

## 4. Optica fonică

### 4.1. Radiația termică

#### 4.1.1. Radiația termică și luminiscenta

Schimbul de energie dintre corpuri poate avea loc și prin *emisia* sau *absorbția radiației electromagnetice*. În urma procesului de emisie a radiației corpurile pierd energie iar în urma celui de absorbție acestea câștigă energie. Corpurile pot emite (radia) unde electromagnetice în urma conversiei diferitelor tipuri de energie. *Radiația termică* se obține în urma conversiei energiei interne în energie electromagnetică. Radiațiile emise ca urmare a conversiei oricărui tip de energie în afară de energia internă (termică) poartă numele generic de *luminiscentă* [4.1]-[4.5].

După natura energiei primare care produce excitarea luminiscenta poate fi de mai multe feluri:

- *fotoluminiscentă*, în care excitarea atomilor și moleculelor este provocată de acțiunea diferitelor radiații electromagnetice. În funcție de durata postluminiscentei se poate produce *fluorescenta* – la care emisia de lumină durează un timp foarte scurt (de ordinul  $10^{-9}$  s) după încetarea radiației excitatoare, și *fosforescenta* – la care emisia durează un timp mai îndelungat (secunde, minute, ore) după suprimarea acestora. O delimitare mai riguroasă a celor două fenomene este posibilă prin studierea procesului de luminiscentă la scară atomică.

- *catodoluminiscentă*, în care excitarea corpurilor solide se face cu un flux de electroni rapizi (ex. în tuburile catodice).

- *chemiluminiscentă*, la care luminiscenta este produsă pe seama energiei degajate în urma reacțiilor chimice de oxidare lentă (ex. fosforul în aer). Dacă reacțiile chimice sunt de natură biologică fenomenul se numește *bioluminiscentă* și este întâlnit de exemplu la licurici, unele specii de pești, moluște, cefalopode.

- *triboluminiscentă*, în care excitarea se face prin frecare, ruperea unor cristale, sau scuturare. Acest fenomen poate să apară în cazul unor cristale ca zahărul, sulfura de zinc activată cu mangan etc.

- *electroluminiscentă*, la care excitarea este produsă de câmpul electric constant sau alternativ de joasă frecvență.

Radiația termică apare la orice temperatură, dar la temperaturi coborâte

sunt emise numai undele electromagnetice având lungime de undă mare (infraroșii). În cazul unui corp emițător,  $M$ , aflat într-o incintă vidată cu pereți reflectători (fig. 4. 1) radiația emisă după direcția  $\vec{u}$  este reflectată de pereții incintei și cade din nou pe corp, care o poate absorbi total sau parțial. Deci, apare un schimb continuu de energie între corp și radiația care umple incinta. Dacă distribuția energiei între corp și radiație rămâne constantă pentru orice lungime de undă starea sistemului corp-radiație este în echilibru.

Experiența arată că singurul tip de radiație care poate fi în *echilibru* cu corpurile emițătoare este radiația termică. Toate celelalte tipuri de radiație sunt de neechilibru. Proprietatea radiației termice de a fi în echilibru cu corpurile emițătoare se datorește dependenței intensității sale de temperatură. Presupunem că echilibrul dintre corp și radiație este distrus iar corpul emite mai multă energie decât absoarbe. Energia internă a corpului scade, ceea ce conduce la o scădere a temperaturii. Aceasta va determina o reducere a energiei emise de corp. Temperatura corpului va scădea până când energia emisă de corp devine egală cu energia absorbită. Dacă echilibrul este distrus în sens invers, adică este emisă mai puțină energie decât cea absorbită, temperatura corpului va crește până la restabilirea echilibrului.

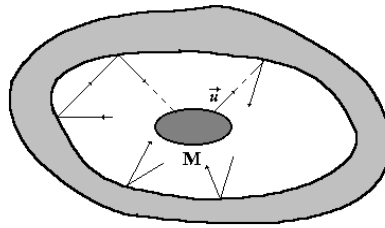


Fig. 4. 1. Reprezentarea schematică a sistemului corp-radiație.

În cazul luminiscentei situația se prezintă în mod cu totul diferit. Considerând pentru exemplificare chemiluminiscenta, în acest caz prin absorbția energiei emise în reacția chimică nu se modifică sensul în care se desfășoară reacția chimică. Dacă absorbția crește și reacția devine mai rapidă, dar în același sens. Echilibrul se stabilește doar după ce reactanții se consumă complet și radiația datorită proceselor chimice este înlocuită cu radiația termică. Deci, dintre toate tipurile de radiații, doar radiația termică poate fi în echilibru cu corpul emițător. Legile termodinamicii putându-se aplica doar stărilor și proceselor de echilibru și radiația termică verifică unele legi generale care rezultă din principiile termodinamicii.

Pentru a defini *intensitatea radiației* se consideră că radiația electromagnetică conținută în cavitatea din fig. 5. 1 se propagă în toate direcțiile cu viteza  $c$ . Se numește intensitatea radiației în punctul  $M$  (oarecare) și în direcția  $\vec{u}$ ,  $I(M, \vec{u})$  energia radiantă  $dW$  care traversează în intervalul de timp  $dt$  elementu de arie  $dS$ , (situat în jurul punctului  $M$ , perpendicular pe direcția  $\vec{u}$ ), după toate direcțiile cuprinse în unghiul solid  $d\Omega$ :

$$I(\mathbf{M}, \vec{u}) = \frac{dW}{dt dS d\Omega}. \quad (4.1)$$

Din relația (4.1) se observă că dacă starea sistemului nu este o stare de echilibru, intensitatea ar reprezenta energia  $dW$  care traversează elementul de arie  $dS$  în intervalul de timp cuprins între  $t$  și  $t + dt$ , care depinde de momentul  $t$ . La echilibru, intensitatea nu mai depinde de timp. De asemenea, se observă că dacă elementul de arie  $d\vec{S} = dS\vec{n}$  nu este perpendicular pe  $\vec{u}$ , (adică  $\vec{n} \cdot \vec{u} \neq 0$ ), în formula intensității,  $I(\mathbf{M}, \vec{u})$ , apare proiecția elementului de arie  $d\vec{S}$  pe direcția normală la  $\vec{u}$ , adică  $d\vec{S} \cdot \vec{u} = dS \cos \theta$ , unde  $\theta$  este unghiul dintre  $\vec{n}$  (normala la  $dS$ ) și  $\vec{u}$ , iar  $\vec{n} \cdot \vec{u} = \cos \theta$ .

### 4.1.2. Legile radiației termice

**Legea Kirchhoff.** G. R. Kirchhoff a demonstrat că *la echilibru termodinamic, intensitatea  $I$  a radiației nu depinde nici de punctul  $\mathbf{M}$  și nici de direcția  $\vec{u}$ , nici de natura chimică a pereților cavității și nici de forma geometrică a cavității. Singura mărime de care depinde intensitatea  $I$  este temperatura  $T$ .*

Pentru a demonstra această afirmație se consideră o a doua cavitate legată de prima, de formă geometrică arbitrară și cu pereții confecționați din orice material, dar având aceeași temperatură,  $T$ , ca și prima cavitate. În a doua cavitate se consideră un punct arbitrar  $\mathbf{M}'$  și o direcție arbitrară determinată de versorul  $\vec{u}$ . Cele două cavități fiind legate între ele, radiația se propagă între cele două cavități în ambele sensuri reflectându-se pe pereții interiori ai fiecăreia. La echilibru, energia radiantă  $dW$  care trece în intervalul de timp  $dt$  din prima cavitate, spre a doua trebuie să fie egală cu energia  $dW'$  care trece în intervalul de timp  $dt$  din a doua cavitate în prima. Dacă această egalitate nu ar avea loc, ar trece energie de la o cavitate la alta, deși au aceeași temperatură, ceea ce contravine principiului al doilea al termodinamicii. Deci,

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW'}{dt}. \quad (4.2)$$

Ținând seama de *legea sinusurilor* din optică, care poate fi scrisă sub forma

$$dS \cdot d\Omega = dS' \cdot d\Omega' \quad (4.3)$$

în urma împărțirii membru cu membru a relațiilor (4.2) și (4.3) rezultă:

$$I(\mathbf{M}, \vec{u}) = \frac{dW}{dt dS d\Omega} = \frac{dW'}{dt dS' d\Omega'} = I'(\mathbf{M}', \vec{u}). \quad (4.4)$$

Întrucât radiația la echilibru termic este *omogenă* ( $I$  este independent de  $\mathbf{M}$ ) și *izotropă* ( $I$  este independent de  $\vec{u}$ ), cele două cavități având forme diferite și pereți constituiți din materiale diferite, rezultă independența lui  $I$  de forma cavității și natura pereților.

O altă mărime care caracterizează radiația termică este *emitanța*,  $R_T$ , care reprezintă intensitatea emisă de suprafața unui corp după toate direcțiile (într-un unghi solid de  $4\pi$ ). Emitanța este o funcție universală de temperatură.

Radiația termică constă din unde care au frecvențe  $\nu$ , (sau lungimi de undă  $\lambda$ ), diferite. Dacă  $dI$  este intensitatea emisă de un corp în intervalul de frecvențe  $d\nu$ , atunci *intensitatea spectrală*  $I_\nu$  se definește cu relația:

$$I_\nu = \frac{dI}{d\nu}. \quad (4.5)$$

Asemănător, *emisivitatea spectrală* a corpului este definită prin relația:

$$r_\lambda = \frac{dR}{d\lambda} \text{ sau } r_\nu = \frac{dR}{d\nu} \quad (4.6)$$

unde  $dR$  este emitanța corespunzătoare intervalului spectral  $d\lambda$ . Între intensitate și emisivitate există relațiile:

$$R_T = \pi I \text{ și } r_\nu = \pi I_\nu. \quad (4.7)$$

Evident,

$$r_\nu d\nu = r_\lambda d\lambda \quad (4.8)$$

sau

$$r_\nu = r_\lambda \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = r_\lambda \frac{c}{\nu^2} = r_\lambda \frac{\lambda^2}{c}. \quad (4.9)$$

Dacă intensitatea  $dI$  din intervalul spectral  $d\nu$  cade pe suprafața unui corp și o parte  $dI^a$  este absorbită de corp, atunci mărimea adimensională

$$a_{\nu,T} = \frac{dI^a}{dI} \quad (4.10)$$

se numește *absorbanța* corpului. Absorbanța unui corp este funcție de frecvență și de temperatură.

Prin definiție  $a_{\nu,T} \leq 1$ . În cazul unui corp total absorbant pentru toate frecvențele  $a_{\nu,T} = 1$ . Un astfel de corp se numește *corp negru*. Un corp pentru care  $a_{\nu,T} = \text{constant} < 1$  se numește *corp cenușiu*.

