

# 11. Dinamica proceselor laser

## 11.1. Regimul tranzitoriu

Fenomenelor de absorbție, dispersie și saturație prezentate în capitolul 10 au fost analizate în cazul regimului staționar, iar ecuațiile de mișcare pentru tranzițiile de dipol electric au fost scrise în aceste condiții. Studiul tranzițiilor de dipol electric se poate însă și în regim tranzitoriu [11.1]-[11.5].

### 11.1.1. Ecuațiile cuplate de amplitudine în regim tranzitoriu. Posibilități de amplificare

Pentru a stabili *ecuațiile cuplate de amplitudine în cazul regimului tranzitoriu*, care joacă, de asemenea, un rol important în studiul proceselor laser se presupune în vederea simplificării calculelor o variație lentă în timp a coeficienților de regim staționar, ipoteză în concordanță cu situațiile fizice care ne interesează. Un astfel de *regim cvasistaționar* este determinat de intervalele temporale mari în care se face transferul de energie în raport cu perioada de oscilație și de intervalele spațiale mari care au loc variații semnificative ale intensității câmpului, în raport cu lungimea de undă a radiației. Se obține un sistem neliniar de ecuații algebrice (în cazul *undelor progresive*) sau un sistem neliniar de ecuații diferențiale de ordinul I (în cazul *câmpului din cavități rezonante*) care constituie ecuațiile cuplate de amplitudine, deosebit de utile pentru studiul tranzițiilor de dipol electric.

**Amplificarea undelor progresive.** Pentru a studia procesul de amplificare a undelor progresive se consideră un sistem atomic cu două nivele energetice,  $W_1$  și  $W_2$  și populațiile  $N_1$ , respectiv  $N_2$  (fig. 6. 1). În continuare se presupune că sub acțiunea unui câmp optic incident, rezonant, se produce în mediul aflat la echilibru inversia de populație

$$N^e = N_2^e - N_1^e > 0. \quad (11.1)$$

O astfel de stare fizică a sistemului este caracterizată de o absorbție negativă, care va determina amplificarea radiației incidente (fig. 11. 1).

În cazul undelor progresive interacția dintre câmp și materie este descrisă de ecuațiile stabilite în capitolul 10:

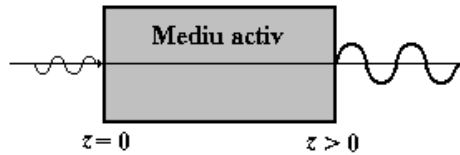
$$\ddot{\vec{P}} + \frac{2}{T_2} \dot{\vec{P}} + \Omega^2 \vec{P} = -\frac{2\Omega}{\hbar} \frac{|\vec{d}_{12}|^2}{3} N \vec{E}. \quad (11.2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{N - N^e}{T_1} = \frac{2}{\hbar\Omega} \dot{\vec{P}} \vec{E} \quad (11.3)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) + \frac{n\gamma}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (11.4)$$

unde

$$N = N_2 - N_1. \quad (11.5)$$



**Fig. 11. 1.** Reprezentarea schematică a procesului de amplificare a undelor progresive.

Soluțiile de regim cvasistaționar ale ecuațiilor de mai sus po fi considerate de forma:

$$\vec{P} = \frac{1}{2} \vec{P}_0(z) \exp[i(\Omega t - kz)] + c.c. \quad (11.6)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{2} \vec{E}_0(z) \exp[i(\Omega t - kz)] + c.c. \quad (11.7)$$

$$N = N(z) \quad (11.8)$$

unde  $\vec{P}_0(z)$  și  $\vec{E}_0(z)$  sunt amplitudini complexe, staționare în timp, lent variabile după direcția de propagare  $z$ , iar variațiile temporale ale lui  $N(z)$  se neglijează.

Înlocuind soluțiile (11.6)–(11.8) în ecuațiile (11.2)–(11.4) și considerând că este îndeplinită inegalitatea  $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} \ll k \frac{\partial \vec{E}}{\partial z}$  se obțin ecuațiile cuplate de amplitudine sub forma:

$$\vec{P}_0(z) = \frac{iT_2}{\hbar} L \frac{|\vec{d}_{12}|^2}{3} N \vec{E}_0(z), \quad (11.9)$$

$$\frac{N - N^e}{T_1} = \frac{i}{2\hbar} \left[ \bar{P}_0(z) \bar{E}_0(z)^* - \bar{P}_0(z)^* \bar{E}_0(z) \right], \quad (11.10)$$

$$2ik \frac{\partial \bar{E}_0(z)}{\partial z} + i\gamma \bar{E}_0(z) = \Omega^2 \mu_0 \bar{P}_0(z). \quad (11.11)$$

Sistemul de ecuații neliniare algebrice (11.9)–(11.11) constituie *ecuațiile cuplate de amplitudine*. Soluțiile acestui sistem determină modul de variație a amplitudinilor mărimilor: polarizare, intensitate a câmpului electric, diferență de populație, funcție de distanța de interacție, considerată în direcția  $z$ .

Pentru a determina modul de variație al intensității

$$I(z) = \frac{n\epsilon_0 c |\bar{E}_0(z)|^2}{2} \quad (11.12)$$

funcție de parametrii sistemului cuplat câmp-materie se elimină polarizarea  $P_0(z)$  între ecuațiile (11.9) și (11.10), rezultând

$$\frac{\partial}{\partial z} |\bar{E}_0(z)|^2 + \gamma |\bar{E}_0(z)|^2 = \frac{\Omega T_2}{\hbar \epsilon_0 c n} L \frac{|\bar{d}_{12}|^2}{3} N(z) |\bar{E}_0(z)|^2 \quad (11.13)$$

unde

$$N(z) = \frac{N^e}{1 + (T_1 T_2 / \hbar) \frac{|\bar{d}_{12}|^2}{3} L |\bar{E}_0(z)|^2}. \quad (11.14)$$

Mărimea  $|\bar{E}_0(z)|^2$  este proporțională cu densitatea medie de energie a undei, astfel că ecuația (11.13) reprezintă *ecuația ratelor*, pentru energia transferată câmpului de către mediu funcție de distanță. Spre deosebire de ecuațiile cuplate de amplitudine, ecuația ratelor nu conține informația de fază deoarece este luat în considerare numai  $|\bar{E}_0(z)|^2$ . Ținându-se seama de expresia (11.6), ecuația (11.13) se poate scrie sub forma:

$$\frac{dI}{dz} = \left[ g_0 \frac{I(0) + I_{sat}}{I + I_{sat}} - \gamma \right] I = g(I)I \quad (11.15)$$

unde

$$g_0 = \frac{\hbar \Omega N^e}{2T_1} \frac{1}{I(0) + I_{sat}} \quad (11.16)$$

reprezintă câștigul la planul de intrare, iar  $g(I)$  este coeficientul de câștig.

Funcție de valorile lui  $g_0$  există trei regiuni care prezintă interes privind dependența  $I(z)$  (fig. 11. 2).

a) Dacă  $g_0 > \gamma$  (câștigul este ridicat), câștigul total  $g(I)$  este pozitiv și crește exponențial cu parcursul  $z$ . Datorită însă descreșterii primului termen din paranteză, apare o saturație după o anumită distanță, când câștigul echilibrează pierderile.

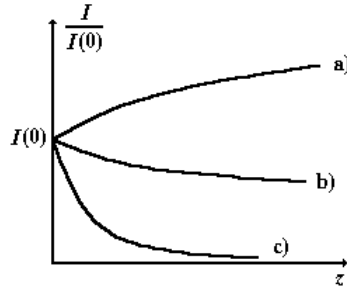


Fig 11. 2. Dependența intensității de distanța de propagare.

b) Pentru  $\gamma < g_0 < \frac{\gamma(I + I_{sat})}{I(0) + I_{sat}}$  (câștigul este mediu), câștigul total  $g(I)$  este negativ la planul de intrare ( $z = 0$ ) și începe să scadă exponențial. Pe măsură că  $I$  scade, primul termen din paranteză crește, se ajunge la un echilibru al pierderilor cu câștigul și unda trece neatenuată prin mediu.

c) Dacă  $g_0 < \frac{\gamma I_{sat}}{I(0) + I_{sat}}$  (câștigul este scăzut),  $g(I)$  este negativ la planul de intrare ( $z = 0$ ) și rămâne negativ în continuare, astfel că  $I(z) \rightarrow 0$ .

