

CAP. III FENOMENE OPTICE

III.1. Reflexia și refracția undelor electromagnetice (luminii)

III.1.1. Legile reflexiei și refracției undelor electromagnetice

La suprafața de separare a două medii dielectrice (caracterizate de ε_1, μ_1 respectiv ε_2, μ_2) vectorii $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ se comportă diferit. Pentru $\vec{D}$ și $\vec{B}$ componentele normale la suprafața de separare sunt continue ($D_{1n} = D_{2n}$ și $B_{1n} = B_{2n}$), iar pentru $\vec{E}$ și $\vec{H}$ componentele tangente la suprafața de separare sunt continue ($E_{1t} = E_{2t}$ și $H_{1t} = H_{2t}$).

Planul de incidență este planul determinat de direcția de propagare a unei incidente (indicată de viteza $\vec{v}_i$) și normala NN' la suprafața de separare dintre cele două medii, în punctul de incidență (notat O). *Unghiul de incidență*, notat θ_i , este unghiul format de direcția de propagare a unei incidente cu normala NN', *unghiul de reflexie*, notat θ_r , este unghiul format de direcția de propagare a unei reflectate (indicată de viteza $\vec{v}_r$) cu normala NN', iar *unghiul de refracție*, notat θ_t , este unghiul format de direcția de propagare a unei refractate/transmise (indicată de viteza $\vec{v}_t$) cu normala NN'.

Indicele absolut de refracție, n , al unui mediu este raportul dintre viteza luminii în

vid, $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ și viteza luminii în acel mediu $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$:

$$n = \frac{c}{v} > 1 \quad (\text{III.1})$$

Indicele relativ de refracție al mediului 2 față de mediul 1 este:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{III.1'})$$

Folosind condițiile de continuitate pentru componentele indicate mai sus se obțin următoarele *legi* pentru *fenomenul de reflexie - refracție*:

- unda reflectată, unda refractată și unda incidentă au aceeași pulsație ω , deci și aceeași frecvență ν ;
- direcțiile de propagare ale unei reflectate, respectiv refractate se află în planul de incidență;
- unghiul de reflexie este egal cu cel de incidență:

$$\theta_r = \theta_i \quad (\text{legea reflexiei}) \quad (\text{III.2})$$

d) produsul dintre indicele absolut de refracție și sinusul unghiului format de direcția de propagare a unei cu normala NN' este același în cele două medii (este invariant la trecerea unei dintr-un mediu în altul):

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \quad (\text{legea refracției}) \quad (\text{III.3})$$

III.1.2. Coeficienții Fresnel

caracterizează relațiile dintre amplitudinea undei reflectate, respectiv refractate și amplitudinea undei incidente. Indiferent de orientarea vectorului câmp electric al undei incidente $\vec{E}_i$ față de planul de incidență, acest vector poate fi descompus în două componente, una perpendiculară pe planul de incidență (notată $E_{i,\perp}$) și una cuprinsă în planul de incidență (notată $E_{i,\parallel}$). Evident, componenta $E_{i,\perp}$ a câmpului electric este însoțită de componenta $H_{i,\parallel}$ a câmpului magnetic, iar $E_{i,\parallel}$ este însoțită de $H_{i,\perp}$. Trebuie, deci, să studiem ambele cazuri: $[E_{i,\perp}, H_{i,\parallel}]$ și $[E_{i,\parallel}, H_{i,\perp}]$.

Notații: $a_{i,\perp}$ = amplitudinea intensității câmpului electric al undei incidente în cazul $E_{i,\perp}$

$a_{i,\parallel}$ = amplitudinea intensității câmpului electric al undei incidente în cazul $E_{i,\parallel}$

$a_{r,\perp}$ = amplitudinea intensității câmpului electric al undei reflectate în cazul $E_{i,\perp}$

$a_{r,\parallel}$ = amplitudinea intensității câmpului electric al undei reflectate în cazul $E_{i,\parallel}$

$a_{t,\perp}$ = amplitudinea intensității câmpului electric al undei refractate în cazul $E_{i,\perp}$

$a_{t,\parallel}$ = amplitudinea intensității câmpului electric al undei refractate în cazul $E_{i,\parallel}$

$r = \frac{a_r}{a_i}$ = coeficient Fresnel de reflexie; $t = \frac{a_t}{a_i}$ = coeficient Fresnel de transmisie.