Între emisivitatea și absorbanța unui corp există o relație bine definită, legea Kirchhoff: raportul dintre emisivitatea și absorbanță nu depinde de natura corpului, acesta fiind o *funcție universală de frecvență și temperatură*, aceeași pentru toate corpurile, adică:

$$\frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} = f(\nu, T). \quad (4.11)$$

Mărimile  $r_{\nu,T}$  și  $a_{\nu,T}$  pot varia între limite diferite pentru corpuri diferite, dar raportul lor este același pentru toate corpurile. Deci, dacă un corp absoarbe o cantitate de energie mai mare va emite o cantitate de energie mai mare. În cazul

unui corp negru  $a_{\nu, T} = 1$ . Astfel, din legea Kirchhoff, funcția universală  $f(\nu, T)$  este chiar emisivitatea corpului negru.

În studiile experimentale este convenabil uneori să se exprime funcția universală  $f(\nu, T)$  cu ajutorul lungimii de undă  $\lambda$  în locul frecvenței  $\nu$ , astfel:

$$f(\nu, T) = \varphi(\lambda, T) \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = \frac{c}{\nu^2} \varphi(\lambda, T) = \frac{\lambda^2}{c} \varphi(\lambda, T). \quad (4.12)$$

În natură nu există corpuri negre. Negrul de carbon și de platină au absorbanța  $a_{\nu, T}$  apropiată de unitate, într-un domeniu limitat de frecvențe. Absorbanța acestora este mult mai mică decât unitatea în domeniul infraroșu îndepărtat al spectrului. Totuși, este posibil să se construiască un dispozitiv ale cărui proprietăți să fie apropiate de acelea ale unui corp negru. Un astfel de dispozitiv este o cavitate închisă care are un orificiu foarte mic (fig. 4. 2). Radiația pătrunde prin orificiu în cavitate și se reflectă de mai multe ori pe pereții acesteia înainte de a ieși prin același orificiu.

Obținând spectrul acestei radiații cu ajutorul unei rețele de difracție și măsurând intensitatea diferitelor porțiuni ale spectrului se poate determina experimental forma funcției universale  $f(\nu, T)$  sau  $\varphi(\lambda, T)$ . Rezultatul unor astfel de experiențe este prezentat în fig. 4. 3, unde fiecare curbă este reprezentată pentru o anumită temperatură  $T$  a corpului negru. Aria închisă de curbă este proporțională cu emitanța radiantă a corpului negru la temperatura corespunzătoare.

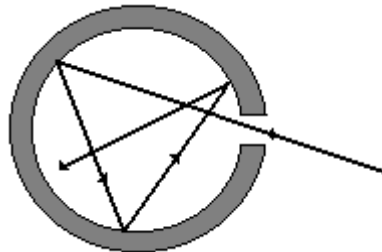


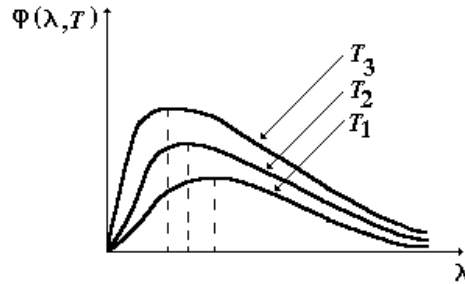
Fig. 4. 2. Reprezentarea schematică a unui corp negru.

Pentru explicarea teoretică a curbelor experimentale (fig. 4. 3) trebuie introduse două noi mărimi, și anume *densitatea de energie radiantă* și *presiunea radiației*.

**Densitatea de energie radiantă și presiunea radiației.** Energia  $dW$  care traversează în intervalul de timp  $dt$  elementul de suprafață  $dS$  sub incidență oblică  $\theta$  se găsește în cilindrul de generatoare  $c \cdot dt$ .

Volumul acestui cilindru este deci  $c \cdot \cos \theta \cdot dt \cdot dS$  (fig. 4. 4) iar *densitatea de energie radiantă*, cu direcția de propagare în unghiul solid  $d\Omega$ , este egală cu energia radiantă  $dW$  raportată la volum:

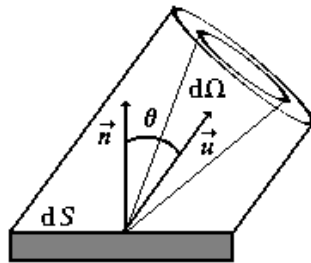
$$dw = \frac{dW}{c \cdot \cos \theta \cdot dt \cdot dS} = \frac{I}{c} d\Omega. \quad (4.13)$$



**Fig. 4. 3.** Dependența funcției universale  $\varphi(\lambda, T)$  de lungimea de undă,  $\lambda$ , pentru diferite valori ale temperaturii,  $T_1 < T_2 < T_3$ .

Întrucât la echilibru termic intensitatea radiației este independentă de direcție în urma integrării relației (4.13) după toate direcțiile de propagare se obține *densitatea totală de energie radiantă*:

$$w(T) = \frac{I(T)}{c} \int d\Omega = \frac{4\pi I(T)}{c} = \frac{4R(T)}{c}. \quad (4.14)$$



**Fig. 4. 4.** Element de volum.

Pentru deducerea relației (4.14) s-a considerat că intensitatea radiației,  $I$ , deci și densitatea de energie,  $w$ , sunt funcții numai de temperatură.

La fel ca și în cazul intensității radiației, densitatea de energie,  $w$ , se poate descompune spectral, astfel că *densitatea de energie spectrală* este definită de relația:

$$w_\nu(T) = \frac{dw}{d\nu} = \frac{4f(\nu, T)}{c}. \quad (4.15)$$

Radiația electromagnetică este caracterizată pe lângă energie și de *impuls*. Impulsul asociat unei radiații cu energia  $dW$  este egal cu  $\frac{dW}{c}$ , direcția vectorului impuls coincidând cu direcția de propagare a radiației. Impulsul radiației care cade în intervalul de timp  $dt$  pe elementul de suprafață  $dS$  este:

$$\frac{dW}{c} = \frac{I}{c} \cos\theta \cdot dt \cdot dS \cdot d\Omega. \quad (4.16)$$

Componenta normală la elementul de suprafață a impulsului se obține prin înmulțire cu  $\cos\theta$ . Raportând componenta normală a impulsului la unitatea de timp și unitatea de suprafață se obține contribuția radiației incidente, cu direcția de propagare în unghiul solid  $d\Omega$ , la presiunea radiației:  $\frac{I}{c} \cos^2\theta \cdot d\Omega$ . În urma

integrării după toate direcțiile incidente ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) se obține contribuția radiației incidente totale la presiune

$$p_{inc} = \frac{I}{c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \cos^2\theta \cdot \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{2\pi I}{c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\theta \cdot \sin\theta d\theta = \frac{2\pi I}{3c}. \quad (4.17)$$

Pentru a calcula presiunea totală a radiației trebuie să ținem seama și de reculul provocat de emisia radiației asupra peretelui cavității. Deci, la echilibru presiunea totală a radiației este dată de relația:

$$p = 2p_{inc} = \frac{4\pi I}{c} \cdot \frac{1}{3} = \frac{w(T)}{3}. \quad (4.18)$$

**Legea Stefan-Boltzmann.** În anul 1879 Joseph Stefan, (experimental), iar în 1884 Ludwig Boltzmann, (teoretic, pe baza considerațiilor termodinamice) au descoperit legea dependenței de temperatură a emitanței corpului negru:

$$R_T = \int_0^{\infty} f(\nu, T) d\nu = \sigma T^4, \quad (4.19)$$

unde  $\sigma$  este o constantă (Stefan-Boltzmann), aceasta având valoarea (găsită experimental)  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  iar  $T$  este temperatura absolută. Pentru deducerea pe baza principiilor termodinamice a dependenței de temperatură a emitanței corpului negru Boltzmann a considerat că energia internă,  $\mathcal{E}_i$  și respectiv lucrul mecanic într-un proces reversibil,  $\mathcal{L}_{rev}$  pot fi scrise sub forma:

$$\mathcal{E}_i(T) = Vw(T) \quad (4.20)$$

$$\mathcal{L}_{rev} = pdV = \frac{w(T)}{3} dV. \quad (4.21)$$

Ținând seama de relațiile (4.20) și (4.21) primul principiu al termodinamicii poate fi exprimat astfel:

$$dQ_{rev} = dE_i + pdV = Vdw + \frac{4}{3}wdV. \quad (4.22)$$

Pe baza principiului al doilea al termodinamicii:

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T} = \frac{V}{T} \frac{dw}{dT} dT + \frac{4}{3} \frac{w}{T} dV \quad (4.23)$$

unde  $S$  este entropia, (parametru de stare care are o diferențială totală exactă,

$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T}$ ), rezultă succesiv:

$$\frac{\partial}{\partial V} \left( \frac{V}{T} \frac{dw}{dT} \right) = \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{w}{T} \right), \quad (4.24)$$

$$\frac{dw}{dT} = 4 \frac{w}{T}. \quad (4.25)$$

În urma separării variabilelor din relația (4.25)

$$\frac{dw}{w} = 4 \frac{dT}{T} \quad (4.26)$$

și respectiv integrării, se obține:

$$w = aT^4 \quad (4.27)$$

Din relațiile (4.14) și (4.26) în final rezultă:

$$R_T = \frac{c}{4} w = \frac{c}{4} aT^4 = \sigma T^4. \quad (4.28)$$

**Legea Wien.** În anul 1893 Wilhelm Wien a demonstrat, pe baza teoriei electromagnetismului și a principiilor termodinamicii că funcția de distribuție spectrală trebuie să fie de forma:

$$f(\nu, T) = \nu^3 F \left( \frac{\nu}{T} \right) \quad (4.29)$$

unde  $F$  este o funcție de raportul dintre frecvență și temperatură. Relația (4.29) poate fi scrisă și cu ajutorul funcției  $\varphi(\lambda, T)$  sub forma:

$$\varphi(\lambda, T) = \left( \frac{c}{\lambda} \right)^3 F_1 \left( \frac{c}{\lambda T} \right) \frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda^5} \Psi(\lambda T) \quad (4.30)$$

unde  $\Psi(\lambda T)$  este o funcție de produsul  $\lambda T$ . Cu ajutorul relației (4.30) se poate stabili o relație între lungimea de undă,  $\lambda_m$  corespunzătoare maximului funcției  $\varphi(\lambda, T)$  și temperatura  $T$ . Pentru aceasta se derivează expresia funcției  $\varphi(\lambda, T)$  în raport cu  $\lambda$  și se anulează derivata:



$$\begin{aligned}\frac{d\varphi(\lambda, T)}{d\lambda} &= \frac{1}{\lambda^5} T\Psi'(\lambda T) - \frac{5}{\lambda^6} \Psi(\lambda T) \\ &= \frac{1}{\lambda^6} [\lambda T\Psi'(\lambda T) - 5\Psi(\lambda T)] = 0\end{aligned}\quad (4.31)$$

rezultând o ecuație care are soluția:

$$\lambda_m T\Psi'(\lambda_m T) - 5\Psi(\lambda_m T) = 0. \quad (4.32)$$

Ecuația (4.32) se poate restrânge sub forma:

$$\Phi(\lambda_m T) = 0 \quad (4.33)$$

care are soluția, cunoscută și sub numele de legea deplasării Wien:

$$\lambda_m T = b \quad (4.34)$$

unde  $b$  este o constantă (Wien) și are valoarea, (găsită experimental)

$$b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}.$$

**Formula Rayleigh-Jeans.** Fizicienii englezi Lord Rayleigh și James Jeans au încercat să deducă expresia densității de energie spectrală  $w(\nu, T)$  pe baza teoremei distribuției uniforme a energiei pe grade de libertate, din fizica statistică. Ei au făcut ipoteza că fiecărui mod de oscilație îi corespunde energia  $kT$ , unde  $k$  este constanta Boltzmann ( $\frac{kT}{2}$  pentru energia electrică și  $\frac{kT}{2}$  pentru energia magnetică a undei). Întrucât radiația termică de echilibru dintr-o cavitate este un sistem de unde staționare trebuie aflat *numărul de moduri de oscilație din unitatea de volum* a cavității; modurile de oscilație reprezentând configurații stabile ale câmpului electromagnetic din cavitate. Într-o cavitate rezonantă având dimensiunile  $a, b$  și  $d$  pot oscila doar undele cu frecvențele:

$$\nu_{lmn}^2 = \frac{c^2}{4} \left[ \left( \frac{l}{a} \right)^2 + \left( \frac{m}{b} \right)^2 + \left( \frac{n}{d} \right)^2 \right] \quad (4.35)$$

unde  $l, m$  și  $n$  sunt numere întregi. Ținând cont de relația dintre frecvență și modulul vectorului de undă:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c} \quad (4.36)$$

și că

$$\beta^2 = \beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2 \quad (4.37)$$

se poate scrie expresia frecvențelor de oscilație (4.35) sub forma:

$$\nu_{lmn}^2 = \frac{c^2}{4\pi^2} (\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2). \quad (4.38)$$

În urma identificării relațiilor (4.35) și (4.38) rezultă:

$$\beta_x = \pi \frac{l}{a}, \beta_y = \pi \frac{m}{b}, \beta_z = \pi \frac{n}{d}. \quad (4.39)$$

Reprezentând stările (modurile de oscilație) ale radiației de echilibru în spațiul vectorului de undă,  $\beta$ , se observă că fiecare stare ocupă o celulă cu laturile  $\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{b}, \frac{\pi}{d}$ . Pentru a calcula numărul modurilor de oscilație trebuie numărate în

spațiul  $\beta$  celulele cu laturile  $\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{b}, \frac{\pi}{d}$  care pot fi construite. Pentru evaluarea numărului de moduri de oscilație din cavitatea de volum  $V = abd$  cu frecvența mai mică decât o valoare  $\nu$  (cu  $\beta < \frac{2\pi\nu}{c}$ ) se construiește în spațiul  $\beta$  (axele fiind  $\beta_x, \beta_y, \beta_z$ ) o sferă de rază  $\beta$  și din cele 8 cadrane se alege doar cel cu toate coordonatele ( $\beta_x, \beta_y, \beta_z$ ) pozitive și se împarte la volumul unei celule  $\frac{\pi^3}{abd}$ . Deci, numărul de celule este:

$$N = \frac{1}{8} \frac{4\pi \left( \frac{2\pi\nu}{c} \right)^3}{\pi^3} = \frac{4\pi \nu^3}{3 c^3} V. \quad (4.40)$$

Numărul de moduri de oscilație din unitatea de volum se obține împărțind numărul de moduri de oscilație din cavitate, dat de relația (4.40), la volumul cavității și înmulțind cu numărul stărilor de polarizare (2):

$$N_\nu = \frac{8\pi \nu^3}{3 c^3}. \quad (4.41)$$

Ținând seama de relația (4.41) se poate calcula numărul de moduri de oscilație din unitatea de volum și unitatea de domeniu de frecvențe sub forma:

$$\rho(\nu) = \frac{dN_\nu}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}. \quad (4.42)$$

Astfel, densitatea de energie spectrală, calculată de Rayleigh-Jeans este dată de relația:

$$w(\nu, T) = \rho(\nu)kT = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT. \quad (4.43)$$

Ținând seama de relația (4.42) formula funcției universale devine (Rayleigh-Jeans):

$$f(\nu, T) = \frac{c}{4} w(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{4c^2} kT = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT. \quad (4.44)$$

Relația (4.44) este în acord cu experiența doar pentru frecvențe mici. Era de așteptat să nu fie verificată pentru orice frecvență, deoarece formula Rayleigh-Jeans (4.44) este în dezacord cu legea Stefan-Boltzmann, adică:

$$R_T = \int_0^{\infty} f(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu \rightarrow \infty \neq \sigma T^4. \quad (4.45)$$

Întrucât conform *formulei Rayleigh-Jeans* pentru  $\nu \rightarrow \infty$ ,  $R_T \rightarrow \infty$ , acest rezultat a purtat în fizică numele de *catastrofa ultravioletă*.

### 4.1.3. Formula Planck

În anul 1900 Max Planck reușește să stabilească forma explicită a funcției universale,  $f(\nu, T)$  în urma introducerii *ipotezei cuantelor de energie*, care este în contradicție cu fizica clasică. El a calculat densitatea de energie spectrală cu ajutorul formulei:

$$w(\nu, T) = \rho(\nu) \langle \varepsilon \rangle \quad (4.46)$$

unde  $\langle \varepsilon \rangle$  este *energia medie a oscilatorilor* care emit radiația termică. În statistica clasică, (Boltzmann), valoarea medie a energiei se calculează conform relației:

$$\langle W \rangle = \frac{\int_0^{\infty} W \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) d\Omega}{\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) d\Omega}, \quad (4.47)$$

unde  $d\Omega$  este *elementul de volum din spațiul fazelor*.

Planck a considerat că energia poate lua doar valori discrete, adică:

$$W = n\varepsilon, \quad (4.48)$$

unde  $n$  este un număr natural iar  $\varepsilon$  reprezintă *cuanta de energie*.

Datorită variației discrete a energiei, Planck a înlocuit în expresia lui  $\langle W \rangle$  integralele prin sume, astfel că:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\varepsilon \exp\left(-\frac{n\varepsilon}{kT}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{n\varepsilon}{kT}\right)}. \quad (4.49)$$

Notând cu

$$z = \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) \quad (4.50)$$

relația (4.49) devine:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\varepsilon z \sum_{n=0}^{\infty} n z^{n-1}}{\sum_{n=0}^{\infty} z^n} = \frac{\varepsilon z \frac{d}{dz} \sum_{n=0}^{\infty} z^n}{\sum_{n=0}^{\infty} z^n} \quad (4.51)$$

unde

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n = 1 + z + z^2 + \dots = \frac{1}{1-z}, \quad (4.52)$$

este o progresie geometrică având un număr infinit de termeni, cu rația  $z < 1$ . Ținând seama de suma progresiei geometrice, relația (4.51) devine:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\varepsilon z \frac{d}{dz} \left( \frac{1}{1-z} \right)}{\frac{1}{1-z}} = \frac{\varepsilon z}{1-z} = \frac{\varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)} = \frac{\varepsilon}{\exp\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right) - 1}. \quad (4.53)$$

În urma înlocuirii expresiei lui  $\langle \varepsilon \rangle$  în relația (4.46) rezultă:

$$w(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{\varepsilon}{\exp\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right) - 1}. \quad (4.54)$$

Comparând rezultatul obținut (relația (4.54)) cu expresia legii Wien (paragraful 5.5) se observă că  $\varepsilon$  trebuie să fie o funcție liniară de frecvență, adică:

$$\varepsilon = h\nu \quad (4.55)$$

unde  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  J·s este constanta Planck. Ținând seama de expresia lui  $\varepsilon$  se obține:

$$w(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}, \quad (4.56)$$

care poartă numele de *formula Planck*. De asemenea, se poate scrie:

$$f(\nu, T) = \frac{w(\nu, T)c}{4} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (4.57)$$

Formula Planck poate fi exprimată și funcție de variabilele  $\omega$  sau respectiv  $\lambda$  sub forma:

$$f(\omega, T) = \frac{h\omega^3}{8\pi^3 c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\omega}{2\pi kT}\right) - 1} \quad (4.58)$$

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}. \quad (4.59)$$

Rezultatul obținut pentru formula Planck este în concordanță cu cele experimentale (fig. 4. 5). Toate legile prezentate anterior formulei Planck se pot obține din formula Planck.

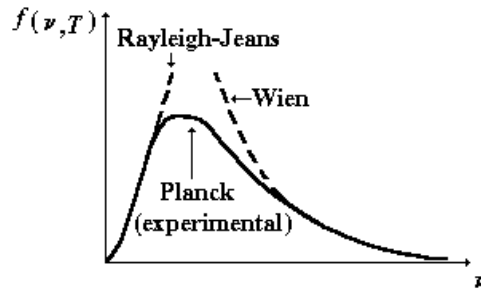


Fig. 4. 5. Dependența de frecvență a funcției universale  $f(v, T)$ .

Astfel, formula Rayleigh-Jeans rezultă din formula Planck în cazul  $h\nu \ll kT$ :

$$f(v, T) \approx \frac{2\pi v^2}{c^2} \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots - 1} = \frac{2\pi v^2}{c^2} kT. \quad (4.60)$$

Legea Wien se obține în cazul când  $h\nu \gg kT$ , adică:  $\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) \gg 1$ , iar unitatea poate fi neglijată față de exponențială:

$$f(v, T) = \frac{2\pi h v^3}{c^2} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) = v^3 F\left(\frac{v}{T}\right). \quad (4.61)$$

Legea Stefan-Boltzmann se obține integrând formula Planck pe tot domeniul de frecvențe:

$$R_T = \int_0^{\infty} f(v, T) dv = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{v^3 dv}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (4.62)$$

Pentru calculul integralei din relația (4.62) se face schimbarea de variabilă  $x = \frac{h\nu}{kT}$ . Astfel, se obține  $v = \frac{kT}{h} x$  și  $dv = \frac{kT}{h} dx$ . Ținând seama că:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\exp x - 1} = \frac{\pi^4}{15}, \quad (4.63)$$

rezultă în final:

$$R_T = \frac{2\pi h}{c^2} \left( \frac{kT}{h} \right)^4 \cdot \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\exp x - 1} = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \frac{\pi^4}{15} = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4 \quad (4.64)$$

unde

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,65465 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4} \quad (4.65)$$

este chiar constanta Stefan-Boltzmann.