**Amplificarea în cavității rezonante.** În cazul cavităților rezonante interacția câmp-materie este descrisă de soluții ale ecuațiilor de mișcare ale tranzițiilor de dipol electric ce sunt staționare în spațiu dar variabile în timp. Se consideră ecuațiile de de mișcare standard (cap. 10)

$$\ddot{\vec{P}} + \frac{2}{T_2} \dot{\vec{P}} + \Omega^2 \vec{P} = -\frac{2\Omega}{\hbar} \frac{|\vec{d}_{12}|^2}{3} N \vec{E}. \quad (11.17)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{N - N^e}{T_1} = \frac{2}{\hbar\Omega} \dot{\vec{P}} \vec{E} \quad (11.18)$$

$$\ddot{\vec{E}} + \frac{1}{\tau_c} \dot{\vec{E}} + \omega_c^2 \vec{E} = -\frac{1}{\epsilon} \ddot{\vec{P}}, \quad (11.19)$$

care descriu oscilatorii cuplați, polarizarea-câmpul din cavitate. *Ecuațiile cuplate de amplitudine* rezultă căutând pentru sistemul de mai sus soluții de forma:

$$\vec{P} = \frac{1}{2} \vec{P}_0(t) e^{i\Omega t} + c.c. \quad (11.20)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{2} \vec{E}_0(t) e^{i\Omega t} + c.c. \quad (11.21)$$

cu condițiile

$$\omega_c \approx \Omega = \omega \text{ și } 2/T_2 \ll \Omega, \quad 1/\tau_c \ll \Omega. \quad (11.22)$$

În urma înlocuirii soluțiilor (11.20)-(11.21) în relațiile (11.17)-(11.19) și ținând cont că amplitudinile variază lent în raport cu frecvența de oscilație ( $\dot{\vec{P}}_0 \ll \Omega \vec{P}_0$  și  $\dot{\vec{E}}_0 \ll \Omega \vec{E}_0$ ), se obțin ecuațiile de amplitudine sub forma:

$$\dot{\vec{P}}_0 + \frac{1}{T_2} \vec{P}_0 = -\frac{i}{\hbar} L \frac{|\vec{d}_{12}|^2}{3} N \vec{E}_0 \quad (11.23)$$

$$\dot{\vec{E}}_0 + \frac{1}{2\tau_c} \vec{E}_0 = -\frac{i\Omega}{2\varepsilon} \vec{P}_0 \quad (11.24)$$

$$\dot{N} + \frac{N - N^e}{T_1} = \frac{i}{2\hbar} (\vec{P}_0 \vec{E}_0^* - \vec{P}_0^* \vec{E}_0). \quad (11.25)$$

Dacă frecvența de rezonanță a tranziției  $\Omega$  (a oscilatorului polarizare) diferă de frecvența de rezonanță a cavității  $\omega_c$  (a câmpului din cavitate) sistemul cuplat polarizare-câmp oscilează cu o frecvență situată între cele două frecvențe  $\Omega$  și  $\omega_c$ , aceasta având expresia:

$$\omega = \sqrt{\frac{T_2 \Omega^2 - 2\omega_c^2 \tau_c}{T_2 - 2\tau_c}}, \quad (11.26)$$

efectul corespunzător numindu-se *târârea frecvenței*.

În cazul laserelor, unde  $1/\tau_c \ll 2/T_2$ , adică lărgirea liniei de rezonanță a cavității este mult mai mică decât cea a tranziției, se poate scrie:

$$\omega - \omega_c \approx (\Omega - \omega_c) \frac{1/\tau_c}{2/T_2} \approx (\Omega - \omega_c) \frac{Q_t}{Q_c} \quad (11.27)$$

unde  $Q_t = \frac{\Omega T_2}{2}$  și  $Q_c = \omega_c \tau_c$  reprezintă factorii de calitate pentru tranziție respectiv pentru cavitate (Fig. 11. 3 a)).

În cazul maserelor, unde  $2/T_2 < \frac{1}{\tau_c}$ , adică lărgimea liniei de rezonanță a cavității este mult mai mare decât cea a tranziției, se poate scrie (Fig. 11. 3 b)):

$$\omega = \Omega \approx (\omega_c - \Omega) \frac{2/T_2}{1/\tau_c} \approx (\omega_c - \Omega) \frac{Q_c}{Q_t}. \quad (11.28)$$

### 11.1.2. Oscilatorul cu cavitate laser. Ecuțiile ratelor pentru lasere și masere

Ecuțiile cuplate de amplitudine prezentate mai sus se pot simplifica în continuare dacă se renunță la informația de fază, obținându-se ecuațiile ratelor.

Dacă rata de generare a energiei în cavitate  $\frac{N_n \cdot n_n}{\tau_c}$  este mai mare decât rata de

pierderi  $n_n / \tau_c$ , atunci la regim staționar  $N_n = N_n^e > 1$  și dispozitivul se comportă ca un *oscilator*.

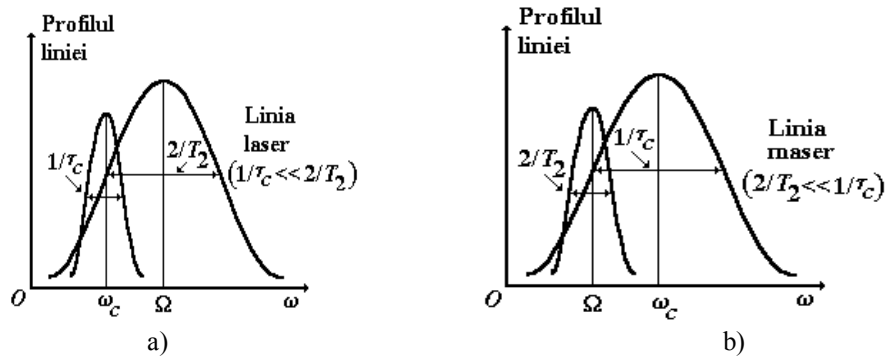


Fig. 11.3 a), b). Profilele liniilor de rezonanță a cavității și a tranziției în cazul: laserelor a) și maserelor b).

a) În cazul laserelor, ținându-se seama de condiția  $2/T_2 \gg 1/\tau_c$  astfel că  $\frac{\partial}{\partial t} \ll \frac{2}{T_2}$ ,  $\dot{\bar{P}}_0$  poate fi neglijat în ecuația polarizării (11.23). Exprimând polarizarea  $\bar{P}_0$  funcție de  $\bar{E}_0$  sub forma:

$$\bar{P}_0 = \frac{iT_2}{\hbar} L \frac{|\bar{d}_{12}|^2}{3} N \bar{E}_0 \quad (11.29)$$

ecuațiile de populații și câmp devin:

$$\dot{N} + \frac{N - N^e}{T_1} = -\frac{T_2}{\hbar^2} L \frac{|\bar{d}_{12}|^2}{3} N |\bar{E}_0|^2 \quad (11.30)$$

$$\left| \dot{\bar{E}}_0 \right|^2 + \frac{1}{\tau_c} |\bar{E}_0|^2 = \frac{\Omega T_2}{\hbar \varepsilon} L \frac{|\bar{d}_{12}|^2}{3} N |\bar{E}_0|^2. \quad (11.31)$$

Introducându-se mărimea numită *densitate de fotoni*

$$n = \varepsilon \frac{|\vec{E}_0|^2}{2\hbar\Omega} \quad (11.32)$$

ecuațiile (11.30) și (11.31) devin:

$$\dot{N} + \frac{N - N^e}{T_1} = -\frac{2\Omega T_2}{\hbar\varepsilon} L \frac{|\vec{d}_{12}|^2}{3} N n, \quad (11.33)$$

$$\dot{n} + \frac{n}{\tau_c} = \frac{\Omega T_2}{\hbar\varepsilon} L \frac{|\vec{d}_{12}|^2}{3} N n. \quad (11.34)$$

Ecuațiile (11.33) și (11.34) se numesc *ecuațiile ratelor* deoarece evidențiază ratele sub care se face schimbul de energie între câmpul cavității și mediu.

