\mu\text{m} \div 1.6 \,\mu\text{m}$ întrucât acestea sunt utilizate în comunicațiile prin fibră optică, fibrele având pierderi mici și dispersii bune în domeniul amintit mai sus.

Laser cu semiconductori cu emisie verticală. Performanțele heterostructurilor pompate electric sunt limitate de pierderile optice și de încălzirea dispozitivului, aceasta rezultând în urma trecerii curentului prin dispozitiv. O alternativă la obținerea efectului laser prin injecția de curent îl reprezintă pompajul optic. Prin utilizarea pompajului optic al purtătorilor direct în regiunea activă se reduce încălzirea dispozitivului și crește temperatura de operare.

Pe baza celor prezentate mai sus s-au fabricat lasere cu semiconductori cu emisie verticală (*Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers* (VCSEL)). Pompajul optic al unui laser cu semiconductori cu emisie verticală poate fi realizat și cu ajutorul unei diode cu arie de emisie mare care operează la lungimea de undă 980 nm, lungimea de undă a emisiei laser fiind de 1,55 μ m (fig. 13. 17).

Regiunea activă a laserului cu semiconductori cu emisie verticală este formată din 6 diode laser cu gropi cuantice multiple de tip InGaAsP/InGaAsP. Radiația de pompaj provenită de la dioda laser este focalizată pe regiunea activă cu ajutorul unei lentile. Între lentilă și zona activă există un substrat de GaAs și 31 de substraturi GaAs cu reflectori Bragg distribuiți. La ieșirea din zona activă sunt dispuse 22 de substraturi GaAs cu reflectori Bragg distribuiți. Zona activă și zonele adiacente sunt fuzionate.

Laserul cu semiconductori cu emisie verticală prezentat mai sus poate fi cuplat direct cu o fibră optică. În cazul regimului de lucru monomodal la temperatura camerei puterea maximă a laserului la ieșire este de 195 mW, la ieșirea din fibra optică de 1.05 mW iar la temperature de 1.25° C puterea maximă a

din fibra optică de 1,95 mW, iar la temperatura de 125° C puterea maximă a laserului la ieșire este de 75 mW, aceste valori fiind de patru ori mai mari decât în cazul când laserul este pompat electric.

Cavitatea semiconductoare cu emisie verticală poate funcționa și ca amplificator. Utilizând o cavitate formată din doi reflectori Bragg distribuiți nedopați de tip GaAs/Al_{0,99} Ga_{0,01} As fuzionați cu o zonă activă formată din trei seturi de câte șapte gropi cuantice de tipul InAs_{0,5} P_{0,5} în cazul unei radiații de pompaj cu $\lambda = 0,98 \,\mu\text{m}$ și o putere de 200 mW s-a obținut un câștig de 9 dB pentru un semnal cu $\lambda = 1,3 \,\mu\text{m}$ [13.8].



Fig. 13. 17. Srtructura unui laser cu semiconductori cu emisie verticală.

Diode emițătoare de lumină. În telecomunicațiile optice ca surse mai sunt folosite și diodele emițătoare de lumină (*Light Emitting Diodes*-LED).

Radiația provenită de la o astfel de diodă este incoerentă și este emisă întrun domeniu larg atât al lungimilor de undă ($800 \text{ nm} \div 1550 \text{ nm}$) cât și al unghiurilor.

În cazul unei diode p-n homojoncțiune cea mai mare parte a radiației rezultată în urma procesului de recombinare este generată în interiorul unui volum din semiconductor având dimensiunea liniară proporțională cu lungimea de difuzie în timp ce în cazul unei heterostructuri duble radiația este generată în interiorul stratului activ. Radiația este emisă în ambele cazuri în toate direcțiile. Eficiența cuantică este determinată de raportul dintre numărul de fotoni emiși de materialul semiconductor și numărul de purtători care trec prin joncțiune.

Cu aproximație destul de bună se poate considera că puterea emisă de LED este proporțională cu curentul prin diodă deși există o tendință de saturație la puteri mari odată cu creșterea temperaturii. Rata de modulație este limitată la aproximativ 100 MHz.

O diodă emițătoare de lumină este astfel fabricată încât la o anumită valoare de prag a curentului mecanismul de generare a luminii se modifică. La valori mici ale curenților radiația luminoasă este produsă în urma emisiilor spontane. În apropierea pragului radiația luminoasă emisă este dominată de emisia stimulată. Ca urmare a acestui fapt radiația emisă devine mai direcțională, mai coerentă și spectrul său se prezintă sub forma unei sau unor linii foarte înguste.

Atât valoarea de prag a curentului cât și spectrul sunt foarte sensibile la variațiile de temperatură și se pot modifica funcție de condițiile mediului înconjurător sau în timpul operării în impulsuri sau la valori mari ale puterii emise. Printre avantajele pe care le prezintă aceste dispozitive se numără aria emisivă mai mică decât a diodelor laser precum și o frecvență de modulație utilizabilă mai mare.

Pentru fabricarea diodelor LED se utilizează semiconductori de tip GaAsP sau GaP dopați cu N sau ZnO (fig. 13. 18).



Contact inferior cu AuGe

Fig. 13. 18. Schema unei diode LED.

Deși puterea unei diode LED de tipul celor trezentate mai sus crește cu 50% cu creșterea temperaturii de la 90 °C la 100 °C temperatura joncțiunii se menține la 60 °C \div 70 °C. Cu ajutorul diodelor LED prezentate mai sus se poate cupla o radiație luminoasă cu puterea de câțiva μ W într-o fibră optică având diametrul de 50 μ m și o apertură numerică de 0,17.

Pentru a transforma diodele emițătoare de lumină în lasere trebuie ca inversia de populație să atingă valoarea de prag, iar pe fețe să fie adăugate oglinzi.

Fabricarea dispozitivelor cu heterojoncțiuni. Există mai multe tehnici de fabricare a dispozitivelor cu heterojoncțiuni: epitaxia în fază lichidă, epitaxia în fază gazoasă, epitaxia prin jet molecular, depunerea chimică a vaporilor organometalici etc.

Epitaxia în fază lichidă (*Liquid Phase Epitaxy*-LPE)) este tehnica cea mai de utilizată și pe baza acesteia au fost realizate primii lasere cu dublă heterostructură. În cazul acestei metode materialul care urmează a fi depus este introdus într-o cuvă (de grafit) cu solvent (de exemplu Ga pentru GaAs/GaAlAs) și apoi într-un cuptor la o temperatură corespunzătoare echilibrului lichid-solid al soluției ($\sim 850^{\circ}$ C).

Scăzând lent și controlat temperatura (~ $0,2^{\circ}$ C/min) prin deplasarea cuvei pe substrat se depune (cristalizează) un strat din materialul solventului a cărei grosime variază între câțiva µm și câțiva zeci de µm, aceasta fiind funcție de variația temperaturii și timpul în care se desfășoară operația. Introducând succesiv substratul în mai multe soluții se poate realiza o structură de tip *sandwich* a păturilor corespunzătoare heterojoncțiunii (fig. 13. 19). Deși această metodă este relativ simplă este destul de dificil controlul asupra reproductibilității în cazul când se depun mai multe straturi pe plăci epitaxiale cu dimensiuni mai mari de câțiva

 cm^2 . De asemenea, automatizarea acestor procese este destul de greu de realizat.



Fig. 13. 19. Reprezentarea schematică a epitaxiei în fază lichidă.