Legea de deplasare Wien, care se referă la poziția maximului curbei de distribuție a energiei, se obține anulând derivata funcției  $\varphi(\lambda, T)$  în raport cu  $\lambda$ :

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^6} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1} \left[ -5 + \frac{hc}{\lambda kT} \frac{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1} \right] = 0. \quad (4.66)$$

Făcând schimbarea de variabilă

$$y = \frac{hc}{\lambda kT} \quad (4.67)$$

ecuația (4.66) devine:

$$\exp y (y - 5) + 5 = 0, \quad (4.68)$$

care, rezolvată prin metode numerice, are o singură rădăcină reală:

$$\frac{hc}{\lambda_m kT} = 4,965, \quad (4.69)$$

de unde

$$\lambda_m T = \frac{hc}{4,965k} = b = 0,2896 \cdot 10^{-2} \text{ mK}. \quad (4.70)$$

## 4.2. Pirometria optică

*Pirometria optică* cuprinde metodele utilizate pentru măsurarea temperaturilor înalte folosindu-se relațiile dintre temperatură și emitanță (totală sau spectrală). Instrumentele utilizate în acest scop poartă numele de *pirometre cu radiație totală* (care înregistrează toată radiația emisă de corpul studiat) sau *pirometre optice* (care înregistrează radiația emisă într-un domeniu îngust de frecvențe).

Metodele pirometrice pot fi aplicate pentru măsurarea temperaturii corpurilor solide, lichide și gazoase care pot fi asimilate cu o precizie foarte bună cu un corp negru și care să se găsească într-o stare de echilibru termodinamic.

Dacă se utilizează pirometria optică pentru determinarea temperaturii corpurilor care nu sunt negre și care radiază în condiții de neechilibru, trebuie să se țină seama de proprietățile acestor corpuri, adică să se facă corecții. În pirometrie se cunosc mai multe metode, funcție de legile pe care se bazează: metoda bazată pe legea de distribuție a emisivității după lungimea de undă, metoda strălucirii, metoda radiației.

#### 4.2.1. Metoda bazată pe legea de distribuție a emisivității după lungimea de undă

Curba de distribuție a emisivității corpului negru după lungimea de undă (fig. 4. 3) depinde de un singur parametru și anume de temperatură. Astfel, este suficient să determinăm lungimea de undă corespunzătoare maximului,  $\lambda_m$ , și din legea deplasării Wien (3.34) se obține temperatura:

$$T = \frac{b}{\lambda_m}. \quad (4.71)$$

Cu această metodă a fost determinată temperatura Soarelui. Maximul radiației Soarelui, ținând cont de corecțiile datorate absorbției în atmosfera terestră, este situat în apropierea lungimii de undă  $\lambda_m = 0,47 \mu\text{m}$ . Considerând Soarele un corp negru, se obține pentru temperatura învelișului exterior al acestuia valoarea  $T = 6150 \text{ K}$  (relația (1.71)).

Pentru corpurile care nu sunt negre, relația (4.71) nu corespunde temperaturii corpului,  $T$ . Temperatura determinată cu ajutorul relației (4.71) se numește *temperatură de culoare* și indică temperatura corpului negru la care radiația acestuia este cea mai apropiată din punct de vedere al culorii de radiația corpului studiat.

Determinarea lungimii de undă  $\lambda_m$  corespunzătoare maximului curbei necesită măsurarea emisivității pentru mai multe lungimi de undă apropiate de  $\lambda_m$ . Dacă  $\lambda_1, \lambda_2 < \lambda_m$  se poate folosi legea Wien (relația (4.59)) exprimată în funcție de lungimea de undă sub forma:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda kT}\right), \quad (4.72)$$

care pentru cele două lungimi de undă  $\lambda_1$  și  $\lambda_2$  devine:

$$\varphi(\lambda_1, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda_1^5} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda_1 kT}\right) \quad (4.73)$$

și

$$\varphi(\lambda_2, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda_2^5} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda_2 kT}\right). \quad (4.74)$$

Împărțind membru cu membru relațiile (4.73) și (4.74) și logaritmând rezultă:

$$\ln \frac{\varphi(\lambda_1, T)}{\varphi(\lambda_2, T)} = 5 \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{hc}{kT} \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right), \quad (4.75)$$

de unde

$$T = \frac{\frac{hc}{k} \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)}{\ln \frac{\varphi(\lambda_1, T)}{\varphi(\lambda_2, T)} - 5 \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}}. \quad (4.76)$$

Din relația (4.76) se observă că pentru a determina temperatura  $T$  trebuie cunoscut doar raportul emisivităților  $\frac{\varphi(\lambda_1, T)}{\varphi(\lambda_2, T)}$  pentru două lungimi de undă  $\lambda_1$  și  $\lambda_2$ .

Dacă se măsoară temperaturi care nu depășesc 3000 K maximul curbei se află în infraroșu, cele două lungimi de undă pentru care se măsoară emisivitățile se pot alege în domeniul vizibil ceea ce simplifică măsurătorile.

Pentru un corp care nu este negru se poate determina temperatura de culoare,  $T_c$ , punând condiția ca emisivitatea corpului studiat să coincidă cu cea corespunzătoare corpului negru pentru două lungimi de undă diferite.

#### 4.2.2. Metoda strălucirii

Această metodă se bazează pe formula Planck (4.57) din care rezultă că se poate determina temperatura  $T$  prin măsurarea emisivității la o anumită lungime de undă, dacă se poate măsura emisivitatea în mod absolut. Măsurarea absolută a emisivității fiind foarte dificilă se obișnuiește să se compare emisivitatea corpului cu una cunoscută. Pentru aceasta se folosește *pirometrul cu dispariția filamentului* (fig. 4. 6).

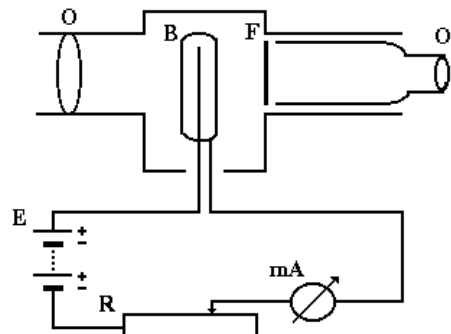


Fig. 4. 6. Pirometrul cu dispariția filamentului.



Aparatul este format dintr-o lunetă cu obiectivul O și ocularul O'. În planul focal al obiectivului O se obține imaginea suprafeței corpului studiat (emisivitatea imaginii este proporțională cu cea a obiectivului). În planul focal al obiectivului O se așează un bec B, cu balonul din sticlă transparentă, iar în ocularul O' se observă simultan imaginea suprafeței corpului studiat și filamentul becului.

Filtrul optic F separă o zonă spectrală îngustă, de obicei în zona roșie a spectrului, în jurul valorii  $\lambda = 0,66 \mu\text{m}$ . Cu ajutorul reostatului R se poate varia curentul prin bec până când se obține egalarea emitanțelor filamentului și a corpului studiat. Aparatul este etalonat cu ajutorul unui corp negru, astfel că măsurând intensitatea curentului pentru care se egalează emisivitățile obiectului cu cea a filamentului pirometrului se poate determina temperatura corpului. Dacă corpul studiat este negru temperatura determinată este cea reală, iar dacă corpul nu este negru temperatura se numește *temperatură de strălucire*.

### 4.2.3. Metoda radiației

Această metodă se bazează pe măsurarea emitanței corpului din legea Stefan-Boltzmann (4.19) din care se poate calcula temperatura

$$T = 4 \sqrt{\frac{R_T}{\sigma}} \quad (4.77)$$

Pentru determinarea emitanței corpului se utilizează *pirometrele cu radiație* (fig. 4. 7).

În dispozitivul din fig. 4. 7 L este o lentilă, ab este un termocuplu, iar mV este un milivoltmetru care măsoară tensiunea pe termocuplu.

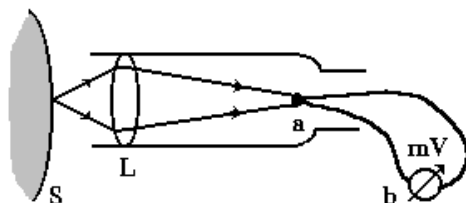


Fig. 4. 7. Pirometrul cu radiație.

Pirometrul se reglează în așa fel încât să se vizeze întreaga suprafață S a corpului incandescent, iar imaginea se formează în punctul unde este plasat termocuplul. Indicațiile milivoltmetrului sunt proporționale cu emitanța.

## 4.3. Fenomene în care se manifestă structura corpusculară a radiației electromagnetice

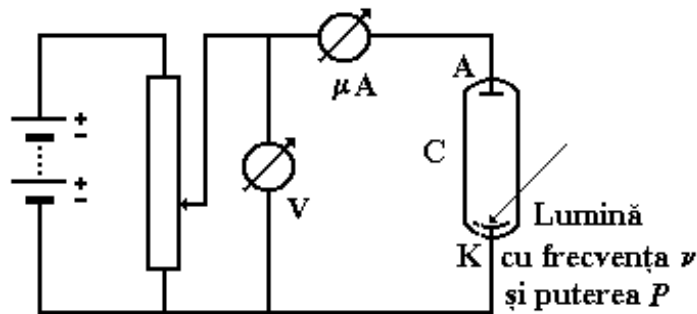
Primele fapte experimentale care au impus o revizuire radicală a teoriei Maxwell-Lorentz și o *revenire* la vechea teorie corpusculară a lui Newton sunt *efectul fotoelectric* și *efectul Compton*.

### 4.3.1. Efectul fotoelectric

*Efectul fotoelectric este interpretat ca un transfer de energie de la cuanta de lumină (foton) la electron, sau, o ciocnire-foton electron cu anihilarea fotonului.*

**Efectul fotoelectric la metale.** Pentru prima dată efectul fotoelectric a fost pus în evidență de Heinrich Hertz în anul 1887. El a constatat că în urma iluminării unei sfere încărcată negativ a unui eclator cu radiația provenită de la un arc descărcarea dintre cele două sfere apare mai rapid pentru un potențial dat.