Soluția de regim staționar a ecuațiilor ratelor  $\left(\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t} = 0\right)$  este de forma:

$$N_0 = \frac{\hbar\varepsilon}{\Omega\tau_c T_2 L \left(\frac{|\vec{d}_{12}|^2}{3}\right)}, \quad (11.35)$$

$$n_0 = \frac{\tau_c}{T_1} \frac{N_0}{2} \left(\frac{N^e}{N_0} - 1\right). \quad (11.36)$$

Introducând în relațiile (11.33), (11.34) mărimile normate:

$$N_n = \frac{N}{N_0} \text{ și } n_n = \frac{n}{n_0}, \quad (11.37)$$

se obțin *ecuațiile ratelor pentru lasere sub forma standard*:

$$\dot{N}_n + \frac{N_n - N_n^e}{T_1} = \frac{1 - N_n^e}{T_1} N_n n_n \quad (11.38)$$

$$\dot{n}_n + \frac{n_n}{\tau_c} = \frac{1}{\tau_c} N_n n_n. \quad (11.39)$$

b) În cazul maserelor, ținându-se seama de condiția  $\frac{2}{T_2} \ll \frac{1}{\tau_c}$ , astfel că

$\frac{\partial}{\partial t} \ll \frac{1}{\tau_c}$ ,  $\vec{E}_0$  poate fi neglijat în ecuația de câmp (11.24).

Exprimând polarizarea  $\vec{P}_0$  funcție de câmpul  $\vec{E}_0$  sub forma:

$$\vec{P}_0 = \frac{i\varepsilon}{\tau_c \Omega} \vec{E}_0 \quad (11.40)$$

ecuațiile pentru populații și câmp devin:

$$\dot{N} + \frac{N - N^e}{T_1} = -\frac{2}{\tau_c} n \quad (11.41)$$

$$\dot{n} + \frac{2}{T_2} n = \frac{2\Omega\tau_c}{\hbar\varepsilon} L \frac{|\vec{d}_{12}|^2}{3} Nn. \quad (11.42)$$

Introducându-se mărimile normate (11.37) se obțin *ecuațiile ratelor pentru masere sub formă standard*

$$\dot{N}_n + \frac{N_n - N_n^e}{T_1} = -\frac{N_n^e - 1}{T_1} n_n \quad (11.43)$$

$$\dot{n}_n + \frac{2}{T_2} n_n = \frac{2}{T_2} N_n n_n. \quad (11.44)$$

Din cele prezentate mai sus se observă că în cazul maserelor, în ecuația de fotoni intervine constanta de timp  $T_2$  în loc de  $\tau_c$  în cazul laserelor. De asemenea, în membrul drept, în ecuația pentru populații apare în cazul maserelor densitatea de fotoni  $n_n$  în loc de produsul  $N_n \cdot n_n$  în cazul laserelor.

## 11.2. Analiza dinamicii proceselor laser

În capitolul 11.1 s-a arătat posibilitatea amplificării radiației în condițiile realizării inversiei de populație  $N_2 > N_1$ , ceea ce implică un coeficient de absorbție negativ. Realizarea unui dispozitiv laser presupune utilizarea unui mediu activ în care să fie posibilă realizarea inversiei de populație, existența unui mecanism de excitare și a unei cavități rezonante, prin intermediul căreia radiația amplificată este cuplată în exterior. Dispozitivul astfel realizat va începe să oscileze dacă câștigul mediului activ este mai mare decât pierderile cavității, ceea ce este echivalent cu o condiție „de prag” pentru nivelul inversiei de populație.

### 11.2.1. Pragul de oscilație și puterea de pompaj

Pentru a deduce pragul de oscilație se consideră ecuațiile normate ale ratelor în cazul laserelor scrise sub forma (11.38) și (11.39). De asemenea, se presupune că sistemul atomic analizat este situat într-o cavitate rezonantă având un factor de calitate  $Q$  determinat de pierderile fracționare de energie pe tranzit ale radiației din rezonator. Se poate arăta că  $\Delta\omega_c$  corespunde în cazul tranzițiilor optice condiției  $\Delta\omega_c \ll \Delta\omega_L$ , în care au fost stabilite ecuațiile ratelor.



În deducerea ecuației ratelor nu a fost luată în considerare emisia spontană. Pentru simplificarea analizei, în continuare se presupune că există radiație într-un singur mod de oscilației al cavității rezonante, cerință ușor realizabilă constructiv.

În principiu, dacă rata de generare a energiei în cavitate  $\frac{N_n \cdot n_n}{\tau_c}$  este mai

mare decât rata de pierderi  $\frac{n_n}{\tau_c}$ , atunci la regim staționar  $N_n = N_n^e > 1$  și

dispozitivul oscilează. Soluțiile de regim staționar ale ecuațiilor ratelor

$$N_n = n_n = 1, \quad (11.45)$$

cu condițiile inițiale

$$N_n = N_n^e; \quad n_n = 0 \quad (11.46)$$

permit și analiza stabilității regimurilor de funcționare corespunzătoare, prin metoda perturbațiilor.

Astfel, admitând abateri exponențiale  $\delta n(t)$  și  $\delta N(t)$  pentru soluțiile  $n_n$  și  $N_n$ , de forma:

$$n_n(t) = 1 + \delta n(t) \quad (11.47)$$

$$N_n(t) = 1 + \delta N(t) \quad (11.48)$$

unde  $\delta \ll 1$  din (11.38) și (11.39) rezultă ecuațiile

$$\dot{N}(t) + \frac{N_n^e}{T_1} N(t) = \frac{1 - N_n^e}{T_1} n(t) \quad (11.49)$$

$$\dot{n}(t) = \frac{1}{\tau_c} N(t). \quad (11.50)$$

Considerând dependențele exponențiale de timp ale mărimilor  $n(t)$  și  $N(t)$  de forma  $e^{\xi t}$  se obține o ecuație algebrică în  $\xi$

$$\xi^2 + \frac{N_n^e}{T_1} \xi - \frac{1 - N_n^e}{T_1 \tau_c} = 0 \quad (11.51)$$

ale cărei soluții au partea reală negativă pentru  $N_n^e < 0$ , însă această soluție cu  $n_n = 0$  nu corespunde realității, energia în cavitate fiind nulă.

Pe baza celor prezentate mai sus se obține *condiția de prag de oscilație pentru dispozitivul laser*:

$$N_n^e \geq 1. \quad (11.52)$$

Această condiție se poate explicita funcție de parametrii sistemului sub forma:

$$N^e = \frac{N_2^e}{g_2} - \frac{N_1^e}{g_1} = N_0 N_n^e > \frac{3\hbar \varepsilon}{L |\vec{d}_{12}|^2 \Omega \tau_c F T_2} \quad (11.53)$$

unde  $g_1, g_2$  reprezintă factorii de degenerare ai nivelelor implicate în tranziție, iar  $F$  factorul de umplere al rezonatorului de către mediul activ.

Pentru a calcula *puterea de pompaj* a dispozitivului laser se poate utiliza condiția de prag de oscilație. Prin pompaj trebuie să se asigure o diferență de populație peste valoarea  $N_T^e$  a acesteia la echilibru termic, astfel că puterea absorbită prin pompaj are expresia:

$$P_{excitare} = \frac{\hbar\Omega}{2} \left( \frac{N^e - N_T^e}{2} \right) \quad (11.54)$$

Ținând seama de relația (11.53) se poate obține expresia puterii de pompaj la pragul de oscilație sub forma:

$$P_{pr} = \frac{\hbar\Omega}{2T_1} \left[ \frac{3\hbar\epsilon_0}{L|\vec{d}_{12}|^2 \Omega \tau_c F T_2} - N_T^e \right]. \quad (11.55)$$

### 11.2.2. Puterea de ieșire în regim staționar

Cuplajul energiei cavității laser cu exteriorul este determinat de transmisia oglinzilor. Astfel, trebuie calculat timpul de viață al energiei electromagnetice din cavitate,  $\tau_e$  datorat transmisiei oglinzilor. Considerând o cavitate laser de lungime  $l$  formată din două oglinzi având reflectivitățile  $R_1$  și  $R_2$  se poate scrie egalitatea:

$$R_1 R_2 = e^{-2nl/\tau_e c}, \quad (11.56)$$

de unde se obține expresia timpului de viață sub forma:

$$\tau_e = -\frac{2nl}{c \ln(R_1 R_2)}. \quad (11.57)$$

Ținând cont de expresia densității de volum a energiei electromagnetice din cavitatea laser care scade în timp după legea:

$$\rho_E = \rho_{E0} \exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right) \quad (11.58)$$

unde

$$\rho_{E0} = n\hbar\Omega \quad (11.59)$$

și de condiția de prag (11.45), rezultă:

$$n = n_0 \frac{\tau_c}{T_1} \frac{N_0}{2} (N_n^e - 1). \quad (11.60)$$

Puterea de ieșire pe unitatea de volum

$$P_0 = \rho_E / \tau_e \quad (11.61)$$

poate fi exprimată funcție de parametrii celor doi oscilatori cuplați, sistem atomic-cavitate rezonantă cu ajutorul relației:

$$P_0 = \frac{\hbar\Omega}{\tau_e} \frac{\tau_c}{T_1} \frac{N_0}{2} (N_n^e - 1). \quad (11.62)$$

Studiul regimului tranzitoriu cu ajutorul ecuațiilor ratelor (11.43) și (11.44) joacă un rol foarte important în cazul funcționării laserului în regim de lucru în impulsuri când perioadă de repetiție a impulsurilor este comparabilă cu constantele de timp ale oscilatorului laser.