În cazul epitaxiei în fază gazoasă (*Vapor Phase Epitaxy*-VPE) straturile epitaxiale sunt depuse pe substrat în urma reacției cu vapori de halogenuri sau hidruri. Această metodă este utilizată în cazul unor structuri având suprafețele de câțiva zeci de cm². Deși este des utilizată pentru producerea structuriilor de tip GaAsP, GaAs, a tranzistorilor cu efect de câmp, această metodă nu poate fi extină la fabricarea GaAlAs, a heterostructurilor de tip GaAlAs/GaAs și a celor abrupte pentru că în regiunea activă compoziția gazelor nu poate fi schimbată brusc.

Epitaxia prin jet molecular (*Molecular Beam Epitaxy*-MBE) se aplică mai ales compușilor de tipul $A_{III}B_V$ (de exemplu în cazul fabricării laserului cu GaAl/As/GaAs) și constă în evaporarea separată a elementelor în ultravid în vederea obținerii compoziției cerute pentru strat. Prin utilizarea aceastei metode se

pot obține straturi foarte subțiri având grosimi până la câțiva zeci de A.

În cazul depunerii chimice a vaporilor organo-metalici (*Metal-Organic Chemical Vapor Deposition*-MOCVD) se utilizează vapori organometalici de tipul: trietil de galiu, $Ga(C_2H_5)_3$, dietil de zinc $Zn(C_2H_5)_2$ pentru depunerea elementelor din grupa III și a dopanților acestora precum și vapori organometalici de tipul hidrurilor, AsH_3 , PH_3 , H_2S pentru depunerea elementelor din grupa V și a dopanților acestora. Cu ajutorul acestei metode pot fi obținute straturi subțiri pentru majoritatea compușilor de tipul $A_{III}B_V$. În camera de reacție la presiunea atmosferică sau mai mică cu 10 % substratul plasat pe un suport de grafit acoperit cu carbură de calciu este menținut la temperatura de 500° C prin încălzire cu ajutorul unei bobine de inducție de radiofrecvență (fig. 13. 20).



Fig. 13. 20. Reprezentarea schematică a metodei de depunere chimică a vaporilor organo-metalici.

Pentru depunerea compușilor amintiți mai sus se utilizează un curent de hidrogen, rata de depunere fiind de $2 \mu m/h \div 5 \mu m/h$. Cu ajutorul acestei metode

se pot depune straturi de material foarte pur având grosimea de 20 nm sau mai mică.

Modularea direct prin curent a laserelor cu semiconductori. Una dintre cele mai importante aplicații ale laserelor cu semiconductori este ca sursă optică în telecomunicațiile optice. Modularea semnalului laser cu viteză mare în vederea obținerii unor rate de informații ridicate este de mare importanță tehnologică și se poate realiza prin variația curentului de alimentare care produce variația puterii emise aproape instantaneu. Astfel, fasciculul de ieșire poate fi modulat în amplitudine până la frecvențe de ordinul sutelor de MHz.

Lasere cu semiconductori multimodali și monomodali. Laserele cu semicondictori oscilează în cele mai multe cazuri multimodal (fig. 13. 21 a) pentru că odată cu creșterea curentului de injecție (pompajului) electronii, (care în mod natural fiind descriși de statistica Fermi-Dirac nu pot ocupa mai mult decât o stare proprie) încep să ocupe și stările adiționale determinând lărgirea spectrului radiației de recombinare (fig. 13. 21 b)și posibilitatea oscilației multimodale.

Mecanismele care determină variația câștigului unui mod în prezența altor moduri sunt depopularea selectivă a nivelelor energetice și oscilația populațiilor [13.2], [13.4]. Un câmp electric multimodal poate fi scris sub forma [13.9]:

$$E(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\mathcal{E}(\vec{r},t)e^{-i\omega t} + c.c.$$
(13.31)

unde ω este frecvența purtătoarei centrale, *c.c.* este complex canjugata, iar $\mathcal{E}(\vec{r},t)$ reprezintă amplitudinea complexă care este funcție de vectorul de poziție \vec{r} și variază foarte puțin în timp (aproximația anvelopei lent variabile).



Fig. 13. 21 a), b). Reprezentarea oscilației multimodale (a)) și a spectrului radiației de recombinare pentru diferite valori ale curentului de injecție, I (b)).

Pentru a descrie operarea multimodală se consideră la început mixarea nesaturată într-un mediu semiconductor neliniar a trei moduri: unul central, (pompaj) cu intensitate arbitrară, $\mathcal{E}_2(\vec{r})$ și două adiacente de mică intensitate,

341

unda semnal $\mathcal{E}_1(\vec{r})$ și unda conjugată $\mathcal{E}_3(\vec{r})$, a căror frecvențe sunt de-o parte și de alta a modului principal (fig. 13. 22).



Fig. 8 22. Reprezentarea interacției nesaturate într-un mediu neliniar dintre o undă intensă cu două unde de mică intensitate.

De asemenea, se consideră că aceste frecvențe sunt suficient de mici astfel încât în urma împrăștierii purtătorilor pe fononii rețelei se menține distribuția de temperatură la valoarea temperaturii purtătorilor de sarcină.

În condițiile amintite mai sus anvelopa câmpului rezultat în urma mixării celor trei unde este de forma:

$$\mathcal{E}(\vec{r},t) = \mathcal{E}_{1}(\vec{r})e^{i(\vec{K}_{1}\vec{r}+\Delta t)} + \mathcal{E}_{2}(\vec{r})U_{2}(\vec{r}) + \mathcal{E}_{3}(\vec{r})e^{i(\vec{K}_{3}\vec{r}-\Delta t)}$$
(13.32)

unde $K = \frac{\omega}{c}$, $U_2(\vec{r}) = \sin(\vec{K}_2 \vec{r})$ în cazul mixării a patru unde, sau

 $U_2(\vec{r}) = e^{i(\vec{K}_2 \vec{r})}$, în cazul mixării a trei unde; iar Δ este frecvența procesului de bătăi dintre undele de pompaj și de semnal.

Sub acțiunea câmpului dat de relația (13.31) î n mediul neliniar se induce polarizația

$$P(\vec{r},t) = \frac{1}{2} \mathcal{P}(\vec{r},t) e^{-i\omega t} + c.c.$$
(13.33)

Anvelopa complexă a polarizației poate fi scrisă sub forma:

$$\mathcal{P}(\vec{r},t) = \mathcal{P}_1(\vec{r}) e^{i(K_1\vec{r}+\Delta t)} + \mathcal{P}_2(\vec{r}) U_2(\vec{r}) + \mathcal{P}_3(\vec{r}) e^{i(\vec{K}_3\vec{r}-\Delta t)}.$$
 (13.34)

Componentele polarizației \mathcal{P}_m acționează ca niște surse în ecuațiile Maxwell, iar în cazul când amplitudinile câmpului variază lent, rezultă:

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_m}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{i}K}{2\varepsilon}\mathcal{P}_m \tag{13.35}$$

unde ε este permitivitatea mediului, iar z este direcția de propagare a undei semnal.