Studiul *efectului fotoelectric extern* poate fi făcut și cu ajutorul montajului experimental prezentat în fig. 4. 8. Celula C, confecționată din cuarț pentru a fi transparentă și în ultraviolet este vidată și circuitul este închis de sarcinile electrice smulse de radiațiile luminoase din catodul K și culese de anodul A. Experimental se măsoară dependența intensității curentului electric de tensiunea aplicată  $U$ , intensitatea luminoasă  $P$  și frecvența radiațiilor luminoase  $\nu$ .



**Fig. 4. 8.** Montajul experimental utilizat pentru studiul efectului fotoelectric.

Experimental se obțin rezultatele prezentate mai jos.

a) Măsurându-se intensitatea curentului electric care traversează celula funcție de tensiunea  $U$  a electrodului colector (A) la o frecvență  $\nu$  constant și luând intensitatea luminoasă ca parametru, se obține o proporționalitate între *curentul de saturație*,  $I_s$  și *fluxul luminos*,  $P$  care cade pe catodul celulei (fig. 4. 9):

$$I_s = C_1 P. \quad (4.78)$$

Se constată că atunci când  $U \rightarrow 0$ ,  $I$  scade fără a se anula când  $U = 0$ . Intensitatea curentului se anulează doar pentru o valoare negativă a tensiunii,  $U_0$  care nu depinde de fluxul luminos pentru o frecvență constantă. În fig. 4. 10 este prezentată dependența curentului de saturație,  $I_s$ , funcție de fluxul luminos,  $P$ .

b) Menținând fluxul luminos,  $P$  constant și variind curentul  $I$  funcție de tensiunea aplicată,  $U$  și având frecvența  $\nu$  ca parametru se constată că tensiunea inversă,  $U_0$  crește liniar cu frecvența  $\nu$  :

$$U_0 = C_2 \nu . \quad (4.79)$$

Panta dreptei din fig. 5. 8 este o constantă independentă de condițiile experimentale și de materialul catodului, iar *frecvența de prag*,  $\nu_p$  depinde de material.

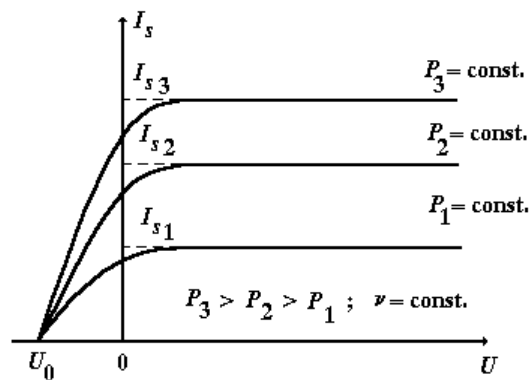


Fig. 4. 9. Dependența curentului,  $I_s$  de tensiunea aplicată celei  $U$  .

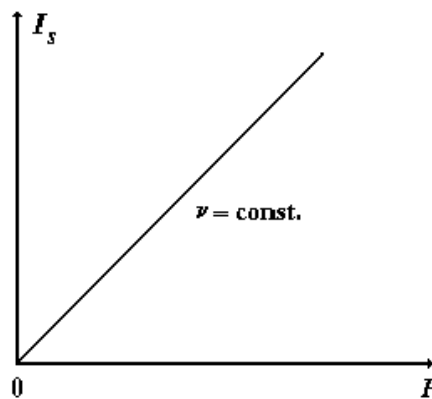


Fig. 4. 10. Dependența curentului de saturație,  $I_s$  de fluxul luminos,  $P$  incident pe celulă.

c) Din fig. 4. 9 se observă că  $U_0$  are valoarea zero pentru o valoare de prag a frecvenței  $\nu_p$ . Sub această valoare a frecvenței nu apare efectul fotoelectric.

d) Emisia fotoelectrică este *instantanee*. Timpul scurs de la iluminare până la emisia *fotoelectronilor* este mai mic decât  $3 \cdot 10^{-9}$  s (experiențele efectuate de Kerr și Lawrence).

Aceste rezultate experimentale se explică ușor dacă se admite ipoteza sugerată de Einstein în anul 1905 că efectul fotoelectric reprezintă un transfer de energie de la un foton la un electron. Bilanțul energetic al acestui proces se poate scrie sub forma:

$$h\nu = \mathcal{L}_{ext} + \frac{1}{2}mv^2 \quad (4.80)$$

unde  $\mathcal{L}_{ext}$  reprezintă *lucrul de extracție* al metalului. Această energie (lucru de extracție) poate fi măsurată cu ajutorul fenomenului de *emisie termoelectronică*, pentru care se cunoaște legea experimentală Richardson:

$$I_s = AT^2 \exp\left(-\frac{\mathcal{L}_{ext}}{kT}\right) \quad (4.81)$$

unde  $I_s$  este curentul de saturație,  $k$  este constanta Boltzmann,  $T$  reprezintă temperatura, iar  $A$  este o constantă.

Notând cu  $\mathcal{L}_{ext} = h\nu_p$  și înlocuind în formula Einstein (4.80) rezultă:

$$h(\nu - \nu_p) = \frac{1}{2}mv^2 = e|U_0|, \quad (4.82)$$

relație ce corespunde rezultatului experimental din fig. 4. 11. Evaluând panta dreptei  $|U_0| = f(\nu)$  (fig. 4. 11), care este  $\frac{h}{e}$ , se poate determina constanta Planck. În tabelul 4. 1 sunt date valorile lucrului de extracție pentru câteva metale.

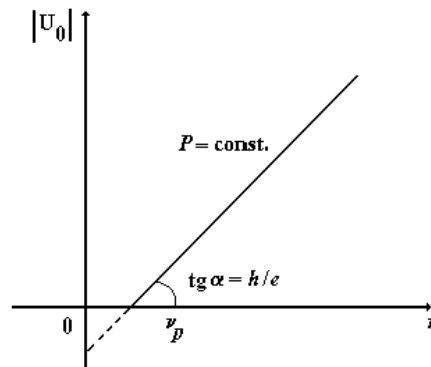


Fig. 4. 11. Dependența tensiunii inverse,  $U_0$  de frecvența radiației incidente,  $\nu$ .

Se obișnuiește să se definească *sensibilitatea* unei celule fotoelectrice ca raportul dintre curentul de saturație,  $I_s$  și fluxul luminos,  $P$ . Considerând că fiecare foton incident eliberează câte un electron, astfel că numărul de fotoni care

sosesc pe secundă la anod este  $N = P/h\nu$ , iar intensitatea curentului de saturație este  $I_s = Ne$ , sensibilitatea teoretică se exprimă prin:

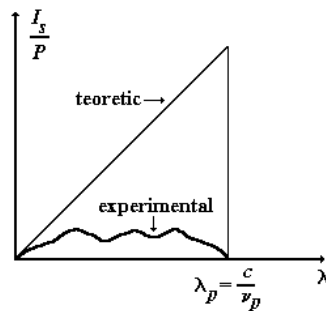
$$\frac{I_s}{P} = \frac{Ne}{Nh\nu} = \frac{e}{h\nu} = \frac{e}{hc} \lambda. \quad (4.83)$$

**Tabel 4. 1.**

Metal	Cs	Rb	K	Na	Ca	Mg	Zn	Ni	Fe
Lucru de extracție (eV)	2,1	2,2	2,4	2,5	2,3	2,4	3,4	5,0	4,8

În fig. 4. 12 sunt prezentate dependențele de lungimea de undă atât a sensibilității teoretice cât și a celei experimentale. Se observă o diferență esențială între sensibilitatea teoretică și cea experimentală pentru că în realitate nu toți fotonii incidenti reușesc să smulgă câte un electron, majoritatea fotonilor transferând energia lor agitației termice din catod, care se încălzește. Notând randamentul cuantic  $\eta$  ca raportul dintre numărul de fotoni eficienți (care scot un electron) și numărul de fotoni incidenti expresia sensibilității (4.83) devine:

$$\frac{I_s}{P} = \frac{ne}{N\hbar\omega} = \eta \frac{e}{hc} \lambda. \quad (4.84)$$



**Fig. 4. 12.** Graficul sensibilității teoretice și a celei experimentale funcție de lungimea de undă.

Valorile obișnuite ale randamentului cuantic sunt cuprinse în intervalul  $1/5 \div 1/500$ . Randamentul cuantic real,  $\eta_r$ , depinde de lungimea de undă,  $\lambda$  (fig. 4. 13), teoria coerentă a acestuia nefiind încă elaborată.

### 4.3.2. Receptori optici

**Celulele fotoelectrice.** Efectul fotoelectric extern stă la baza funcționării *celulelor fotoelectrice* care au largi aplicații în fotometrie, automată, cinematografie, etc.

Fotoelementele au în componența lor un element numit *fotocatod* care emite electroni sub acțiunea radiației.

Fotocatodul este fie un electrod metalic acoperit cu unul sau mai multe straturi de substanțe cu proprietăți fotoelectrice remarcabile, fie un strat de astfel de substanțe depus pe suprafața interioară a sticlei sau a ferestrei izolatoare prin care radiația intră în tubul vidat.

Celulele fotoelectrice furnizează un semnal electric care este proporțional cu fluxul radiației incidente.

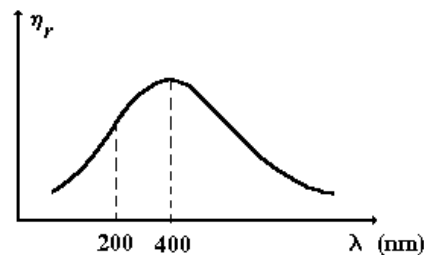


Fig. 4. 13. Graficul randamentului cuantic real funcție de lungimea de undă.

**Fotocatozii.** Ținând seama de legile efectului fotoelectric extern se poate aprecia că un bun fotocatod trebuie să aibă o valoare mică a lucrului de extracție. Întrucât suprafețele metalelor pure nu satisfac această condiție, de obicei suprafața unui metal (de exemplu: wolframul, argintul) se acoperă cu straturi monomoleculare de ioni ai metalelor alcaline, obținându-se prin oxidarea parțială a stratului de metal alcalin o îmbunătățire a performanțelor fotocatodului.

Pentru obținerea unor randamente ridicate trebuie ca pe lângă utilizarea unor materiale cu valori mici ale lucrului de extracție și fenomenul de fotoexcitare să se producă în interiorul materialului până la o adâncime de câteva zeci de nanometri. Electronii excitați în banda de conducție trebuie să aibă suficientă energie cinetică pentru a difuza la suprafața materialului și a părăsi catodul. De asemenea, materialele utilizate trebuie să aibă o conductibilitate electrică bună care să permită neutralizarea sarcinii electrice acumulate prin fotoemisie. În caz contrar, sarcina electrică pozitivă de pe catod va împiedica emisia de fotoelectroni.