Făcând raportul relațiilor (11.43) și (11.44) și ținând seama de condițiile inițiale  $N_n = 1$  și  $n_n \ll 1$ , iar  $N_n^e > 1$ , rezultă:

$$\frac{dn_n}{dN_n} = \frac{T_1(N_n - 1)n_n}{\tau_c(1 - N_n^e)(n_n - 1)}. \quad (11.63)$$

În urma separării variabilelor din ecuația (11.63) și integrării acesteia considerând pentru  $N_n = 1$ ,  $n_n = n_n^i$ , rezultă dependența dintre  $n_n$  și  $N_n$  sub forma:

$$\frac{T_1(N_n - 1)^2}{2\tau_c(N_n^e - 1)} = \ln \frac{n_n}{n_n^i} - (n_n - n_n^i). \quad (11.64)$$

Variația densității de fotoni,  $n_n$  funcție de diferența de populație,  $N_n$  este prezentată calitativ în figura 11. 4 a), iar dependența temporală a acestor mărimi este arătată în figura 11. 4 b). Pe aceste diagrame se disting patru regiuni diferite:

1) deoarece inițial  $n_n < 1$ , ecuația (11.38) se scrie sub forma:

$$\dot{N}_n - \frac{N_n - N_n^e}{T_1} = 0 \quad (11.65)$$

astfel că  $N_n$  crește exponențial în timp. Din ecuația (11.39) rezultă simultan și creșterea lui  $n_n$ , deoarece  $\dot{n}_n > 0$ .

2) când  $n_n > 1$ , întrucât  $N_n^e > 1$ ,  $N_n \approx 1$ ,  $\dot{N}_n$  este negativ astfel că  $N_n$  începe să descrească conform ecuației (11.38);

3) când  $N_n$  devine subunitar, din ecuația (11.39), rezultă că  $\dot{n}_n$  devine negativ și  $n_n$  începe să scadă;

4) prin scădere  $n_n$  devine subunitar;  $\dot{N}_n$  fiind pozitiv,  $N_n$  crește, ajungând supraunitar și ciclul se repetă.

Cu ajutorul ecuației (11.64) se pot calcula valorile maxime pentru densitatea de fotoni  $n_{n,max}$  și pentru inversia de populație de populație  $N_{n,max}$ .

Astfel, pentru  $N_n = 1$  se obține ecuația:

$$n_{n,max} = \ln(n_{n,max}) / (n_n^i). \quad (11.66)$$

De asemenea, pentru  $n_n = 1$  și  $n_n^i \ll 1$  se obțin valorile:

$$N_{n, \max}^{(\min)} = 1 \pm \left[ \frac{2\tau_c (N_n^e - 1)}{T_1} \right]^{1/2} \left[ -1 - \ln n_n^i \right]^{1/2}. \quad (11.67)$$

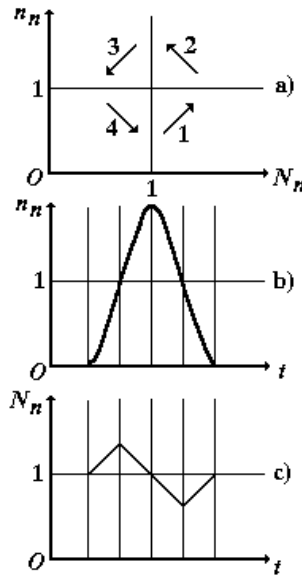


Fig. 11.4 a), b), c). Diagramele:  $n_n = n_n(N_n)$  (a),  $n_n = n_n(t)$  (b) și  $N_n = N_n(t)$  (c).

Valorile  $n_n^i$  obținute după fiecare ciclu din soluțiile exacte ale ecuațiilor sunt crescătoare, astfel că traiectoria  $n_n(N_n)$  nu este o curbă închisă ci o spirală.

### 11.3. Funcționarea laserelor în regim de comutare a pierderilor cavității (*Q-switch*)

#### 11.3.1. Principiul de funcționare

Timpul de viață lung care caracterizează nivelul laser superior (de exemplu în cazul ionilor de  $\text{Nd}^{3+}$ ) permite stocarea într-o manieră eficientă a energiei de pompaj.

În cazul unui laser cu funcționare în regim continuu o dată depășit pragul de oscilație întreaga energie suplimentară datorită pompajului este consumată, astfel încât câștigul în mediul activ și inversia de populație se stabilesc la valorile corespunzătoare pragului. Pentru a putea dispune de un câștig suplimentar se pot

mări în mod artificial pierderile din cavitate astfel încât să se obțină un prag care să nu poată fi atins cu puterea de prag disponibilă. Dacă aceste pierderi suplimentare sunt eliminate la un moment dat foarte rapid sistemul nu mai este în echilibru și tinde să-și stabilească condiția de staționaritate prin emisia unui impuls gigantic. Procesul descris mai sus corespunde funcționării laserului în regim declanșat prin comutarea pierderilor cavității (*Q-switch*) și este prezentat schematic în fig. 11. 5.

Înainte de a obține câștigul maxim în momentul în care se comută factorul de calitate al cavității trebuie pompat suficient de mult timp pentru a obține inversia de populație staționară. Constanta de timp este de ordinul timpului de viață pentru o putere de pompaj inferioară puterii corespunzătoare saturării absorbției. De aceea trebuie ca procesul de comutare să se desfășoare mai rapid decât intervalul de timp corespunzător răspunsului sistemului. Răspunsul sistemului corespunde intervalului de timp în care emisia spontană este amplificată suficient pentru a satura tranziția laser. Dacă câștigul disponibil este suficient în raport cu pierderile reziduale acest interval de timp corespunde câtorva parcurșuri dus-întors în cavitate.

Regimul de lucru prezentat mai sus este în impulsuri fiind caracterizat de puteri de ieșire crescute cu mai multe ordine de mărime în raport cu cele de regim staționar.

ai din ecuațiile ratelor pentru lasere rezultă că valoarea maximă a diferenței de populație care se poate obține prin pompaj este limitată la valori care nu pot depăși mult pragul de oscilație. Dacă printr-o metodă oarecare se cresc pierderile rezonatorului la un moment dat, pragul de oscilație nu mai este atins și diferența de populație poate atinge valori însemnate. O reducere bruscă a pierderilor cavității, după ce este atinsă valoarea de echilibru  $N^e$ , într-un interval de timp mult mai scurt decât timpul de relaxare al stărilor inițiale, determină inițierea imediată a oscilației laser, energia ridicată înmagazinată în mediului activ fiind cedată în cea mai mare parte câmpului din cavitate.

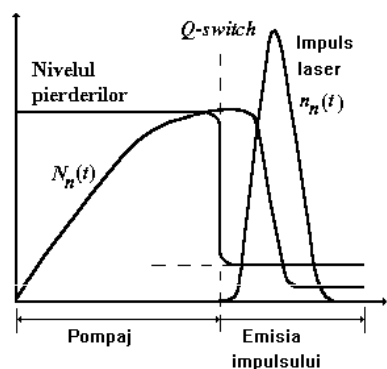


Fig. 11. 5. Reprezentarea schematică a funcționării laserului în regim *Q-switch*.

Analiza regimului de *Q-switch* se poate face în planul  $n_n N_n$ . Astfel, din ecuațiile ratelor (11.38), (11.39), se poate calcula raportul  $dn_n/dN_n$ , neglijându-

se termenul  $\frac{N_n - N_n^e}{T_1}$  în raport cu  $\frac{1 - N_n^e}{T_1} n_n N_n$ , datorită condiției  $n_n \gg 1$ .

Rezultă ecuația diferențială:

$$\frac{dn_n}{dN_n} = -\frac{T_1}{\tau_c(N_n^e - 1)} \left( \frac{N_n - 1}{N_n} \right) \quad (11.68)$$

fiind valabilă totodată condiția la limită

$$N_n = N_n^e \text{ pentru } n_n = 0. \quad (11.69)$$

Dependența calitativă  $n_n = n_n(N_n)$  în cazul când  $N_n^e = 2$  este prezentată grafic calitativ în fig. 11. 6.