Este convenabil să se scrie variația lentă a anvelopei polarizației mediului $\mathcal{P}(\vec{r},t)$ funcție de susceptibilitatea mediului sub forma:

$$\mathcal{P}(\vec{r},t) = \varepsilon \chi[N(\vec{r},t)] \mathcal{E}(\vec{r},t).$$
(13.36)

Oscilația populației în cazul undei semnal se poate scrie sub forma:

$$N(\vec{r},t) = N_0 + n_\Delta e^{i\Delta t} + n_{-\Delta} e^{-i\Delta t}$$
(13.37)

unde N_0 este diferența de populație corespunzătoare unei anvelope a câmpului constant ($\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_3 = 0$), n_{Δ} este contribuția la oscilația populației cu frecvența bătăilor $\Delta = \omega_2 - \omega_1$, iar $n_{\Delta} = n_{\Delta}^*$. Oscilațiile populației se datoresc densității neliniare de purtători care este funcție de modul rezultat din superpoziția modurilor, care oscilează cu frecvența corespunzătoare bătăilor.

Întrucât amplitudinile undei semnal \mathcal{E}_1 și undei conjugată \mathcal{E}_3 sunt mici și oscilațiile populațiilor $n_{\pm\Delta}$ care sunt direct proporționale cu aceste amplitudiniși sunt de asemenea mici se poate dezvolta susceptibilitatea $\chi(N)$ în serie Taylor luând numai termenul de ordinul întâi:

$$\chi[N(\vec{r},t)] \approx \chi(N_0) + \frac{\partial \chi(N)}{\partial N} \Big|_{N_0} \Big[n_\Delta e^{i\Delta t} + n_{-\Delta} e^{-i\Delta t} \Big].$$
(13.38)

Considerând că susceptibilitatea modului, $\chi(N_0)$ este cunoscută analitic sau numeric, se poate calcula $\chi[N(\vec{r},t)]$ incluzând componentele undei semnal și undei conjugate prin simpla calculare a componentelor oscilației populației.

Înlocuind expresia pentru câmp (13.31) în ecuația pentru populații (1.47) și pentru polarizație (13.33), rezultă succesiv:

$$\dot{N} = \Lambda - \Gamma(N) + \frac{\left|\mathcal{E}(\vec{r},t)\right|^2}{2\hbar V} \sum_{k} \operatorname{Im}\left(d_k^* \chi_k\right).$$
(13.39)

unde Λ reprezintă pompajul optic, $\Gamma(N)$ corespunde proceselor de relaxare în care sunt incluse atât cele radiative cât și cele neradiative și

$$\mathcal{P}(\vec{r},t) = \mathcal{E}(\vec{r},t) \frac{1}{V} \sum_{k} d_{k}^{*} \chi_{k}(t)$$
(13.40)

unde d_k este componenta k a momentului de dipol.

Ținând seama de relațiile (13.36) și (13.40) se obține expresia susceptibilității

$$\chi(N) = \frac{1}{\varepsilon V} \sum_{k} d_{k}^{*} \chi_{k}(t). \qquad (13.41)$$

Înlocuind relațiile (13.40) și (13.41) în (13.39), rezultă:

$$\dot{N} = \Lambda - \Gamma(N) + \frac{\varepsilon}{2\hbar} \left| \mathcal{E}(\vec{r}, t) \right|^2 \chi''.$$
(13.42)

Introducând ecuațiile (13.32), (13.37) și (13.38) în ecuația (13.40) și păstrând numai termenii proporționali cu $e^{i\Delta t}$ se obține:

$$\left[i\Delta + \Gamma_1' - n\nu \frac{\partial \chi''}{\partial N}\right] n_{\Delta} = \frac{\varepsilon \chi''(N_0)}{\hbar} \left(\xi_1 \xi_2^* + \xi_2 \xi_3^*\right)$$
(13.43)

unde pentru simplificarea scrierii s-au introdus notațiile:

$$\xi_{1} = \mathcal{E}_{1} \exp(i\vec{K}_{1}\vec{r}), \ \xi_{3} = \mathcal{E}_{2}U_{2}(\vec{r}), \ \xi_{3} = \mathcal{E}_{3} \exp(i\vec{K}_{3}\vec{r}).$$
(13.44)

În urma rezolvării ecuației (13.43) se obține componenta n_{-1} a populației oscilante sub forma:

$$n_{\Delta} = \frac{\epsilon \chi''(N_0)}{\hbar} \frac{\xi_1 \xi_2^* + \xi_2 \xi_3^*}{i\Delta + \Gamma_1'}$$
(13.45)

unde Γ_1 este rata de relaxare a puterii. Pentru diferite scheme de pompaj și relaxare, această constantă se modifică corespunzător.

Ținând cont de ecuațiile (13.45), (13.36) și (13.38) se obține în cazul polarizației semnalului expresia:

$$\mathcal{P}_{1}(z) = \varepsilon \chi(N_{0}) \mathcal{E}_{1}(z) + \frac{\varepsilon^{2} \chi''(N_{0})}{\hbar} \frac{\partial \chi(N_{0})}{\partial N_{0}} \frac{\mathcal{E}_{1} |\mathcal{E}_{2}|^{2} + \mathcal{E}_{2}^{2} \mathcal{E}_{3}^{*} e^{2i\Delta Kz}}{i\Delta + \Gamma_{1}'}$$
(13.46)

unde $2\Delta Kz = (2\vec{K}_2 - \vec{K}_1 - \vec{K}_3)\vec{r}$ este dezacordul de fază în cazului mixării a trei unde, iar *z* este direcția de propagare a undei semnal. Introducând ecuația polarizației (13.46), în ecuația Maxwell pentru amplitudini lent variabile (13.35), se obține ecuația de propagare a undei semnal sub forma:

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_1}{\mathrm{d}z} = \alpha_1 \mathcal{E}_1 + \vartheta_1 \mathcal{E}_3^* \mathrm{e}^{2\mathrm{i}\Delta Kz} \tag{13.47}$$

unde

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} i K \chi(N_0) + \vartheta_1 \tag{13.48}$$

este coeficientul complex al câștigului semnalului, iar

$$\vartheta_{1} = \frac{iK\epsilon\chi''(N_{0})}{2\hbar} \frac{\partial\chi(N_{0})}{\partial N_{0}} \frac{\mathcal{E}_{2}^{2}}{i\Delta + \Gamma_{1}'}$$
(13.49)

este coeficientul de cuplaj al undei conjugate. Analog se poate obține ecuația de propagare a undei conjugate (înlocuind Δ cu $-\Delta$) sub forma:

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_{3}}{\mathrm{d}z} = \alpha_{3}^{*}\mathcal{E}_{1} + \vartheta_{3}^{*}\mathcal{E}_{1}\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\Delta Kz}.$$
(13.50)

Modul de variație a părții reale a coeficientului de câștig, dat de formula (13.48) funcție de dezacordul dintre energia corespunzătoare modului de pompaj și energia benzii interzise pentru diferite valori ale frecvenței Rabi, $v_R = \frac{d}{\hbar} \sqrt{\frac{2I}{c\epsilon_0}}$

(frecvența cu care oscilează momentul de dipol, d) este prezentat în fig. 13. 23.



Fig. 13. 23. Variația părții reale a coeficientului de câștig funcție de dezacord pentru diferite valori ale frecvenței Rabi: $v_{R_1} = 0,2 \text{ meV}$, $v_{R_2} = 0,45 \text{ meV}$,

$$v_{R_2} = 0,7 \text{ meV}$$

Î n cazul când laserul operează pe mai multe moduri (m) relațiile (13.32)-(13.34) pot fi generalizate sub forma:

$$\mathcal{E}(z,t) = \frac{1}{2} \sum_{m} \mathcal{E}_{m}(t) \mathrm{e}^{\mathrm{i}(K_{m}z - \omega_{m}t)} + c.c.$$
(13.51)

$$\mathcal{P}(z,t) = \frac{1}{2} \sum_{m} \mathcal{P}_m(t) \mathrm{e}^{\mathrm{i}(K_m z - \omega_m t)} + c.c.$$
(13.52)

unde z reprezintă direcția de propagare.