Cazul I: $[E_{i,\perp}, H_{i,\parallel}]$, Fig. III.1a

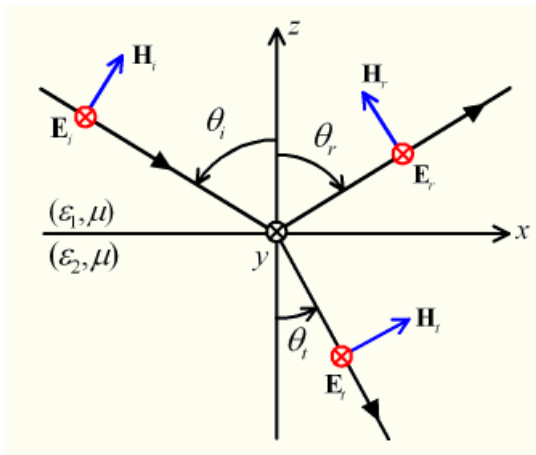
$$r_{\perp} = \frac{a_{r,\perp}}{a_{i,\perp}} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}; \quad t_{\perp} = \frac{a_{t,\perp}}{a_{i,\perp}} = \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \quad (\text{III.4; 4'})$$

Cazul II: $[E_{i,\parallel}, H_{i,\perp}]$, Fig. III.1b

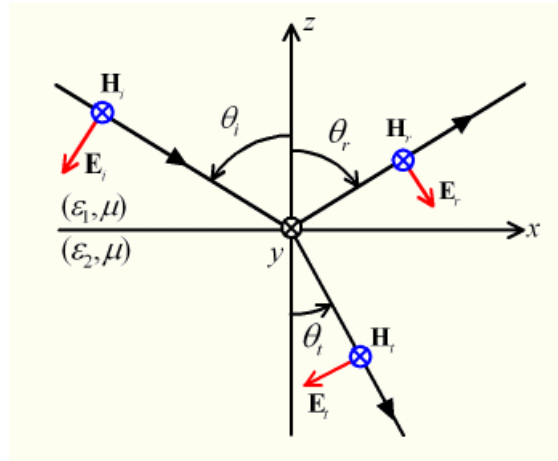
$$r_{\parallel} = \frac{a_{r,\parallel}}{a_{i,\parallel}} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}; \quad t_{\parallel} = \frac{a_{t,\parallel}}{a_{i,\parallel}} = \frac{2 \cos \theta_i \sin \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} \quad (\text{III.5; 5'})$$

Relații între coeficienții Fresnel

$$r_{\parallel} = -r_{\perp} \frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)}; \quad t_{\perp} = t_{\parallel} \cos(\theta_i - \theta_t) < t_{\parallel} \quad (\text{III.6; 6'})$$



a)



b)

Fig. III.1. Reflexia-refracția undelor electromagnetice la suprafața de separare a două medii dielectrice:

a) cazul $[E_{i,\perp}, H_{i,\parallel}]$; b) cazul $[E_{i,\parallel}, H_{i,\perp}]$.

Discuție:

1° amplitudinile a_r și a_t depind de a_i , θ_i și θ_t (sau de a_i , θ_i , n_1 și n_2);

2° semnul amplitudinii a_r a unde reflectate:

- pentru $n_2 > n_1$ rezultă din legea refracției că: $\theta_t < \theta_i$ (raza, în cazul unei luminoase, se apropie de normală); atunci: $a_{r,\perp} < 0$, iar $a_{r,\parallel} > 0$ (amplitudinile celor două componente ale câmpului electric au semne contrare); deoarece $(-1) = e^{i\pi}$ se spune că vectorul $\vec{E}_{r,\perp}$ este defazat cu π (sau are un salt de fază egal cu π) față de vectorul $\vec{E}_{i,\perp}$; componenta paralelă nu are un astfel de salt; fenomenul se numește *reflexie cu schimbare de sens*;
- pentru $n_2 < n_1$ rezultă din legea refracției că: $\theta_t > \theta_i$ (raza, în cazul unei luminoase, se depărtează de normală); în acest caz $a_{r,\perp} > 0$, iar $a_{r,\parallel} < 0$; deoarece $(-1) = e^{i\pi}$ se spune că vectorul $\vec{E}_{r,\parallel}$ este defazat cu π față de vectorul $\vec{E}_{i,\parallel}$, iar componenta perpendiculară nu prezintă acest defazaj;