De exemplu, în cazul când  $N_n^e = 2$  amorsarea oscilației prin creșterea bruscă a pierderilor determină o creștere însemnată a densității de fotoni din cavitate. După ce se atinge nivelul  $N_n = 1$ , densitatea de fotoni începe să scadă rapid către zero. Energia cedată câmpului cavității se poate calcula cu relația:

$$W = \frac{\hbar\Omega}{2} (N_{n, \max} - N_{n, \min}) N_0 V. \quad (11.70)$$

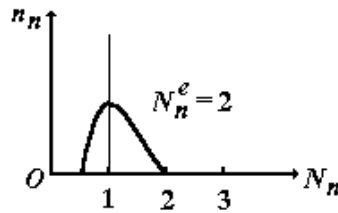


Fig. 11. 6. Diagrama  $n_n = n_n(N_n)$ .

Ținându-se seama de puterea maximă a impulsului emis care rezultă din ecuația (11.60) și de energia cedată câmpului cavității care rezultă din relația (11.70) se poate estima durata impulsurilor emise.

Densitățile de energie caracteristice regimului *Q-switch* sunt de  $10^5 \div 10^6$  ori mai mari în raport cu cele de regim staționar. De asemenea, puterile de vârf ating valori uriașe, de ordinul a 10 MW, pentru lasere având puteri de regim staționar relaxat de ordinul zecilor de wați.

### 11.3.2. Metode de realizare a regimului *Q-switch*

Metodele active și pasive cele mai mult utilizate pentru controlul factorului de calitate al calității în vederea obținerii regimului de funcționare *Q-switch* sunt:

folosirea elementelor modulatorare în cavitate, introducerea în cavitate a unor absorbanți saturabili etc.

**Metode mecanice.** Metoda mecanică de comutare a pierderilor (*Q-switching* mecanic) constă în rotirea uneia dintre oglinzile cavității ( $O_2$ ) cu ajutorul unui motor având turația mare, astfel încât laserul să poată oscila numai într-un interval de timp scurt, în care oglinda care este rotită se află într-o poziție plan-paralelă cu oglinda opusă ( $O_1$ ) (fig. 11. 7).

Deși această metodă este ieftină și simplă are câteva dezavantaje; și anume produce târârea frecvenței, vibrații și zgomot mecanic, care produc dificultăți în aliniere.

Dificultățile enumerate mai sus pot fi înlăturate prin utilizarea unei prisme cu unghiul de  $90^\circ$  în locul oglinzii rotitoare.

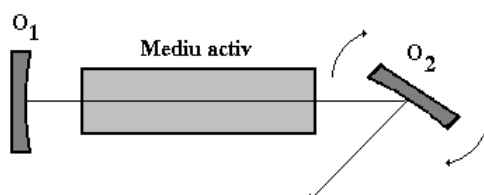


Fig. 11. 7. Reprezentarea schematică a *Q-switching*-ului mecanic.

Metoda care utilizează prisma se aplică mai ales laserelor cu cavități foarte lungi care emit la lungimi de undă foarte mari (de exemplu, laserul cu  $CO_2$ ) unde alinierea oglinzilor nu este critică, iar alte tehnici de modulare sunt mai dificil de folosit.

**Metode electrooptice.** În cazul acestei metode active (*Q-switching* electrooptic) se utilizează un modulator electrooptic (MEO), care constă dintr-un cristal electrooptic ce devine birefringent sub acțiunea unei tensiuni electrice aplicate și mai multe prisme polarizatoare plasate în interiorul rezonatorului laser (fig. 11. 8).

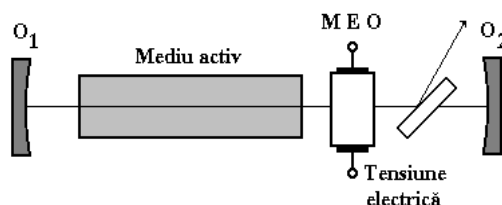


Fig. 11. 8. Reprezentarea schematică a *Q-switching*-ului electrooptic.

Procesul de *Q-switching* electrooptic mai poate fi obținut și în urma aplicării unei tensiuni suficient de mare unui cristal în care a fost indus efectul Pockels, pentru a-l transforma într-o lamă sfert de undă. Energia undelor electromagnetice care se propagă de-a lungul rezonatorului are un plan de polarizare rotit cu  $90^\circ$  față de axa cavității laser, astfel încât radiația este cuplată în exterior de către un polarizor după un drum dus-întors prin cavitate. Comutarea rezonatorului optic la un nivel scăzut al pierderilor se face prin inversarea tensiunii aplicate modulatorului.

În cazul unui *Q-switching* electrooptic durata pulsurilor laser este cuprinsă în intervalul  $10 \text{ ns} \div 30 \text{ ns}$ , aceasta depinzând de energia de pompaj, de pierderi și de lungimea cavității. Modulatorul electrooptic este cel mai rapid și prezintă o bună stabilitate și o bună repetabilitate precum și un raport mare închidere/deschidere.

**Metode acustooptice.** În cazul unui modulator acustooptic, MAO (*Q-switching* electrooptic) rețeaua indusă de undele de radiofrecvență produce difracția Bragg a undelor luminoase în afara cavității laser (fig. 11. 9).

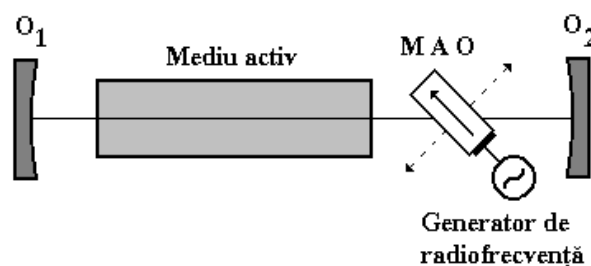


Fig. 11. 9. Reprezentarea schematică a *Q-switching*-ului acustooptic.

Modulatorii acustooptici (activi) se caracterizează prin pierderi foarte scăzute, comenzi simple ale circuitului de radiofrecvență și rate de repetiție a procesului de *Q-switching* de ordinul câtorva kHz. Întrucât acești modulatori au timp de deschidere relativ scuzți sunt utilizați mai mult în cazul laserelor cu *Q-switching* repetitiv și pentru pompajul în regim de undă continuă.

**Metoda cu absorbant saturabil.** În acest caz procesul de *Q-switching* (pasiv) este determinat de un mediu absorbant plasat într-o cuvă în interiorul cavității laser (fig. 11. 10).

Inversia laser se obține în urma pompajului până când câștigul din interior depășește nivelul absorbției, iar oscilația laser începe să se dezvolte în cavitate. La un anumit nivel relativ scăzut oscilația laser saturează rapid absorbantul (de exemplu o soluție colorantă organică) deschizând rezonatorul optic și conducând la generarea unui puls al oscilației rapid și cu intensitate ridicată.



Acest tip de *Q-switching* este în general simplu și nu necesită circuit extern de comandă, iar colorantul absorbant poate fi astfel preparat încât să nu se degradeze chimic sau fotochimic în timpul utilizării.

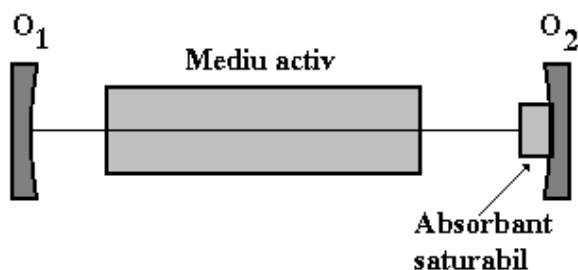


Fig. 11. 10. Reprezentarea schematică a *Q-switching*-ului cu absorbant saturabil.

**Metoda cu film subțire.** În acest caz procesul de *Q-switching* (pasiv) este realizat cu un absorbant (film) subțire sau un strat metalic depus pe sticlă sau un substrat de tip *mylar*, iar energia laserului este concentrată într-un spot mic pe un suport plasat în interiorul cavității laser (fig. 11. 11).

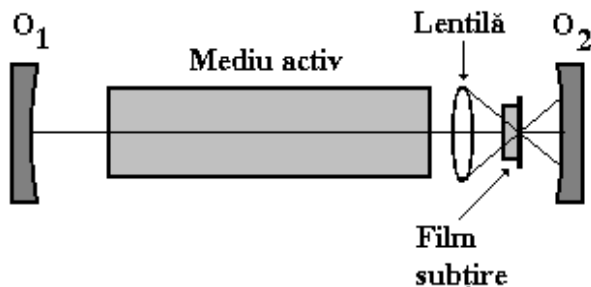


Fig. 11. 11. Reprezentarea schematică a *Q-switching*-ului cu film subțire.