Procedând ca mai sus (în cazul mixării a trei unde) în cazul operării laserului pe m moduri, se pot obține ecuațiile de mișcare pentru amplitudinile câmpurilor și respectiv frecvențelor sub forma:

$$\frac{d\mathcal{E}_{m}}{dt} = -\frac{\omega \mathcal{E}_{m}}{2Q_{m}} + \sum_{\mu} \operatorname{Re}\left(\alpha_{m\mu} e^{i\psi_{m\mu}}\right) \mathcal{E}_{\mu} - \frac{1}{2Q_{m}} \operatorname{Im}\left(\vartheta_{m\mu\rho\sigma} e^{i\psi_{m\mu\rho\sigma}}\right) \mathcal{E}_{\mu} \mathcal{E}_{\rho} \mathcal{E}_{\sigma}, \qquad (13.53)$$

$$-\sum_{\mu} \operatorname{Im}\left(\vartheta_{m\mu\rho\sigma} e^{i\psi_{m\mu}}\right) \frac{\mathcal{E}_{\mu}}{\mathcal{E}_{m}} - \frac{1}{2Q_{m}} \operatorname{Im}\left(\alpha_{m\mu} e^{i\psi_{m\mu}}\right) \frac{\mathcal{E}_{\mu}}{\mathcal{E}_{m}} - \frac{1}{2Q_{m}} \operatorname{Re}\left(\vartheta_{m\mu\rho\sigma} e^{i\psi_{m\mu\rho\sigma}}\right) \frac{\mathcal{E}_{\mu} \mathcal{E}_{\rho} \mathcal{E}_{\sigma}}{\mathcal{E}_{m}} \qquad (13.54)$$

unde

$$\alpha_{m\mu} = \frac{1}{2} i\omega \chi(N_0) S_{m\mu} \tag{13.55}$$

este coeficientul complex de câștig liniar,

$$\vartheta_{m\mu\rho\sigma} = \frac{1}{2} \omega \chi^{(3)}(N_0) \mathcal{F}(\omega_{\rho} - \omega_{\sigma}) S_{m\mu\rho\sigma}$$
(13.56)

sunt coeficienții complecși de cuplaj de ordinul trei, termenul $\frac{\omega \mathcal{E}_m}{2Q_m}$ corespunde

pierderilor din cavitate, iar Ω_m reprezintă frecvențele cavității. În relațiile (13.55) și (13.56) în cazul unui laser cu cavitate de lungime L formată din două oglinzi

$$S_{m\mu} = \frac{2}{L} \int_{0}^{L} \sin K_{m} z \sin K_{\mu} z dz, \qquad (13.57)$$

$$S_{m\mu\rho\sigma} = \frac{2}{L} \int_{0}^{L} \left[\cos(K_m - K_\mu) z - \cos(K_m + K_\mu) \right] \left[\cos(K_\rho - K_\sigma) z - \cos(K_\rho + K_\sigma) \right] dz \quad (13.58)$$

sunt factorii spațiali ai modurilor,

$$\mathcal{F}(\omega_{\rho} - \omega_{\sigma}) = \frac{\Gamma_{1}}{\Gamma_{1} - i(\omega_{\rho} - \omega_{\sigma})}, \qquad (13.59)$$

reprezintă funcția complexă de tip Lorentz,

$$\Psi_{m\mu\rho\sigma} = \phi_m(t) - \phi_\mu(t) + (\omega_m - \omega_\mu)t$$
(13.60)

$$\Psi_{m\mu\rho\sigma} = \phi_m(t) - \phi_\mu(t) + \phi_\rho(t) - \phi_\sigma(t) + (\omega_m - \omega_\mu + \omega_\rho - \omega_\sigma)t \quad (13.61)$$

sunt unghiurile relative de fază, iar $\chi^{(3)}(N_0)$ reprezintă susceptibilitatea neliniară de ordinul trei (cap. 1).

Pentru rezolvarea ecuațiilor (13.53) și (13.54) se folosesc în general metode numerice pentru fiecare structură în parte. În figura 13. 24 este prezentat spectrul multimodal al emisiei laser corespunzător heterostructurii cu gropi cuantice de tip InGaAs/GaAs/AlGaAs pentru opt valori ale curentului de injecție, cel corespunzător pragului fiind ~16 mA.

În cazul unei cavități de lungime L care conține un mediu activ cu indicele de refracție n distanța dintre două moduri adiacente, $\Delta\lambda$ poate fi calculată diferențiind relația $L = m \frac{\lambda}{2n}$, din care rezultă:

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\lambda} = -\frac{2L}{\lambda^2} + \frac{2L}{\lambda} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda},\tag{13.62}$$

astfel că în cazul când m este foarte mare

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2nL\left[1 - \left(\frac{\lambda}{n}\right)\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right]}.$$
(13.63)

In cazul operării monomodale ecuația (13.53) devine

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_m}{\mathrm{d}t} = \left(g_m - \frac{\omega}{2Q_m} - \beta_m I_m\right) \mathcal{E}_m, \qquad (13.64)$$

unde

$$g_m = \operatorname{Re}(\alpha_{mm}) = -\frac{1}{2}\omega\chi''(N_0)$$
(13.65)

reprezintă coeficientul de câștig modal,
$$\gamma \Gamma_1 \qquad \epsilon \hbar \gamma \ \partial \gamma''(N_0)$$

$$\beta_m = \operatorname{Im}(9_{mmmm}) \frac{\gamma I_1}{|d|^2} = -g_m \frac{\epsilon h \gamma}{2|d|^2} \frac{\partial \chi (N_0)}{\partial N_0} \quad \text{este} \quad \text{coeficientul}$$

corespunzător autosaturării, $I_m = \frac{|d_k E_m|^2}{\hbar^2 \gamma \Gamma_1}$ este intensitatea, iar k ia valoarea corespunzătoare frecvenței la care operează laserul.



Fig. 13. 24. Spectrul de emisie al heterostructurii de tip InGaAs/InGaAsP pentru opt valori ale curentului de injecție, curentul corespunzător pragului ~16 mA.

În stare staționară din ecuația (13.64) se poate calcula intensitatea modului sub forma:

$$I_m = \frac{g_m - \frac{\omega}{2Q_m}}{\beta_m} = \frac{\omega}{2Q_m \beta_m} (\mathcal{N}_m - 1), \qquad (13.66)$$

unde

$$\mathcal{N}_m = \frac{2g_m Q_m}{\omega} \tag{13.67}$$

reprezintă excitația relativă.

În telecomunicațiile optice este necesar ca numărul de moduri să fie limitat, adesea la un mod. Operarea monomodală stabilă se poate face utilizând: cavități cuplate, reacția selectivă a frecvenței, injecția blocată și geometria controlată a cavității. Cuplajul cavităților se poate realiza în mai multe feluri: cavitate cuplată tăiată, cavitate cu oglindă externă, cavitate cuplată cu șanț și prin interferență în etalon integrat. Selecția lungimii de undă într-un laser cu cavitate cuplată se poate face pe lângă controlul asupra curentului și temperaturii prin: rețea externă, reflector Bragg distribuit și reacție distribuită.