Răspunsurile spectrale ale fotocatozilor se caracterizează printr-un număr notat de obicei cu  $S$ . Unei anumite valori întregi a lui  $S$  îi corespunde o anumită curbă de sensibilitate spectrală.

Printre primele tipuri de fotocatozi se numără: fotocatodul Ag-O-Cs ( $S-1$ ) care are cel mai mic lucru de extracție dintre toți fotocatozii comercializați, putând fi utilizat până la lungimi de undă de 1700 nm și fotocatodul Sb-Cs, care are o sensibilitate spectrală de trei ori mai mare decât primul. Întrucât acești fotocatozi se caracterizează prin valori mari ale curenților de întuneric, aceste neajunsuri pot fi reduse în parte prin folosirea unor materiale compuse din elemente din coloanele a III-a și a V-a ale sistemului periodic (de exemplu: GaAs, InGaAs). De asemenea, se poate obține o sensibilitate radiantă mult mărită a acestor tipuri de fotocatozi.

Foarte des utilizați sunt și catodii semitransparenți și catodii opaci ale căror caracteristici sunt superioare primelor tipuri. Utilizarea catodilor semitransparenți permite construcția de tuburi cu caracteristici de cuplaj optic superior, lumina fiind incidentă pe o parte a fotocathodului iar emisiile de electroni realizându-se pe cealaltă parte.

**Caracteristicile fotoemisiiei.** a) *Sensibilitatea radiantă* se definește ca raportul dintre intensitatea curentului electric (exprimat în amperi) și puterea radiației incidente (exprimată în wați). Sensibilitatea radiantă depinde de lungimea de undă a radiației incidente. Curba de variație a sensibilității radiante se numește curbă de răspuns spectral. În fig. 4. 14 sunt prezentate câteva curbe de răspuns spectral ale fotocathozilor mai des utilizați.

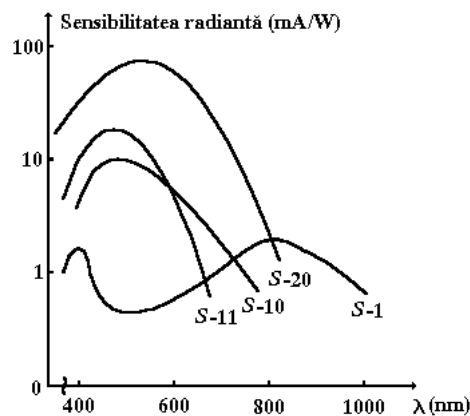


Fig. 4. 14. Curbe de răspuns spectral ale fotocathozilor.

b) *Sensibilitatea luminoasă* se definește ca raportul dintre intensitatea curentului electric (exprimat în amperi) și fluxul luminos (exprimat în lumeni). Fiind vorba de fluxul luminos total nu se poate obține o curbă de răspuns total.

c) *Emisia termoionică* din fotocathod la temperatura sa de funcționare este un factor perturbator întrucât generează curentul de întuneric.

d) *Viteza*. Întrucât întârzierea emisiilor de fotoelectroni din momentul când radiația atinge suprafața catodului este mai mică decât  $10^{-12}$  s, aceasta poate fi neglijată în comparație cu timpul de tranzit al electronilor de la catod la anod.

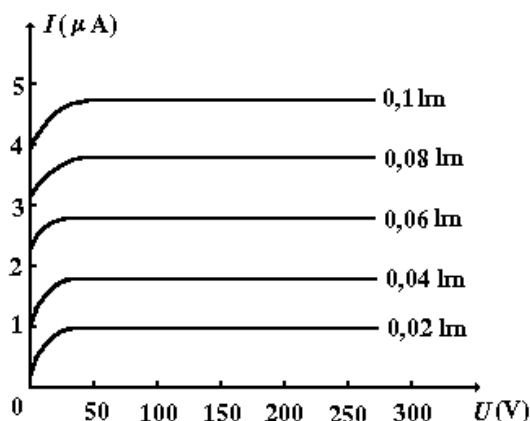
e) *Efecte de temperatură*. Fotoemisia este independentă de temperatură.

f) *Oboseala* se manifestă prin scăderea sensibilității fotocathozilor în urma funcționării lor timp îndelungat sub acțiunea unor radiații intense. Fenomenul de oboseală devine semnificativ când fotoelementul implică densități de curent mai mari de  $10 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ .

g) *Zgomotul* datorat curentului electric din fotocathod nu constituie un factor perturbator important, excepție făcând fotomultiplicatorii.

**Celule fotoelectrice cu vid.** *Celulele fotoelectrice cu vid* sunt alcătuite dintr-un tub de sticlă optică în care se plasează fotocatodul și anodul colector în așa fel încât folosind o geometrie potrivită a montajului să se realizeze un cuplaj optic cât mai bun în vederea colectării tuturor fotoelectronilor emiși de catod. În interiorul tubului se realizează un vid înaintat. Utilizând astfel de montaje sensibilitatea celulei fotoelectrice este aproximativ egală cu cea a fotocatodului.

Caracteristica volt-amperică a celulei fotoelectrice este determinată de curentul electric la anod,  $I$  și de diferența de potențial dintre anod și catod  $U$ . În fig. 4. 15 este prezentată caracteristica curent-tensiune în cazul unei diode cu vid de tip Sb-Cs pentru mai multe valori ale fluxului luminos incident (exprimat în lumeni).



**Fig. 4. 15.** Caracteristica curent-tensiune în cazul unei diode cu vid de tip Sb-Cs pentru mai multe valori ale fluxului luminos incident.

Din fig. 4. 15 se constată că intensitatea curentului electric crește rapid cu creșterea tensiunii până la valoarea de aproximativ 20 V după care creșterea este foarte lentă.

Fotoelectronii emiși de catod (după o lege cosinusoidală) au un anumit impuls, o parte din aceștia putând ajunge la anod și în absența câmpului electric. Întrucât fotoelectronii emiși astfel nu sunt direcționați exact pe direcția anodului valoarea curentului electric este foarte mică. Odată cu creșterea diferenței de potențial dintre anod și catod un număr tot mai mare de fotoelectroni cad pe anod determinând creșterea rapidă a curentului electric. Pentru tensiuni mai mari de 20 V creșterea lentă a intensității curentului electric se realizează fie printr-o creștere lentă a randamentului de colectare fie pe seama efectului Schottky.

**Celule fotoelectrice cu gaz.** Pentru a obține creșterea intensității curentului electric la anodul celulei fotoelectrice corespunzător aceleiași valori a fluxului incident de radiație se introduce în tub un gaz inert (argon) la o presiune de  $10^{-1} \div 5 \cdot 10^{-1}$  torr. În acest caz creșterea curentului este determinată de procesul de multiplicare electronică.



Considerând că  $n_0^-$  este numărul fotoelectronilor emiși într-o secundă de către catod sub acțiunea fluxului incident de radiație,  $\alpha$  este numărul perechilor electron-ion pe unitatea de distanță datorită interacției electronului cu atomii gazului iar  $n_x^-$  este numărul electronilor situați la distanța  $x$  față de catod, atunci numărul perechilor electron-ion care sunt generați pe distanța  $dx$  este:

$$dn^- = n^- \alpha dx. \quad (4.85)$$

În urma integrării relației (4.85) se obține numărul de electroni de la anod:

$$n_d^- = n_0^- \exp(\alpha d) \quad (4.86)$$

unde  $d$  este distanța dintre anod și catod. Curentul electric al celulei fotoelectrice cu gaz, determinat de fluxul de electroni care cad pe anod se poate scrie ținând seama de relația (4.85) sub forma:

$$I = I_0 \exp(\alpha d) \quad (4.87)$$

unde  $I_0$  este curentul inițial la catod iar  $\alpha d$  reprezintă numărul mediu de ionizări produse de un fotoelectron pe distanța  $d$ . În fig. 4. 16 este prezentată caracteristica curent-tensiune a unei celule fotoelectrice cu gaz pentru diferite valori ale fluxului luminos (exprimat în lumeni). Valoarea factorului  $\exp(\alpha d)$  din relația (4.87) nu depășește valoarea de 10 pentru tensiunea nominală.

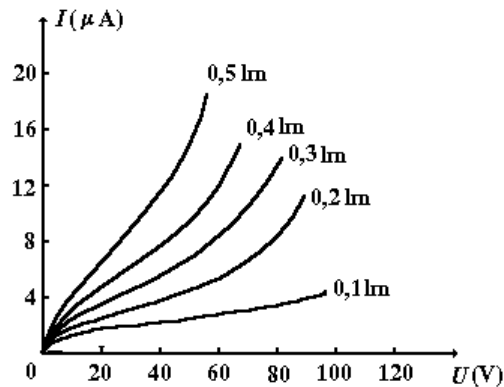


Fig. 4. 16. Caracteristica curent-tensiune a unei celule fotoelectrice cu gaz pentru diferite valori ale fluxului luminos.

**Fotomultiplicatorii.** Creșterea curentului electric la anodul celulei fotoelectrice, pentru aceeași valoare a fluxului incident de radiație mai poate avea loc și pe baza fenomenului de emisie electronică secundară, folosind detectorii de radiație numiți fotomultiplicatori.

Emisia electronilor secundari este determinată de procesul de ieșire a electronilor din suprafața unui corp solid, bombardată cu particule oarecare (electroni în cazul fotomultiplicatorilor). Când electronii care lovesc suprafața

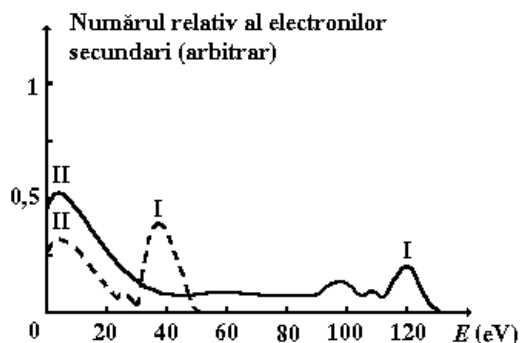
solidului au viteze mari numărul electronilor care părăsesc suprafața, într-o secundă devine mai mare decât numărul electronilor care ajung pe această suprafață în același interval de timp. Pentru a putea observa emisia electronilor secundari dintr-un electrod oarecare, câmpul electric la suprafața electrodului trebuie să transporte electronii reflectați și electronii secundari la un electrod special numit colector.

Numărul electronilor secundari depinde de energia electronului incident și de materialul bombardat. Energia adevăraților electroni secundari este de  $\sim 2$  eV și nu variază semnificativ cu energia electronului incident sau natura materialului.