La început, când laserul oscilează filmul subțire se *arde* repede și se vaporizează, iar oscilația laser crește rapid, rezultând în final un puls gigant. Pentru ca procesul să fie repetitiv, filmul este deplasat controlat. <sup>a</sup>i acest procedeu este simplu și nu necesită costuri mari.

Regimul *Q-switched* se aplică mai ales laserelor care au ca mediu activ un solid: rubin,  $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ ,  $\text{Nd}^{3+}:\text{sticlă}$ . În acest caz energia de pompaj utilizată este de  $20 \text{ J} \div 200 \text{ J}$  și este transmisă de tuburile *flash* în pulsuri cu durată de  $100 \text{ ns}$ , aceasta corespunzând unei puteri electrice de intrare de  $1 \div 2 \text{ MW}$ . În urma conversiei energiei electrice în energie a pulsului laser cu o eficiență de

0,1% ÷ 1% (cea mai bună) se obțin puteri de vârf de 2 MW ÷ 200 MW cu o durată a pulsurilor de ~ 100 ns.

Aceste pulsuri laser foarte intense pot fi aplicate în cadrul operațiilor de tăiere, perforare (găurire) și prelucrare a materialelor dure, în optica neliniară (împrăștierile Raman și Brillouin, generarea de armonici optice etc.), pentru efectuarea unor experiențe științifice de bază, la radarele laser (lidar) în scopuri militare, la radarele laser acordabile în scopul detecției poluării, măsurătorilor asupra aerosolilor etc.

## 11.4. Funcționarea în regim de cuplare a modurilor (*mode-locking*)

### 11.4.1. Principiul de funcționare

Banda de frecvență în care un dispozitiv laser poate să oscileze este determinată de domeniul de frecvență în care câștigul din mediul activ depășește pierderile rezonatorului. De multe ori, în această bandă de oscilație cad mai multe moduri longitudinale ale rezonatorului optic, iar fasciculul laser este format din mai multe componente de frecvențe diferite.

Dacă laserul funcționează pe mai multe moduri transversale numărul acestor componente este și mai mare. În acest caz câmpul total al fasciculului laser emis este dat de suma câmpurilor individuale ale fiecărui mod. Atât amplitudinea, cât și faza acestor moduri variază în timp datorită fluctuațiilor mecanice aleatorii ale lungimii rezonatorului laser (drumul optic nu este același pentru toate modurile datorită dispersiei mediului activ) și interacției neliniare a acestor moduri în mediul laser. Câmpul total variază astfel în timp într-un mod necontrolat, cu un timp caracteristic care este de ordinul inversului lărgimii de bandă a spectrului de frecvențe ale modurilor de oscilație. Invers, dacă modurile de oscilație sunt forțate să mențină un ecart egal în frecvență cu o relație de fază fixă unul față de altul, atunci câmpul fasciculului laser variază în timp într-un mod bine definit. Forma fasciculului depinde de modurile de oscilație ale laserului și de faza care este impusă. În acest caz, se spune că laserul funcționează în regimul de cuplare a modurilor (*mode-locking*).

Considerând că există  $(2N + 1)$  moduri de oscilație longitudinale ( $N$  variind între  $-N$  și  $+N$  dacă se fixează într-un mod oarecare ecartul de frecvență, fazele relative și amplitudinile acestor moduri, atunci fasciculul laser are o evoluție temporală bine definită.

Pentru a descrie funcționarea laserului în regimul de cuplare a modurilor se consideră modul  $n$  ca având amplitudinea  $E_n$  frecvența unghiulară  $\omega_n$  și faza  $\phi_n$ . Câmpul total al radiației, presupus că se deplasează în direcția  $+z$  a cavității laser de lungime  $L$ , este dat de relația:

$$E = \sum_{n=-N}^N E_n e^{i[\omega_n(t-z/c)+\phi_n]} + c.c. \quad (11.71)$$

unde  $c.c.$  reprezintă conjugata complexă.

În continuare se fac următoarele presupuneri:

- a) frecvențele modurilor sunt:  $\omega_n = \omega_0 + n\omega$ , unde  $\omega_0$  este frecvența centrală, iar  $\omega$  este diferența de frecvență între două moduri succesive,

$$\omega = (2\pi)(c/2L) = \pi c/L, \quad (11.72)$$

- b) amplitudine modurilor ( $E_0$ ) sunt egale,

- c) fazele modurilor verifică relația:  $\phi_n - \phi_{n-1} = \alpha$ .

Câmpul total în aceste condiții se poate scrie sub forma

$$E(t) = E_0 e^{i\omega(t-z/c)} \sum_{n=-N}^N e^{in[\omega_n(t-z/c)+\alpha]} + c.c.. \quad (11.73)$$

În urma efectuării operației de însumare din relația (11.73) se obține:

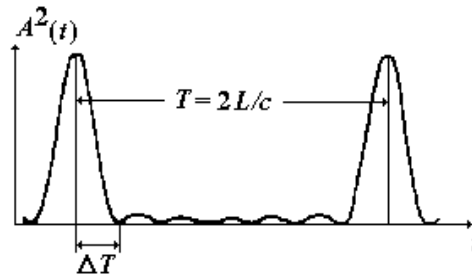
$$E(t) = A(t) \exp[i\omega_0(t-z/c)], \quad (11.74)$$

unde

$$A(t) = \frac{E_0 \sin\{(2N+1)[\omega(t-z/c)+\alpha]/2\}}{\sin\{[\omega(t-z/c)+\alpha]/2\}}. \quad (11.75)$$

Câmpul total  $E(t)$  constă dintr-o undă purtătoare sinusoidală de frecvență  $\omega_0$ , a cărei amplitudine  $A(t)$  se modifică în timp conform relației (11.75). Puterea radiației laser corespunzătoare este proporțională cu  $A^2(t)$ .

În figura 11. 12 este prezentată variația mărimii  $A^2(t)$  pentru  $2N+1=7$  moduri longitudinale de oscilație.



**Fig. 11. 12.** Variația în timp a pătratului amplitudinii câmpului electric în cazul a 7 moduri de oscilație de amplitudine egală și cuplate în fază.

Ca rezultat al condiției de cuplare a modurilor de oscilație (relația (11.71)) acestea interferă generând impulsuri laser scurte. Maximul impulsului apare când numitorul expresiei  $A(t)$  se anulează, astfel că două impulsuri succesive sunt separate în timp de

$$T = 2\pi/\omega = 2L/c, \quad (11.76)$$

adică de timpul unui drum dus-întors în cavitate (timpul de tranzit al cavității). Pe baza celor prezentate mai sus regimul de cuplare a modurilor poate fi privit ca producând un singur impuls, care parcurge cavitatea între cele două oglinzi. În fiecare punct, acesta va da naștere unui tren de impulsuri separate de timpul de tranzit al cavității.

Diferența de timp între vârful impulsului și primul său nul este:

$$\Delta T = 1 / \Delta \nu \quad (11.77)$$

unde

$$\Delta \nu = \frac{(2N + 1)\omega}{2\pi} \quad (11.78)$$

este lărgimea de bandă totală de oscilație. Lărgimea impulsului la jumătate din înălțime este de asemenea aproximativ egală cu  $\Delta T$ . Prin urmare, pentru a obține impulsuri scurte, este necesară o lărgime de bandă mare. Această lărgime de bandă nu poate depăși banda câștigului din laser. Puterea de vârf a impulsului laser emis (definită ca  $\lim_{t \rightarrow 2\pi/\omega} A^2$ ) este proporțională cu  $(2N + 1)^2 E_0^2$  dacă există o relație între fazele modurilor în timp ce pentru faze aleatorii puterea de vârf este suma puterilor modurilor, adică  $(2N + 1)E_0^2$ . Mărirea puterii de vârf datorită cuplării modurilor este egală cu numărul modurilor de oscilație. Puterea medie nu este afectată de cuplarea modurilor.

Din cele prezentate mai înainte se poate trage concluzia că un laser care funcționează în regimul de cuplare a modurilor prezintă o lărgime de bandă de oscilație mărită și amplitudini constante ale modurilor în oscilație.

### 11.4.2. Metode de realizare a regimului *mode-locking*

Există mai multe metode de forțare a laserului, iar acesta să funcționeze în regimul de cuplare a modurilor, atât *active* cât și *pasive*.

În anumite condiții, efectele neliniare ale mediului laser pot cauza menținerea unei relații de fază fixe între modurile de oscilație, conducând la regimul de autocuplare a modurilor (*self-locking*).