13.1.5. Laserul cu He-Ne

Primul laser cu funcționare în regim de undă continuă, laserul cu He-Ne, a fost realizat în anul 1961 de către A. Javan și colaboratorii, acesta fiind totodată și primul laser cu gaz din lume. În anul 1962, a fost construit primul laser cu He-Ne și în țara noastră, România numărându-se printre primele țări din lume care dețineau astfel de dispozitive.

Cele mai importante linii spectrale pe care funcționează laserul cu He-Ne sunt cele ale neonului având λ =0,6328 μ m, 1,15 μ m și 3,39 μ m, numărul tranzițiilor laser cunoscute ale neonului fiind mult mai mare.

Schema simplificată a nivelelor energetice implicate în aceste tranziții este prezentată în fig. 13. 25.



Fig. 13. 25. Diagrama nivelelor energetice ale unui laserului cu He-Ne.

Întrucât între nivelele energetice $2^3 S_1$ și $2^3 S_0$ ale heliului și respectiv nivelele 2 s și 3 s ale neonului există o bună coincidență este posibilă efectuarea unui transfer rezonant de excitație (în urma unor ciocniri atom-atom, de speța a doua) între nivelele corespunzătoare ale heliului (metastabile), care sunt excitate direct prin ciocniri electron-atom (de speța întâi) din starea fundamentală și nivelele specificate mai sus ale neonului, deterninând inversii de populație între stările 2s - 2p, 3s - 2p și 3s - 3p ale neonului și emisii laser prin tranziții stimulate din aceste stări. De exemplu, starea metastabilă a heliului $2^3 S_1$, are un timp de viață $\tau = 100 \ \mu s \div 200 \ \mu s$, în timp ce pentru nivelul laser superior 2s, timpul de viață este $\tau = 100$ ns, iar pentru nivelul laser inferior, $\tau \cong 10$ ns ÷ 20 ns.

Pe lângă transferul rezonant de excitație care constituie mecanismul principal în realizarea inversiei de populație, excitarea nivelelor laser superioare ale neonului se poate face și direct prin ciocniri electronice.

Linia laser corespunzătoare lungimii de undă λ =1,152 µm este cea mai puternică din cele 30 de tranziții 2s - 2p permise în neon in domeniul 0,88 µm÷1,71 µm.

În cazul tranzițiilor între nivelele 3s - 2p, pot apare 9 linii diferite situate între 0,5433 μ m și 0,7305 μ m, în timp ce pentru tranzițiile între nivelele 3s - 3p sunt cunoscute 12 linii situate între 2,78 μ m și 3,98 μ m.

Din punct de vedere constructiv, laserul cu He-Ne este realizat sub forma unui tub din sticlă pyrex umplut cu un amestec de heliu și neon aflate in raportul He:Ne= $(7\div10)$:1, la o presiune totală de câțiva torri.

Tubul laser are încorporați doi electrozi, un anod din nichel și un catod din aluminiu, trecerile prin sticlă fiind făcute cu ajutorul unor bare de wolfram. Un astfel de tub de descărcare are lungimea cuprinsă între 0,1 m și 2 m și diametrul cuprins între 0,8 cm \div 1,4 cm, extremitățile fiind prevăzute cu ferestre din cuarț optic, lipite la unghi Brewster (fig. 13. 26).



Fig. 13. 26. Laserul cu He-Ne.

Pompajul unui astfel de laser se face cu ajutorul unei descărcări în curent continuu care produce electroni și ioni liberi în gaz, tensiunea de alimentare fiind de ordinul a 2 kV÷3 kV, iar curentul descărcării fiind de ordinul a 5 mA÷10 mA.

Electronii liberi ciocnesc atomii de heliu pe care-i excită pe nivelele metastabile, $2^{3}S_{1}$ și $2^{3}S_{0}$, popularea nivelelor 3s și 2s ale Ne făcându-se preponderent după cum s-a arătat mai sus prin transfer rezonant de excitație. De asemenea, excitarea laserelor cu He-Ne se poate face și în radiofrecvență.

Rezonatorul optic pentru laserul cu He-Ne este realizat cu ajutorul a două oglinzi, situate axial la capetele tubului laser, reflectivitatea ridicată a acestor oglinzi (99 %) asigurând un câștig ridicat al cavității optice al cărei cuplaj cu exteriorul se face prin una sau ambele oblinzi sub forma fasciculului transmis. Pentru ca laserul să oscileze pe una dintre liniile prezentate mai sus, se utilizează cavități rezonante selective pentru diferite domenii spectrale.

Laserele cu He-Ne emit puteri cuprinse între 0,5 mW÷50 mW, limitarea acestor puteri datorându-se diferitelor procese care determină saturarea inversiei de populație și deci a puterii emise stimulat cu creșterea curentului de descărcare. Cele mai importante procese care determină lărgirea liniei laser sunt: lărgirea naturală (\cong 20 Mz), lărgirea Doppler (\cong 2 GHz) și lărgirea colizională (0,7 MHz la 0,5 torr).

Parametrii tipici care caracterizează laserul cu He-Ne sunt următorii: $\omega \approx 3.10^{15}$ rad/s, $\Delta \omega_c \approx 5.10^9$ rad/s, $\tau_c \approx 10^{-7}$ s.

13.1.6. Laserul cu CO₂

Laserul cu CO_2 a fost fabricat pentru prima dată în anul 1964 de către C. N. Patel utilizând o descărcare în CO_2 pur. Radiația laser rezultă în urma tranzițiilor de vibrație-rotație suferite de molecula de CO_2 între stările $00^{\circ}1 \rightarrow (10^{\circ}0, 02^{\circ}0)_{I}$ ($\lambda = 10,6 \,\mu\text{m}$) și $00^{\circ}1 \rightarrow (10^{\circ}0, 02^{\circ}0)_{II}$ ($\lambda = 9,4 \,\mu\text{m}$) (fig. 4. 4).

O îmbunățățire a funcționării acestui tip de laser s-a obținut prin introducerea de gaze aditive: N_2 și He aflate de regulă în proporția $CO_2: N_2: He = 1:1:6$, presiunea totală a amestecului din cavitate fiind de 40 torr. Gazele aditive joacă un rol foarte important în procesele de excitaredezexcitare.

Excitarea nivelului laser superior din banda $00^{\circ}1$ se poate face atât direct în urma ciocnirilor electronice de tipul:

$$\operatorname{CO}_2(00^{\circ}0) + e^- \to \operatorname{CO}_2(00^{\circ}1) + e^-$$
 (13.68)

cât și prin transfer rezonant de excitație între $N_2(v=1)$ și $CO_2(00^{\circ}0)$:

$$CO_2(00^{\circ}0) + N_2(v=1) \rightarrow CO_2(00^{\circ}1) + N_2(v=0) - 18 \text{ cm}^{-1}$$
, (13.69)
care este procesul dominant în laserele cu descărcare în CO_2 . Excitarea
vibrațională a moleculelor de N_2 se face toto prin ciocniri electronice. Oxidul de

carbon rezultat în urma descărcării electrice joacă același rol pe care îl joacă azotul în excitarea nivelului laser superior.