3° semnul amplitudinii a_t a unde refractate: $a_t > 0$ pentru ambele componente, deci vectorul $\vec{E}_t$ nu prezintă defazaj față de vectorul $\vec{E}_i$;

4° starea de polarizare a unde luminoase reflectate: pentru fiecare pereche de medii (n_1 , n_2) există un unghi de incidență $\theta_i = \theta_B$ astfel încât:

$$\theta_B + \theta_t = \frac{\pi}{2}, \quad (\text{III.7})$$

ceea ce implică $r_{\parallel} = 0$ și deci $a_{r,\parallel} = 0$; în consecință în unda reflectată există **numai** $a_{r,\perp}$, așadar această undă este **liniar polarizată (total polarizată)**, direcția unică de oscilație a

vectorului câmp electric fiind cea perpendiculară pe planul de incidență (evident, intensitatea câmpului magnetic este paralelă cu planul de incidență, $H_{\parallel}$); unghiul i_B se numește *unghi Brewster*. Folosind legea refracției (III.3) și relația (III.7) se obține *legea Brewster*:

$$\operatorname{tg} \theta_B = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{III.8})$$

Concluzie: *Dacă unghiul de incidență este $\theta_1 = \theta_B = \arctg\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ unda reflectată este*

liniar polarizată având vectorul câmp electric perpendicular pe planul de incidență, iar pentru $\theta_1 \neq \theta_B$ unda reflectată este parțial polarizată având ca direcție preferențială pentru câmpul electric direcția indicată mai sus.

4° starea de polarizare a unde luminoase refractate (transmise): din relația (III.6') rezultă că, în unda refractată, amplitudinea componentei paralele cu planul de incidență este mai mare decât a celei perpendiculare, dar nu există un unghi θ_i pentru care $t_{\perp} = 0$ sau $t_{\parallel} = 0$.

Concluzie: *Unda transmisă nu poate fi liniar polarizată, ci numai parțial polarizată, având ca direcție preferențială de oscilație pentru câmpul electric direcția paralelă cu planul de incidență.*

Pentru a caracteriza din punct de vedere **energetic** fenomenul de reflexie - refracție se definesc mărimile reflectanță și transmitanță:

- **reflectanța** $\mathfrak{R}$ este raportul dintre fluxul luminos reflectat și fluxul luminos incident:

$$\mathfrak{R} = \frac{\Phi_r}{\Phi_i} = \frac{a_r^2}{a_i^2} = r^2 \quad (\text{III.9})$$

- **transmitanța** $\mathfrak{T}$ este raportul dintre fluxul luminos refractat (transmis) și fluxul luminos incident:

$$\mathfrak{T} = \frac{\Phi_t}{\Phi_i} = \frac{a_t^2}{a_i^2} \cdot \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} = t^2 \cdot \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \quad (\text{III.10})$$

Relațiile (III.9) și (III.10) sunt valabile pentru fiecare componentă $E_{\perp}$, $E_{\parallel}$:

$$\mathfrak{R}_{\parallel} = r_{\parallel}^2; \quad \mathfrak{R}_{\perp} = r_{\perp}^2 \quad (\text{III.9'})$$

$$\mathfrak{T}_{\parallel} = t_{\parallel}^2 \frac{n_2^2 \cos^2 \theta_t}{n_1^2 \cos^2 \theta_i}; \quad \mathfrak{T}_{\perp} = t_{\perp}^2 \frac{n_2^2 \cos^2 \theta_t}{n_1^2 \cos^2 \theta_i} \quad (\text{III.10'})$$

Se constată că:
$$\Re_{\parallel} = \Re_{\perp} \frac{\cos^2(\theta_i + \theta_t)}{\cos^2(\theta_i - \theta_t)} < \Re_{\perp} \quad (\text{III.11})$$

De asemenea, prin calcul direct, folosind relațiile (III.9'), (III.10') și (III.4; III.4'; III.4; III.5') rezultă:

$$\Re_{\parallel} + \Im_{\parallel} = 1 \quad \text{și} \quad \Re_{\perp} + \Im_{\perp} = 1 \quad (\text{III.12})$$

care se interpretează ca **legi de conservare a energiei unei luminoase la fenomenul de reflexie - refracție**.