**Metode acustooptice și electrooptice.** Întrucât regimul de autocuplare a modurilor se obține într-o manieră oarecum aleatorie și lasererele prezintă adesea fascicule instabile, de obicei cuplarea modurilor se face prin utilizarea unei perturbații comandate în cavitate. Cuplarea activă a modurilor cavității se realizează cu un modulator intern, care produce fie modulația pierderilor, fie modulația constantei dielectrice (fig. 11. 13).

Modulatorul, M poate fi acustooptic sau electrooptic și este comandat la frecvența de separare longitudinală a modurilor ( $c/2L$ ), adică un ciclu al frecvenței de modulație care corespunde timpului necesar radiației să efectueze un drum dus-întors în rezonatorul laser. Astfel, toată radiația din rezonator prezintă pierderi, cu excepția aceleia care trece prin modulator când acesta prezintă pierderi minime.

În cazul unui laser de tip  $\text{Nd}^{3+}$ :sticlă care funcționează în regim mode-locking se pot obține pulsuri care au o durată mai mică de 1 ps.

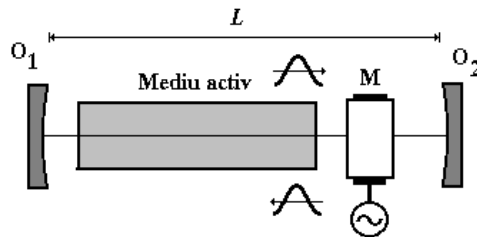


Fig. 11. 13. Reprezentarea schematică a *mode-locking*-ului electrooptic sau acustooptic.

**Metoda cu absorbant saturabil.** Cuplarea pasivă a modurilor cavității se realizează cu ajutorul unui material optic neliniar (absorbant saturabil) introdus în cavitate (fig. 11. 14).

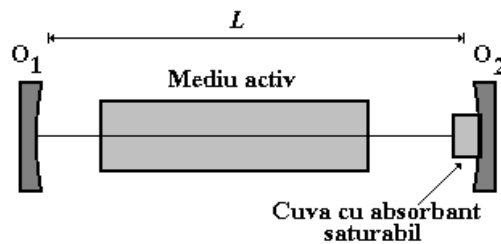


Fig. 11. 14. Reprezentarea schematică a *mode-locking*-ului cu absorbant saturabil.

Un absorbant saturabil poate produce și regimul declanșat dacă secțiunea transversală a tranziției este mult mai mare decât cea a mediului activ. De aceea, adeseori fasciculul unui laser care are în cavitate un absorbant saturabil prezintă atât regimul declanșat, cât și regimul de cuplare a modurilor. În figura 11. 15 a) este prezentat un astfel de impuls laser, în care modurile care oscilează interferă temporal. Impulsul din figura 11. 15 b) este caracteristic unui singur mod individual.

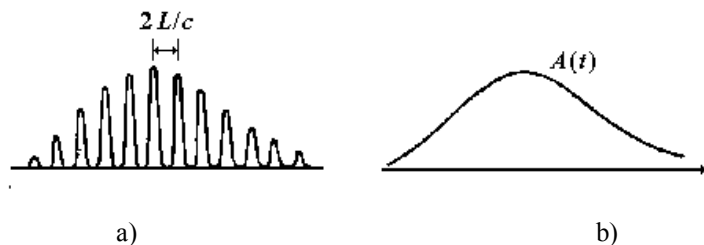


Fig. 11. 15 a), b). a) Impulsul laser care funcționează simultan în regimurile declanșat și de cuplare a modurilor și b) același impuls caracteristic unui singur mod de oscilație (numai regim declanșat).

## 11.5. Amplificatori laser

### 11.5.1. Modelarea proceselor fizice de amplificare a radiației

În paragrafele de mai sus s-au analizat posibilitățile de amplificarea radiației, precum și cele de oscilație ale dispozitivelor laser pe baza ecuațiilor cuplate de amplitudine, stabilite în cazul undelor progresive respectiv în cazul câmpului din cavitățile rezonante.

Studiul proceselor fizice de amplificare a radiației se poate face utilizându-se ecuația ratelor pentru inversia de populație, ecuația de transport pentru densitatea de fotoni și condițiile la limită corespunzătoare problemelor de tip amplificator. Fenomenele care au loc în timpul amplificării sunt considerate a fi mai rapide decât rata de pompaj sau rata de emisie.

Se consideră un mediu atomic cu două nivele având densitățile de populații  $N_1$  și  $N_2$  pe nivelele laser implicate ( $N_1 + N_2 = N_0$ ), astfel încât  $N = N_2 - N_1$  reprezintă inversia de populație creată prin pompaj (fig. 11. 16). Un flux de fotoni coerent, obținut de la un oscilator laser, având densitatea  $n_1$ , străbate mediul laser activ considerat mai sus și produce emisia stimulată a radiației. În anumite condiții are loc amplificarea fluxului de fotoni incident astfel încât fluxul de ieșire  $n_2$  este mai mare decât  $n_1$ .

Pe baza celor prezentate mai sus se poate scrie *ecuația de transport pentru fluxul de fotoni*

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -c \frac{\partial n}{\partial x} + \sigma c n (N_2 - N_1), \quad (11.79)$$

unde  $\sigma$  reprezintă secțiunea eficace de interacție a fluxului de fotoni cu un atom, pentru emisia stimulată, iar  $c$  este viteza luminii. Relația (11.79) exprimă faptul că rata de variație a densității de fotoni într-un volum dat este determinată de fluxul de fotoni care se scurge din volumul considerat plus rata netă de generare a fotonilor prin emisie stimulată în acel volum.

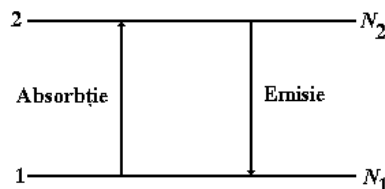


Fig. 11. 16. Reprezentarea schematică a unui sistem atomic cu două nivele energetice.

Introducând variabila  $\Phi = 2n/V_0$  care semnifică dublul densității de fotoni pe atom ecuația de transport (11.79) mai poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -c \frac{\partial \Phi}{\partial x} + N \sigma c \Phi \eta \quad (11.80)$$

unde  $\eta = \frac{N_2 - N_1}{N_0}$  reprezintă *inversia de populație relativă*.

Ținând cont de variația în timp a populațiilor  $N_1$  și  $N_2$  se poate scrie *ecuația ratelor pentru inversia de populație* sub forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(N_2 - N_1) = -N_0 \sigma c \Phi \eta. \quad (11.81)$$

Ecuțiile (11.80) și (11.81) trebuie completate cu condițiile la limită corespunzătoare. Analiza amplificării impulsurilor de radiație impune ca atât acestea cât și inversia de populație să fie definite la momentul când fasciculul optic intră în amplificator ( $t = 0$ ) și în punctul  $x = 0$ , lungimea mediului amplificator fiind  $L$ . Astfel, se poate scrie:

$$\begin{aligned} \eta(x, t < 0) &= \eta_0(x), \quad 0 < x < L \\ \Phi(0, t > 0) &= \Phi_0(t), \end{aligned} \quad (11.82)$$

adică distribuția inversiei de populație este uniformă pentru  $t < 0$ , iar densitatea fluxului de fotoni inițial este  $\Phi_0$ .

Rezolvarea sistemului nelinier de ecuații (11.80) și (11.81) se poate face utilizându-se metoda separării variabilelor obținându-se soluțiile

$$\eta(x, t) = \frac{\eta_0(x) \exp \left[ -N \sigma \int_0^{\infty} \eta_0(x') dx' \right]}{\exp \left[ N \sigma c \int_{-\infty}^{1-x/c} \Phi_0(t') dt' \right] + \exp \left[ N \sigma \int_0^x \eta_0(x') dx' \right] - 1} \quad (11.83)$$

și

$$\Phi(x, t) = \frac{\Phi_0[t - (x/c)]}{1 - \left\{ 1 - \exp \left[ -N \sigma \int_0^x \eta_0(x') dx' \right] \right\} \exp \left[ -N \sigma c \int_{-\infty}^{t-x/c} \Phi_c(t') dt' \right]}, \quad (11.84)$$

care reprezintă inversia de populație relativă respectiv densitatea de fotoni relativă în punctul  $x$  la momentul  $t$ , după intrarea impulsului de radiație în mediul amplificator.