Un rol important în producerea inversiei de populație îl joacă procesele de relaxare vibrațională, pentru funcționarea eficientă a laserului trebuind ca timpul de viață al nivelului laser superior să fie mult mai mare decât cel colizional, iar acesta să fie mult mai mare decât cel corespunzător nivelului laser inferior. He joacă un rol determinant atât în mărirea eficienței de conversie a proceselor de relaxare pe nivelului laser inferior rezultate în urma ciocnirilor de tipul CO_2 - He în comparație cu cele de tipul CO_2 - CO_2 sau CO_2 - N_2 , cât și în mărirea ratei de excitare a moleculelor de CO_2 pe nivelul laser superior $00^{\circ}1$. Atât gazele aditive cât și cele rezultate în urma procesului de descărcare (CO, O_2, H_2O) produc modificare parametrilor plasmei laser, a compoziției și temperatura acesteia. Din punct de vedere constructiv există mai multe tipuri de lasere cu CO_2 : lasere cu curgere de gaz longitudinală, lasere cu excitare prin procese gaz-dinamice, lasere cu excitare transversală, lasere pompați optic, lasere pompați prin reacții chimice etc.

În cazul laserului cu curgere de gaz longitudinală (fig. 13. 27) amestecul de CO_2 , N_2 , He circulă cu viteză redusă printr-un tub de sticlă (pyrex) cu diametrul de câțiva cm, răcit cu apă care curge printr-un alt tub de sticlă dispus coaxial cu cel de descărcare.



Fig. 13. 27. Reprezentarea schematică a laserului cu CO₂ cu curgere de gaz longitudinală.

Amestecul de gaze din tubul de descărcare este excitat în curent continuu sau alternativ, $(25 \text{ mA} \div 150 \text{ mA})$, prin intermediul a doi electrozi, tensiunea fiind de $10 \text{ kV} \div 15 \text{ kV}$, iar puterea radiației laser la ieșire de $\sim 150 \text{ W}$.

13.1.7. Alte tipuri de lasere cu electroni legați

Lasere ionice. În anul 1964 a fost fabricat primul laser ionic cu Hg II, la realizarea inversiei de populație participând atomi simplu sau multiplu ionizați.

Apoi, efectul laser în medii active formate din ioni a mai fost obținut și pentru alte elemente (32) care emit peste 400 linii spectrale, cele mai dezvoltate fiind laserele cu gaze nobile, dintre care reprezentativ este laserul cu argon ionizat (Ar II).

Primul laser cu Ar II a fost fabricat în anul 1965. Pompajul pe nivelele excitate se face prin ciocniri electronice în care sunt favorizate tranzițiile $p \rightarrow p$ fată de cele $p \rightarrow s$, iar radiația laser rezultă în urma tranzițiilor $p \rightarrow s$, care sunt favorizate de regulile de selecție din mecanica cuantică față de cele $p \rightarrow p$ (fig. 13. 28). Astfel, în regimul de functionare în undă continuă se obtine efect laser simultan pentru 11 linii spectrale cu lungimea de undă cuprinsă între

4545 A \div 10923 A, cele mai intense având $\lambda = 4880$ A și $\lambda = 5145$ A.



Fig. 13. 213. Diagrama nivelelor energetice în cazul laserului cu Ar II.

Puterile emise de laserele cu Ar II sunt de 300 W în vizibil si 30 W în U V pentru puteri ale surselor electrice de excitare de ordinul sutelor de kW. Din punct de vedere constructiv un laser cu Ar II este format dintr-un tub de descărcare (sticlă, cuarț, ceramică) răcit cu apă, cu diametrul cuprins între 5 ÷ 12 mm, care trebuie să reziste la curenți de excitare mari (25 A \div 400 A), presiunea gazului fiind de câteva sute de torr.

Alte lasere ionice mai importante sunt cele cu: Kr II care emite 15 linii spectrale în vizibil și I R (cea mai intensă având $\lambda = 4696$ Å). Xe II care emite 5 linii spectrale în vizibil (cea mai intensă având $\lambda = 5315$ A), cu Ne II, Ar III, Ar IV etc.

Lasere cu vapori metalici. Primul laser cu vapori metalici (cesiu) a fost fabricat în anul 1962. Această realizare a fost urmată de obținerea efectului laser și in medii active care conțin vapori de Cu, Cd, Se, Zn, Tl, Sn, Pb pe un domeniu spectral larg din Uv până în IR.

Cel mai cunoscut laser cu vapori metalici este cel cu He-Cd care poate functiona în regim continuu pe lungimile de undă $\lambda = 441.6$ nm, $\lambda = 448.2$ nm, λ =502,6 nm sau în impulsuri în care pe lângă liniile de mai sus s-a mai obținut efectul laser și pentru λ =533,7 nm, λ =533,8 nm și λ =839 nm.

Rolul atolilor de He în tubul de descărcare este de a stabiliza descărcarea și de a contribui la excitarea ionilor de Cd II pentru crearea inversiei de populație prin procese nerezonante de tip Penning:

$$\operatorname{He}^{*} + \operatorname{Cd} \to \operatorname{He}^{+}(\operatorname{Cd})^{*} + e^{-}$$
(13.70)

sau prin ciocniri cu transfer de sarcină.

Același rol pe care îl joacă atomii de He mai poate fi jucat și de atomii de Ne, Ag, Xe. Oscilațiile laserului cu He-Cd pe diferite linii se realizează în coloana pozitivă în cazul laserului cu cataforeză sau în regiunea luminii negative în cazul laserelor cu catod cavitar, mecanismele de excitare fiind în esență de același tip.

Vaporii metalici se pot obține fie prin încălzirea Cd (la peste 250° C, presiunea fiind de câțiva torr), fie prin disocierea diferiților compuși chimici (de exemplu CdI₂), fie prin pulverizarea catodului metalic. Puterea acestui tip de laser este de câteva sute de mW pentru un curent de descărcare de ~100 mA.

Lasere chimice. În cazul laserelor chimice inversia de populație se produce în urma unei reacții chimice elementare. Liniile emise de laserele chimice rezultă în urma unei tranziții vibrațional-rotațională într-o moleculă (fig. 13. 29), rezultând o gamă largă de lungimi de undă cuprinsă între $2 \,\mu m \div 126,5 \,\mu m$.

Printre laserele chimice cele mai utilizate se numără cel cu $H_2 - F_2$, molecula activă fiind HF. Reactiile chimice care au loc sunt de tipul:

$\mathbf{F} + \mathbf{H}_2 \to \mathbf{H}\mathbf{F}^* + \mathbf{H},$	(13.71)
$H + F_2 \rightarrow HF^* + F.$	(13.72)



Fig. 13. 29. Reprezentarea schematică a nivelelor de vibrație-rotație a unui laser chimic.

Un laser chimic trebuie să conțină un sistem pentru amestecarea gazelor care reacționează, o tehnică de inițiere a reacției fie înainte fie după amestecare, o cavitate laser în care moleculele excitate suferă emisia stimulată și un sistem de evacuare a gazelor expandate în cavitatea laser.

Inițierea reacției se poate face prin următoarele metode:

- fotoliză UV $(h\nu + F_2 \rightarrow 2F)$,
- electrică $(e + F_2 \rightarrow e + 2F)$,
- termică $(c\bar{a}ldur\bar{a} + F_2 \rightarrow 2F)$ și
- chimică $(NO + F_2 \rightarrow NOF + F)$.

Printre alte lasere chimice fabricate până în prezent care au o eficiență de conversie bună se numără: laserul cu HF - DF (rotațional pur), laserul cu $HN_3 - O_2$, laserul cu OH etc. Laserele chimice pot să funcționeze atât în regim continuu (de exemplu laserul cu $H_2 + SF_6$ cu puterea de ieșire 4.500 W) cât și pulsatoriu (de exemplu laserul cu XeF_4 cu energia la ieșire 10 J/puls).