Coeficientul de emisie secundară  $\delta$ , definit ca raportul dintre numărul total de electroni reflectați și emiși și numărul electronilor incidenti (primari) caracterizează fenomenul de emisie secundară. Coeficientul  $\delta$  crește rapid cu creșterea energiei electronilor incidenti, de la valoarea de prag, atinge o valoare maximă pentru energii de ordinul sutelor de eV și apoi scade relativ lent pentru energii foarte mari. Sub incidență normală valoarea maximă a coeficientului  $\delta$  este de  $1 \div 4$  pentru majoritatea metalelor bine degazate. Pentru metale alcaline pure coeficientul  $\delta$  are valori mici (de exemplu pentru potasiu  $\delta < 1$ ) deși energia de extracție este mică.

Coeficientul  $\delta$  crește odată cu creșterea unghiului de incidență până la valoarea de  $70^\circ$  întrucât electronii primari pătrund în solid suficient de adânc până să-și cheltuiască toată rezerva de energie în exces, în comparație cu energia medie a electronilor din banda de conducție. Pentru valori mari ale unghiului de incidență, locul în care electronul pierde toată energia suplimentară este mai aproape de suprafață decât la incidența normală.

Cu toate că energia adevăraților electroni secundari este de  $\sim 2$  eV și nu variază cu energia electronilor incidenti sau cu natura materialului bombardat, experimental s-a obținut distribuția energetică a electronilor secundari pentru energiile electronilor primari de 125 eV (curba continuă) și respectiv 37 eV (curba punctată) din fig. 4. 17.



**Fig. 4. 17.** Distribuția energetică a electronilor secundari pentru energiile electronilor primari de 125 eV (curba continuă) și respectiv 37 eV (curba punctată).

Maximele (I) ale fiecărei curbe se datoresc electronilor reflectați, care după reflexie și-au conservat energia inițială iar celelalte maxime de pe cele două curbe corespund electronilor reflectați care au pierdut parțial energie prin producerea de raze X moi. Maximele (II) corespunzătoare valorii de aproximativ 2 eV sunt determinate de adevărații electroni liberi.

Fenomenul de multiplicare electronică prin folosirea mai multor etaje de amplificare care stă la baza funcționării fotomultiplicatorilor este prezentat schematic în fig. 4. 18.

Fasciculul de electroni emiși de catodul C ajunge la primul emitor,  $D_1$ . De aici curentul de electroni secundari amplificat de  $\delta$  ori ajunge pe al doilea emitor,  $D_2$  și apoi pe al treilea,  $D_3$  emitor ș. a. m. d.

De pe ultimul emitor, al  $n$  - lea, se obține un curent amplificat de  $n$  ori, care este captat de anod. Pentru accelerarea electronilor între doi electrozi succesivi, de-a lungul tubului se aplică o tensiune de  $\sim 2$  kV, obținându-se amplificări de ordinul  $10^6 \div 10^7$ . Electrozii de multiplicare se numesc dinode. Fotomultiplicatorul trebuie astfel construit încât să permită luminii să cadă pe catod iar fotoelectronii să fie colectați de prima dinodă, cu o energie corespunzătoare unui anumit coeficient de amplificare. Celelalte dinode și anodul trebuie astfel așezate și alimentate cu tensiune, astfel încât un anumit electrod să poată colecta toți electronii secundari emiși de electrodul precedent și să multiplice mai departe curentul electric.

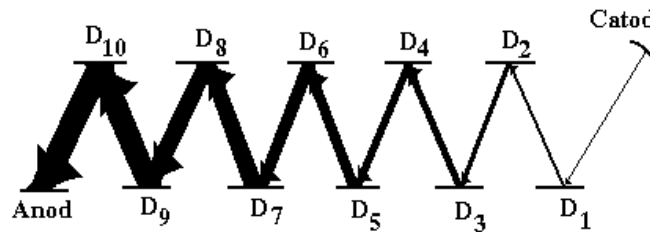


Fig. 4. 18. Reprezentarea schematică a unui fotomultiplicator.

Schema de alimentare a dinodelor precum și geometria acestora sunt prezentate în fig. 4. 19. Superioritatea principală a fotomultiplicatorilor față de celelalte celule fotoelectrice și față de ceilalți detectori optici, în general, constă în obținerea unor valori foarte mari pentru factorul de amplificare,  $M$ .

Pentru tensiuni de  $60 \div 120$  V pe treaptă de amplificare, factorii de amplificare iau valori de  $2,5 \div 4$  pe treaptă de amplificare. Dacă de exemplu, numărul de dinode este egal cu 10 ( $N = 10$ ) iar factorul de amplificare pentru fiecare treaptă de amplificare este egal cu 4 ( $g = 4$ ) atunci factorul de amplificare  $M$  al fotomultiplicatorului este

$$M = g^N \sim 10^6. \quad (4.88)$$

În cazul fotomultiplicatorilor valoarea maximă a curentului electric este limitată de curentul anodic și poate fi de ordinul zecilor de miliamperi.

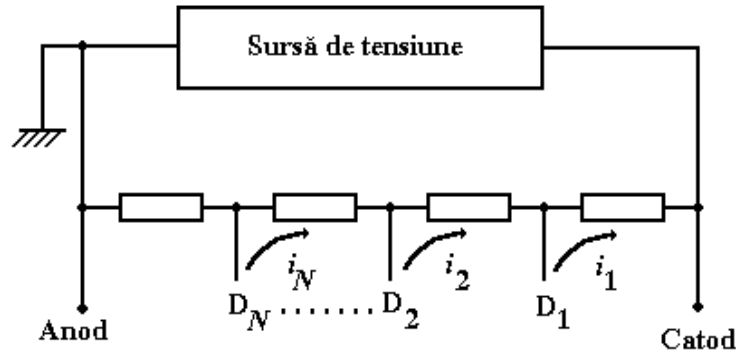


Fig. 4. 19. Schema de alimentare a dinodelor și geometria acestora.

Un anumit dezavantaj al fotomultiplicatorilor față de celulele fotoelectrice este legat de timpul de răspuns al acestora, la semnalele luminoase aplicate.

**Efectul fotoelectric la atomii izolați.** Într-un metal atomii sunt legați între ei prin forțe, formând un corp solid. Electronii periferici ai atomilor sunt aproape liberi. Efectul fotoelectric se observă și la atomii izolați, adică în gaze.

Când se iradiază atomii unui gaz cu lumină ultravioletă (lungime de undă foarte mică) se observă apariția unor electroni în regiunea respectivă. Atomii din care au fost smulși fotoelectronii formează ioni pozitivi care pot fi puși în evidență prin spectroscopia de masă. Se spune că are loc *fotoionizarea* gazului. Un foton cu energia  $h\nu$  al unei incidente poate smulge un electron dintr-un atom doar dacă îi cedează acestuia o energie superioară lucrului de ieșire al electronului din atom, adică:

$$h\nu > W_i = h\nu_i = \frac{hc}{\lambda_i}, \quad (4.89)$$

unde  $W_i$  reprezintă *energia de ionizare*. În tabelul 5. 2 sunt prezentate valorile pragului  $\lambda_i$  corespunzătoare fotoionizării în cazul metalelor alcaline și gazelor rare.

**Efectul fotoelectric cu radiații X.** În cazul efectului fotoelectric produs de radiații optice energiile puse în joc sunt de ordinul a câțiva eV. Efectul fotoelectric se poate produce și sub acțiunea razelor X a căror energie este de ordinul keV. În anul 1922 Maurice de Broglie a ajuns în urma studiului proprietăților fotoelectronilor obținuți cu *raze X* la următoarele concluzii:

a) *Spectrul vitezelor fotoelectronilor este discontinuu.* Deci pentru fiecare electron al atomului există o *energie de legătură* bine determinată. Acest spectru de energie constituie *nivelele de energie* ale atomului.

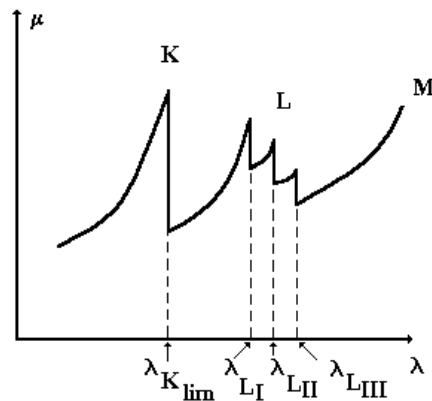
b) Folosind substanțe moleculare, el a constatat că de fiecare dată a obținut fotoelectronii X ai atomului și nu ai moleculei, indiferent de combinația chimică în care se afla atomul. Adică, *efectul fotoelectric X este independent de natura combinației chimice*, ceea ce sugerează că fotoelectronii X sunt smulși de pe straturile inferioare ale atomului. Doar energiile de legătură ale *electronilor profunzi* ai atomului sunt independente de legăturile chimice. Acestea influențează doar *electronii periferici*.

**Tabel 5. 2.**

Atom	Cs	Rb	K	Na	Li	Xe	Kr	Ar	Ne	He
$\lambda_i \left( \overset{\circ}{\text{A}} \right)$	3184	2968	2856	2412	2300	1022	885	787	575	504

c) Spectrul de absorbție X al unui anumit element are discontinuități pentru anumite frecvențe (fig. 4. 20), a căror poziție depinde foarte puțin de natura chimică a corpului studiat. Coeficientul de absorbție reprezentat pe ordonata din fig. 4. 20 este definit de relația:

$$\mu = -\frac{1}{I} \frac{dI}{dz}. \quad (4.90)$$



**Fig. 4. 20.** Spectrul de absorbție X.

În cazul efectului fotoelectric cu raze X ecuația Einstein (4.80) se scrie astfel:

$$h\nu = \mathcal{L}_{ext} + W_K + \frac{1}{2} m v_K^2 \quad (4.91)$$

unde  $\mathcal{L}_{ext}$  este lucrul de extracție,  $W_K$  este energia de ionizare corespunzătoare electronului de pe nivelul K (cel mai apropiat de nucleu), iar  $v_K$  este viteza electronului K. În realitate  $\mathcal{L}_{ext}$  (câțiva eV)  $\ll W_K$  ( $\sim 10^3$  eV), astfel că putem aproxima relația (4.91) sub forma:

$$h\nu \approx W_K + \frac{1}{2}mv_K^2 \quad (4.92)$$

sau

$$h(\nu - \nu_{K_{lim}}) \approx \frac{1}{2}mv_K^2 \quad (4.93)$$

unde  $\nu_{K_{lim}} = \frac{W_K}{h}$ .