Pentru a evidenția particularitățile de amplificare a impulsurilor coerente se consideră un impuls dreptunghiular, având durată  $\tau_0$  și densitatea de fotoni  $n_0$  (fig. 11. 17):

$$\Phi_0(t) = \begin{cases} 2n_0 / N_0 = [2 / (N_0 c)] I_0 = \text{const.}, & \text{pentru } 0 < t < \tau_0 \\ 0, & t < 0, \quad t > \tau_0, \end{cases} \quad (11.85)$$

unde  $I_0 = n_0 c$  reprezintă intensitatea fasciculului de fotoni, adică numărul de fotoni incident în unitatea de timp, pe unitatea de arie, la momentul  $t = 0$ .

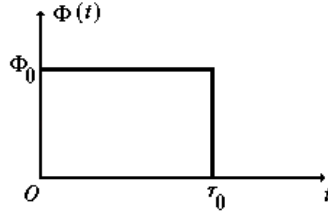


Fig. 11. 17. Reprezentarea impulsului de formă dreptunghiulară.

În cazul unui impuls de formă dreptunghiulară (relația (11.85)) intensitatea impulsului la ieșirea din mediul amplificator  $I_L(t) = I[L, t - (x/c)]$ , se calculează prin integrarea ecuației (11.84) sub forma:

$$I(x, t) = \frac{I_0}{1 - [1 - \exp(-\sigma \eta_0 N_0 x)] \exp\{-2\sigma I_0 [t - (x/c)]\}} \quad (11.86)$$

care permite calculul câștigului în putere pe tranzit al amplificatorului

$$G_P = \frac{I(L, t)}{I_0} = \frac{1}{1 - [1 - \exp(\sigma \eta_0 N_0 L)] \exp\{-2\sigma I_0 [t - (L/c)]\}} \quad (11.87)$$

Dependența de timp a câștigului se explică prin depopularea nivelului laser superior de către partea anterioară a impulsului astfel încât pentru restul impulsului mediul prezintă o inversie mai scăzută.

Amplificatorului laser poate fi caracterizat și cu ajutorul câștigului energetic total definit sub forma:

$$G_E = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} I(L, t) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} I(0, t) dt} \quad (11.88)$$

În cazul unui impuls de formă dreptunghiulară (relația (11.85)) expresia (11.88) devine:

$$G_E = \frac{1}{2\sigma I_0 \tau_0} \ln\{1 + [\exp(2\sigma I_0 \tau_0) - 1] \exp(\sigma \eta_0 N_0 L)\} \quad (11.89)$$

Dependența calitativă a câștigului în putere  $G_P$  funcție de timpul relativ,  $t' = t/\tau_0$  care specifică diferite porțiuni ale impulsului pentru două valori ale intensității  $I_0$  fasciculului de fotoni la momentul inițial este prezentată în figura 11. 18.



În figura 11. 19 a) se prezintă dependența  $G_P$  funcție de lungimea relativă,  $L_g = \frac{1}{\sigma \eta_0 N_0}$  pentru diferite porțiuni ale impulsului: (1) – frontul anterior; (2) – porțiunea centrală; (3) – frontul posterior, iar în figura 11. 19 b) este prezentată dependența câștigului în putere  $G_P$  funcție de numărul total de fotoni în amplificator pentru diferite lungimi,  $L$  ale acestuia.

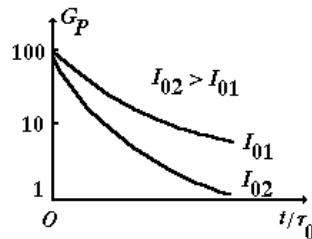


Fig. 11. 18. Dependenta calitativa a castigului in putere functie de timpul relativ.

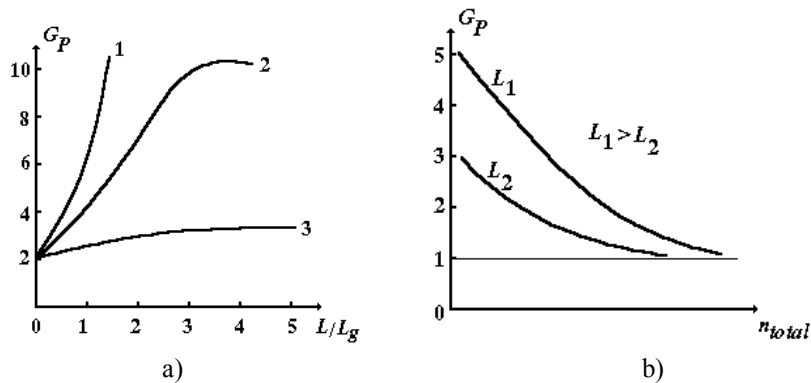


Fig. 11. 19 a), b). Dependenta calitativa a castigului in putere functie de lungimea relativa (a) și functie de numărul total de fotoni (b).

Se constată scăderea câștigului cu creșterea numărului de fotoni ca urmare a scăderii inversiei de populație, devenind egal cu unitatea pentru valori ridicate ale lui  $n_{total}$ , indiferent de lungimea amplificatorului.

Din analiza câștigului energetic rezultă: a) pentru impulsuri foarte de scurte ( $2\sigma I_0 \tau_0 \ll 1$ ) se obține o creștere exponențială a câștigului cu lungimea mediului activ,

$$G_E = \exp(\sigma \eta_0 N_0 L) = \exp(L / L_g), \quad (11.90)$$

b) pentru impulsuri de intensitate mare [ $\exp(\sigma \tau_0 I_0 \sigma) \gg 1$ ] câștigul crește liniar cu lungimea mediului amplificator

$$G_E = 1 + (\eta_0 N_0 L) / (2I_0 \tau_0) \tag{11.91}$$

și c) pentru impulsuri moderate, dar lungimi mari ale mediului amplificator apare o comportare combinată, caracterizată de câștiguri exponențiale în regiunea inițială și câștiguri liniare în regiunea finală a amplificatorului.

### 11.5.2. Tipuri de amplificatori laser

Schema de principiu a unui amplificator laser este prezentată în fig. 11. 20.

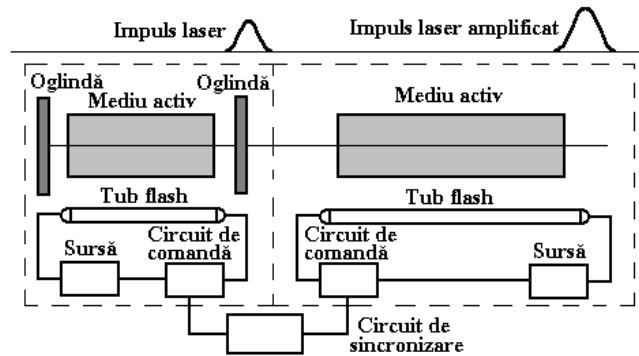


Fig. 11. 20. Schema de principiu a unui amplificator laser.

În figurile 11. 21 a), b), c) sunt prezentate schemele altor tipuri de amplificatori: cu mai multe etaje și o singură trecere (a)), cu mai multe treceri (b)) și cu reacție pozitivă (c)).

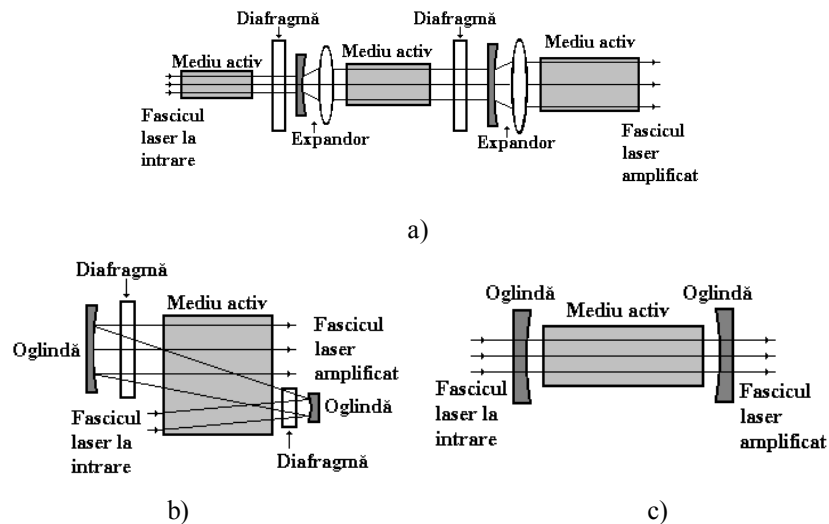


Fig. 11. 21 a), b), c). Reprezentarea schematică a amplificatorilor: cu mai multe etaje și o singură trecere (a)), cu mai multe treceri (b)) și cu reacție pozitivă (regenerativ) (c)).