Lasere vibronice. Laserele vibronice sunt lasere moleculare în care pentru obținerea radiației laser se utilizează tranzițiile dintre stările vibronice. Laserul cu N₂ oscilează la lungimea de undă $\lambda = 337 \text{ nm}$ (UV), cea mai intensă, care corespunde tranziției între nivelele vibraționale cele mai joase ale stării excitate $C^3 \Pi_u$ (starea C), pentru care timpul de viață (radiativ) este 40 ns și $B^3 \Pi_g$ (starea B) al cărui timp de viață este de 0,01 ms, schema nivelelor energetice fiind prezentată în fig. 13. 30.



Fig. 13. 30. Schema nivelelor energetcie a laserului cu N_2 .

Excitarea moleculelor de N_2 din starea X^1 pe starea C se realizează cu o probabilitate mai mare decât pe starea B și rezultă în urma ciocnirii acestora cu

electronii liberi. În cazul laserului cu N_2 s-au obținut puteri de vârf de ~1 MW având durata de 10 ns, iar rata de repetiție de 100 Hz.

Laserele cu excimeri fac parte tot din categoria laserelor moleculare în care sunt utilizate tranzițiile vibronice pentru obținerea efectului laser. Pentru a explica funcționarea unui laser cu excimeri se consideră cazul unei molecule diatomice de tip M_2 pentru care curbele de energie potențială în starea fundamentală, (de respingere) și respectiv excitată, (care prezintă un minim), sunt prezentate în figura 13. 31. În stare fundamentală molecula nu poate exista, fiind stabile numai speciile M^* în forma de monomer și M în stare fundamentală. Întrucât în stare excitată curba de energie potențială prezintă un minim, molecula M_2 poate exista, speciile

M existând sub forma de dimer M_2 în stare excitată, M_2^* , care se numește *excimer* (denumirea rezultând în urma contracției cuvintelor *excited dimer*).



Fig. 13. 31. Curbele de energie potențială corespunzătoare laserului cu excimeri.

Printre laserele cu excimeri cele mai utilizate se numără cele cu: Xe_2^* care emite pe lungimea de undă $\lambda = 173$ nm care este și acordabilă într-o bandă de 5 nm, ArF care emite pe lungimea de undă $\lambda = 193$ nm, KrF care emite pe lungimea de undă $\lambda = 248$ nm etc. Puterea medie laserelor cu excimeri este de 1 W ÷ 2 W In UV, rata de repetiție de 10 Hz, iar puterea de vârf de 10 MW ÷ 15 MW.

Comportament analog excimerilor se întâlneșt și la unii complecși moleculari, molecula numindu-se *exciplex*, denumire provenită de la contracția cuvintelor *excited complex*.

Lasere în domeniul radiațiilor X. În cazul laserelor cu electroni legați care emit în domeniul radiațiilor X, care ar trebui să se numească *xaseri* (*X Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) se utilizează pentru obținerea efectului laser tranzițiile electronilor de pe nivelele interioare atomice.

Pentru funcționarea xaserului trebuie îndeplinite câteva condiții care sunt dificil de obținut, cum ar fi de exemplu: realizarea condiției de prag pentru amplificarea emisiei spontane, (unei densități de inversie corespunzându-i o anumită lungime critică), fabricarea mediilor active cu anumite caracteristici optice, dependența câștigului de lungimea de undă, realizarea condițiilor pentru operarea în regim continuu care depinde de timpul de viață foarte scurt a nivelului laser superior, acesta fiind de $\sim 10^{-15}$ s pentru energii de 1 keV etc.

excitat 3p, radiația xaser $\left(\lambda \approx 200 \text{ A}^{\circ}\right)$ rezultând în urma tranziției pe nivelul

excitat 3s, nivelul 2p fiind cel fundamental (fig. 13. 32).



Fig. 13. 32. Diagrama nivelelor energetice în cazul xaserului cu ioni neonoizi.

Întrucât pe baza modelelor teoretice elaborate probabilitățile de tranziție, P respectă condițiile $P_1 > P_2$ și $P_1 > P_3$ este posibilă realizarea inversiei de populație sub formă continuă.

Dacă intensitatea radiației crește exponențial $(I = I_0 \exp[\alpha(\lambda)]x$ cu $\alpha(\lambda) > 0$) în mediul activ predomină emisia stimulată, iar în caz contrar predomină cea spontană. Pentru a se trece efectiv de la amplificare la emisie laser în domeniul radiațiilor X este necesar un câștig de aproximativ $10 \div 15$. Realizarea acestei condiții s-ar putea face fie prin mărirea lungimii coloanei de plasmă până la 10 cm (puterea xaserului crescând în aceleași proporții) fie prin fabricarea unor cavități cu oglinzi interferențiale care să aibă factorul de reflexie de $10\% \div 20\%$.

Utilizând un laser cu puterea de vârf de 10^{12} W s-a obținut o amplificare $(\alpha \approx 2 \text{ cm}^{-1})$ a radiației X emise de ionii litiuminoizi la lungimea de undă $\lambda = 105 \text{ A}^{\circ}$.

Pentru obținerea puterii de pompaj foarte mare necesară obținerii inversiei de populație în cazul emisiei în domeniul radiațiilor X și γ au fost propusă

utilizarea energiei exploziilor nucleare rezultate fie în urma reacțiilor de fisiune fie în urma celor de fuziune.

13.2. Lasere cu electroni liberi

13.2.1. Principiul de funcționare

În cazul *laserelor cu electroni liberi (Free Electron Laser* (FEL)) este transformată energia cinetică a electronilor liberi în radiație electromagnetică. Primul laser cu electroni liberi a fost fabricat în anul 1976 de către J. M. J. Madey. Principiul de funcționare a laserelor cu electroni liberi se bazează pe confinarea într-o cavitate optică a radiației emisă de către un fascicul de electroni relativiști când aceștia sunt frânați într-un câmp magnetic transversal și periodic spațial (fig. 13. 33).



Fig. 13. 33. Reprezentarea schematică a laserului cu electroni liberi.

Lumina rezultă în urma interacției dintre: fasciculul de electroni, unda electromagnetică progresivă prin cavitatea laser care se propagă în aceeași direcție cu fasciculul de electroni și câmpul magnetic periodic spațial produs de un ansamblu de magneți (*wiggler*). Într-un astfel de laser electronii relativiști emit radiație coerentă ca și cum s-ar afla într-unul convențional, însă în cazul de față aceștia călătoresc într-un fascicul prin vid în loc să rămână legați de atom. Câmpul magnetic periodic spațial acționează asupra electronilor care dobândesc o energie superioară undelor electromagnetice.

Asupra unui electron care traversează câmpul magnetic transversal, constant și periodic spațial acționează o forță transversală care îi imprimă o viteză transversală. Interacția dintre electroni care au dobândit o viteză transversală și câmpul magnetic al undei electromagnetice induce o forță perpendiculară pe ambele, în direcția axială, forța ponderomotoare. Electronul care se mișcă mai repede decât unda ponderomotoare se propagă în sens contrar direcției forței ponderomotoare și este încetinit cedând energia undei. Mărimea amplificării depinde de viteza electronului, viteza undei ponderomotoare și de intensitatea interacției dintre electron și undă. În anumite condiții energia electronilor produce o amplificare mare a undelor care sunt emise de laser.