Electronul K, cel mai legat de atom, fiind cel mai apropiat de nucleu, nu poate fi scos din atom decât dacă  $\nu > \nu_K$ , ceea ce este în concordanță cu datele experimentale. Valoarea  $\nu_{K_{lim}} = \frac{W_K}{h}$  coincide cu prima frecvență a discontinuităților spectrului de absorbție X. Aceste concluzii sunt utile și la înțelegerea modului de distribuție a nivelelor energetice din atom și a tranzițiilor atomice (schimburilor energetice) între aceste nivele.

**Efectul Auger.** Efectul fotoelectric al razelor X crează *vacanțe* (locuri libere) în păturile interne ale atomului. Ca efect al rearanjării electronilor pe nivelele energetice pentru umplerea acestor vacanțe apare *efectul Auger*. Astfel, dacă energia fotonului incident este  $h\nu$  relația lui Einstein (4.3) se scrie sub forma:

$$h(\nu - \nu_K) = \frac{1}{2}mv^2 \quad (4.94)$$

și apare o vacanță K (lipsa unui electron în pătura K). Această vacanță K este umplută de un electron L, creându-se o vacanță L. Electronul L, când trece pe pătura K, pierde energia:

$$W_{KL} = h(\nu_K - \nu_L). \quad (4.95)$$

Energia pierdută de electronul L este eliberată sub forma unui foton cu energia:

$$W_{KL} = h\nu_{KL}. \quad (4.96)$$

sau este transferată unui alt electron de pe pătura L, care este expulzat cu energia cinetică

$$W_c = W_{KL} - W_L = h(\nu_K - 2\nu_L). \quad (4.97)$$

Astfel, apare un *efect fotoelectric indirect*, adică fotonul incident provoacă emisia succesivă, de către același atom, a doi electroni, unul K și unul L, care generează efectul Auger. Procesul poate continua, prin umplerea vacanței L cu un electron M, ș. a. m. d. Dacă frecvența  $\nu$  a fotonului incident este mai mică decât

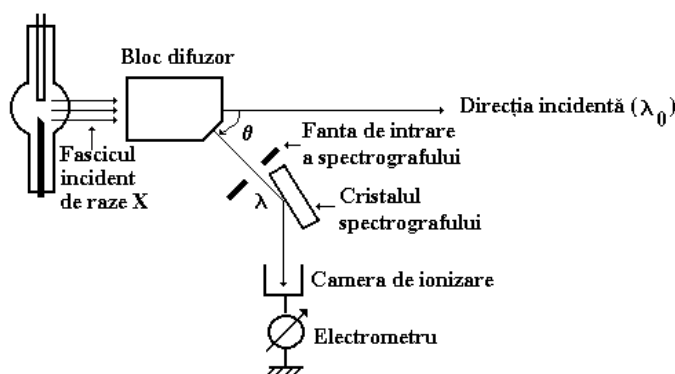
$\nu_K$  nu apare electronul K, dar poate apărea electronul L (electronul Auger). Din cele prezentate mai sus se constată că energia electronilor Auger nu depinde de frecvența fotonului incident ci de nivelele atomice ale atomului studiat. Efectul Auger constituie o metodă de studiu a nivelelor atomice.

### 4.3.3. Efectul Compton

Procesul de *împrăștiere (difuzie) a unui foton pe un electron (cvasi)liber* poartă numele de *efect Compton*. Rezultatul constă în modificarea frecvenței fotonului incident. În anul 1922 A. H. Compton a constatat prin metode spectroscopice, că atunci când un fascicul de radiații X cade pe o țintă, frecvența radiațiilor emergente depinde de unghiul de difuzie  $\theta$ . Lungimea de undă a radiației emergente este întotdeauna mai mare decât cea a radiației incidente.

Dispozitivul experimental utilizat pentru punerea în evidență a efectului Compton este prezentat în fig. 4. 21, iar în fig. 4. 22 sunt sintetizate principalele rezultate. Ținând seama de rezultatele experimentale prezentate în fig. 4. 22 se pot trage următoarele concluzii:

- Pe lângă lungimea de undă  $\lambda_0$  a fascicului incident mai apare în urma difuziei o radiație cu lungimea de undă  $\lambda > \lambda_0$ ;
- Diferența  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = f(\theta)$ , unde  $\theta$  este unghiul de difuzie a fotonilor;
- Raportul dintre intensitatea radiației difuzate sub unghiul  $\theta$  și intensitatea radiației care trece nedifuzată crește cu  $\theta$ .



**Fig. 4. 21.** Schema bloc a dispozitivului experimental utilizat pentru punerea în evidență a efectului Compton.

Toate aceste rezultate experimentale pot fi explicate doar adoptând un model de ciocnire între fotonul incident și electronul *liber*. Fotonul fiind o particulă relativistă, legile de conservare ale energiei și impulsului trebuie scrise în cadrul

teoriei relativiste. În fig. 4. 23 sunt reprezentate impulsurile fotonului și electronului înainte și după difuzie.

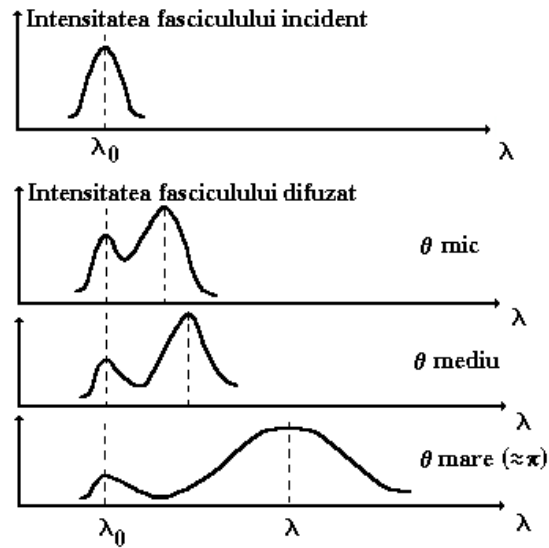


Fig. 4. 22. Dependenta intensității fascicului difuzat de unghiul de difuzie  $\theta$ .

Ținând cont că înainte de difuzie electronul este practic în repaus, legile de conservare ale energiei și impulsului se scriu sub forma:

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2} \quad (4.98)$$

$$\frac{h\vec{\nu}_0}{c} = \frac{h\vec{\nu}}{c} + \vec{p}. \quad (4.99)$$

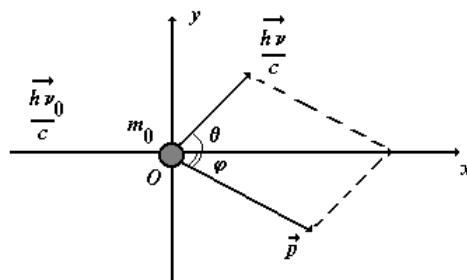


Fig. 4. 23. Diagrama impulsurilor fotonului și electronului înainte și după difuzie.

Proiecțiile relației vectoriale (4.99) pe direcția impulsului fotonului incident ( $Ox$ ) și pe o direcție perpendiculară ( $Oy$ ) se scriu:



$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c} \cos \theta + p \cos \varphi \quad (4.100)$$

$$0 = \frac{h\nu}{c} \sin \theta - p \sin \varphi. \quad (4.101)$$

Pentru a afla frecvența  $\nu$  a fotonului emergent se ridică la pătrat relațiile (4.00) și (4.101) și se adună membru cu membru, iar în cazul când unghiul  $\varphi$  este mic se obține:

$$c^2 p^2 = h^2 \nu_0^2 + h^2 \nu^2 - 2h^2 \nu \nu_0 \cos \theta. \quad (4.102)$$

Ridicând la pătrat și relația (4.99) rezultă:

$$c^2 p^2 = h^2 \nu_0^2 + h^2 \nu^2 - 2h\nu_0 m_0 c^2 - 2h\nu m_0 c^2 - 2h^2 \nu \nu_0. \quad (4.103)$$

Egalând membrii dreپți ai relațiilor (4.102) și (4.103) rezultă:

$$h\nu\nu_0(1 - \cos \theta) = (\nu_0 - \nu)m_0 c^2 \quad (4.104)$$

sau

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (4.105)$$

Ultima relație,

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (4.106)$$

explică primele două rezultate experimentale. În relațiile (4.95) și (4.96)

$\Lambda_C = \frac{h}{m_0 c}$  poartă numele de *lungime de undă Compton* și în cazul electronului

are valoarea  $\Lambda_C = 2,426 \cdot 10^{-12}$  m. Electronii de recul se deplasează după o direcție care face unghiul  $\varphi$  cu direcția incidentă, dată de:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{h\nu \sin \theta}{h\nu_0 - h\nu \cos \theta} = \frac{\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{h\nu_0}{m_0 c^2}}. \quad (4.107)$$

Energia cinetică a electronilor de recul este:

$$W_c = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2} - m_0 c^2 = h(\nu_0 - \nu) = \frac{h\nu_0(1 - \cos \theta)}{\frac{m_0 c^2}{h\nu_0} + 1 - \cos \theta}. \quad (4.108)$$

Existența fotoelectronilor de recul este pusă în evidență experimental studiind traiectoriile acestora în *camera Wilson*. Dacă

$$h\nu_0 \ll m_0 c^2, \quad (4.109)$$

adică electronul primește o energie foarte mică, relația (4.107) devine:

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{ctg}\frac{\theta}{2} \quad \text{sau} \quad \varphi + \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{2}. \quad (4.110)$$

Înlocuind (4.110) în relațiile (4.100) și respectiv (4.99) rezultă:

$$\frac{h\nu_0}{c} \approx \frac{h\nu}{c}, \quad (4.111)$$

relație care corespunde ciocnirii dintre o bilă ușoară (fotonul) și o sferă grea (electronul).

În camera Wilson *electronii Compton* pot fi deosebiți de *fotoelectroni*, produși în mod egal de razele X, prin faptul că fotoelectronii se deplasează după o direcție perpendiculară pe direcția de propagare a fotonilor incidenti (paralel cu vectorul intensitate câmp electric  $\vec{E}$  al unde incidente). Traectoria fotonului difuzat nu este materializată în camera Wilson. Dar, se poate reconstitui drumul său unind punctul de pornire care este comun cu punctul de pornire al electronului Compton, cu punctul terminus care este comun cu punctul de pornire al fotoelectronului. În acest mod se poate determina unghiul  $\theta$ . Observarea electronilor Compton a fost făcută simultan cu cea a fotonilor difuzați utilizând tehnicile de detecție și coincidență din fizica nucleară. În celălalt caz limită, când  $h\nu_0 > m_0c^2$ , adică  $\lambda_0 < \Lambda_C$  rezultă că  $\Delta\lambda > \lambda_0$  și fotonul incident cedează cea mai mare parte din energia sa electronului.