Într-un astfel de *amplificator de lumină* fasciculul luminos (provenit de exemplu de la un laser cu CO_2 , oscilatorul pilot) este injectat la intrarea în

dispozitiv. Alimentarea amplificatorului se face cu un tun de electroni având energia de ~1 MeV. Interacția dintre fasciculul laser incident și radiația creată de electronii accelerați sau decelerați produce un transfer de energie de la fasciculul de lelctroni la fasciculul de fotoni care conduce la amplificarea luminii.

În cazul când regiunea de interacție face parte dintr-o cavitate optică rezonantă dispozitivul funcționează ca *oscilator* (fig. 13. 34).



Fig. 13. 34. Reprezentarea schematică a oscilatorului laser cu electroni liberi.

Toate laserele cu electroni liberi pot emite radiații electromagnetice cu lungimile de undă din UV până în domeniul microundelor.

13.2.3. Câștigul optic în laserele cu electroni liberi

Pentru a analiza câștigul în laserele cu electroni liberi se consideră că mișcarea electronului cu masa de repaus m_0 are loc cu viteza

$$\vec{v} = \frac{\vec{v}}{c}c = \vec{\beta}c \tag{13.73}$$

într-un câmp magnetic transversal alternativ spațial cu perioada λ_0 (fig. 13. 33) de forma:

$$B_y = B_0 \sin k_{0z}, B_x = B_z = 0.$$
(13.74)

Electronul relativist având energia

$$E_e = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} = \gamma m_0 c^2 \tag{13.75}$$

interacționează cu o undă electromagnetică progresivă cu lungimea de undă λ ale cărei câmpuri sunt $\vec{E}(z,t)$ și $\vec{B}(z,t)$, mișcarea acestuia fiind descrisă de ecuațiile Lorentz:

$$\frac{\mathrm{d}(\gamma\vec{\beta})}{\mathrm{d}t} = -\frac{e}{m_0 c} \left(\vec{E} + c\vec{\beta} \times \vec{B}\right),\tag{13.76}$$

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = -\frac{e}{m_0 c} \vec{\beta} \cdot \vec{E} \,. \tag{13.77}$$

Un electron având energia dată de relația (13.75) poate schimba energie cu un câmp electromagnetic descris de vectorul $\vec{E}(z,t)$ dacă viteza \vec{v} a electronului are o componentă nenulă, v_z de-a lungul lui $\vec{E}(z,t)$, z fiind direcția de propagare. Întrucât $v_z < c$ electronul alunecă în urma undei și semnul produsului $\vec{\beta} \cdot \vec{E}$ se schimbă. Acest fapt se produce întâmplător la fiecare $\frac{\lambda}{c - v_{\tau}}$ secunde, iar schimbul net de energie dintre electron și undă este aproximativ zero. Se poate evita acest fapt forțând electronul să-și schimbe viteza transversală la fiecare

 $\frac{\lambda}{c-v_z}$ secunde, adică la fiecare distanță $\frac{\lambda v_z}{c-v_z}$ să aibă o mișcare în același sens

la traversarea câmpului, pentru aceasta utilizându-se un câmp magnetic transversal alternativ spațial cu o perioadă:

$$\lambda_0 = \lambda \frac{v_z}{c - v_z} = \lambda \frac{\beta_z}{c - \beta_z}.$$
(13.78)

Relația (13.78) reprezintă condiția de rezonanță. Considerând un câmp electric din domeniul optic de forma

$$\vec{E}_x(z,t) = \vec{u}_x E \cos(kz - \omega t + \Phi), \qquad (13.79)$$

și ținând seama de relația (13.77) pe baza modelelor electrodinamice elaborate [13.1], [13.10] se poate calcula variația puterii electromagnetice în timpul un tranzit prin câmpul magnetic, $\tau = L/v_0$, L fiind lungimea de interacție, sub forma:

$$\Delta P = 4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{I}{e}\right) m_0 c^2 \left< \Delta\gamma \right>_{\Phi}$$
(13.80)

unde *I* este media curentului fasciculului, iar

$$\left\langle \Delta \gamma \right\rangle_{\Phi} = \int_{0}^{\tau} \left\langle \frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} \right\rangle \mathrm{d}t = \frac{\omega}{\gamma c^{2}} \left(\frac{e^{2} E B_{0} \lambda_{0}}{4\pi \Omega m_{0}^{2} c^{2} \gamma^{2}} \right) \left[1 + \left(\frac{e B_{0} \lambda_{0}}{2\pi m_{0} c^{2}} \right)^{2} \right] \times .$$
(13.81)

$$\times [2(1 - \cos\Omega\tau) - \Omega\tau\sin\Omega\tau]$$

În relația (13.81) mărimea

$$\Omega = \omega_0 - \omega(1 - \beta_z)$$
(13.82)

unde $\omega_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} v_0 = k_0 v_0$, iar $v_0 = \beta_z c$, reprezintă frecvența cu care produsul

 $\vec{\beta} \cdot \vec{E}$ corespunzător electronului în mișcare își schimbă semnul.

Ținând seama de formula puterii electromagnetice $P = \varepsilon_0 c E^2 A$, unde A este aria suprafeței se poate calcula raportul

$$\frac{\Delta P}{P} = 4\pi\varepsilon_0 I \frac{e^3 B_0^2 \lambda_0}{\gamma^3 m_0^3 c^4 A} \tau^2 \left[\frac{2(1 - \cos\Omega\tau) - \Omega\tau\sin\Omega\tau}{(\Omega\tau)^3} \right].$$
(13.83)

$$g(\Omega\tau) = \frac{2(1 - \cos\Omega\tau) - \Omega\tau\sin\Omega\tau}{(\Omega\tau)^3}$$
(13.84)

descrie dependența de frecvență a câștigului. Funcția $g(\Omega \tau)$ este asimetrică și are un maxim $(g_{\max}(\Omega \tau) = 0,135)$ pentru $\Omega \tau = 2,6$. Din analiza relației (13.84) resultă că regiunea de câștig important implică condiția $\Omega \tau > 0$. De asemenea, se observă dependența câștigului de puterea a treia a lungimii de interacție, L dar și faptul că mărirea lungimii de interacție nu conduce neapărat la creșterea câștigului, iar puterea poate dispărea complet sau poate deveni chiar negativă. Acest fapt reliefează natura interferențială a interacției. Cu creșterea lungimii de interacție, Lfrecvența corespunzătoare câștigului maxim se apropie de valoarea la rezonanță

 $\omega_r = \frac{\omega_0}{1 - \beta_z}$, adică $\Omega = 0$, iar lărgimea în frecvență a curbei câștigului scade.

Câștigul de energie de la electroni pentru unda electromagnetică (fasciculul laser) este maxim dacă energia acestora depășește valoarea de prag și este situată într-un anumit domeniu, în caz contrar unda pierde energie. Energia electronului rezonant poate fi variată acționând asupra parametrilor care caracterizează câmpul magnetic transversal periodic spațial: B_0 și λ_0 . În cazul unei configurații tipice pentru laserele cu electroni liberi inducția câmpului magnetic are valoarea $B_0 = 3 \text{ kG}$, perioada spațială este $\lambda_0 = 5 \text{ cm}$, iar energia electronilor și respectiv lungimea de undă a câmpului optic, λ au următoarele valori: 10 MeV pentru $\lambda = 129.9$ µm, 100 MeV pentru $\lambda = 1,299$ µm, 1000 MeV pentru $\lambda = 0,01299$ µm.