III.1.3. Reflexia totală

În cazul $n_2 < n_1$ raza luminoasă se depărtează de normală (vezi legea refracției III.3), dar unghiul maxim de refracție este $\theta_{t,\max} = 90^\circ$. Unghiul de incidență corespunzător unghiului maxim de refracție se numește unghi-limită (ℓ) și verifică relația:

$$\sin \ell = \frac{n_2}{n_1} < 1 \quad (\text{III.13})$$

Dacă $\theta_i \leq \ell$ există rază refractată (transmisă), dar dacă $\theta_i > \ell$ (și, bineînțeles, $n_2 < n_1$) se produce fenomenul de **reflexie totală**, adică toată energia undei este repartizată, practic, în unda reflectată.

De fapt, la reflexie totală, în mediul al doilea se obține, pe distanță mică, o undă numită **undă evanescentă** (Fig.III.2) al cărei câmp electric are expresia:

$$E_t = a_t \exp(-\beta z) \exp[i(\omega t - \alpha x)] \quad (\text{III.14})$$

unde a_t , α și β sunt constante pozitive, iar axa Ox este aleasă de-a lungul suprafeței de separare.

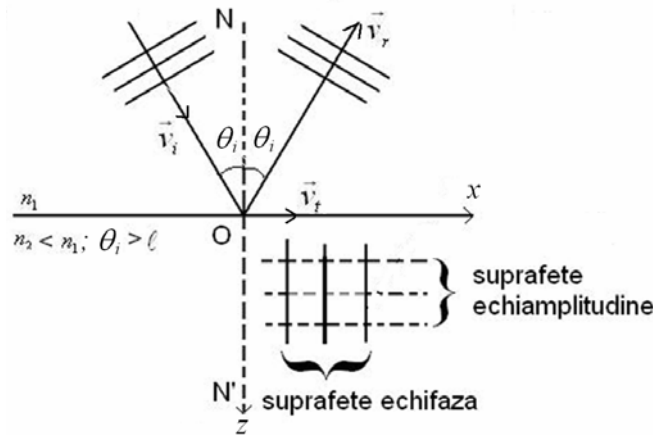


Fig. III. 2. Reprezentarea fenomenului de reflexie totală.

Proprietățile unde evanescente

- se propagă de-a lungul suprafeței de separare când această suprafață este plană (în cazul general se propagă pe direcția tangentă la suprafața de separare);
- suprafețele echiamplitudine sunt perpendiculare pe cele echifază;
- amplitudinea scade pe o direcție perpendiculară pe suprafața de separare (axa Oz în Fig.III.2);
- calculăm reflectanța $\mathfrak{R}$ și obținem $\mathfrak{R} = 1$, deci transmitanța $\mathfrak{T} = 0$, adică, *din punct de vedere energetic, nu există undă transmisă*; acest fapt se interpretează astfel: unda evanescentă se întoarce în mediul 1 din diferite plane situate în imediata vecinătate a suprafeței de separare.

Aplicații:

a) *prisma cu reflexie totală*: este o prismă din sticlă ($n = 1,5$); unghiul-limită la suprafața de separare sticlă-aer este: $\ell = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = \arcsin\frac{2}{3} \cong 41,8^\circ$; prisma are secțiunea principală de

forma unui triunghi dreptunghic isoscel (Fig.III.3a); o rază luminoasă care intră perpendicular pe o catetă suferă *reflexie totală* pe ipotenuză ($\theta_i = 45^\circ > \ell$) și iese perpendicular pe cealaltă catetă (deviație de 90°), fără pierdere de energie la reflexie; se folosesc în construcția aparatelor optice (de ex. periscop)

b) *fibrele optice*: sunt ghiduri de unde în domeniul vizibil, formate dintr-un miez de sticlă cu indicele de refracție n_1 , înconjurat de un înveliș (cămașă) cu indicele de refracție $n_2 < n_1$

(Fig.III.3b); diametrul unei astfel de fibre este mai mic de 0,1 mm; deoarece $\theta_i > \arcsin\frac{n_2}{n_1}$

fasciculul luminos suferă *multiple reflexii totale* la suprafața de separare dintre miez și cămașă, fără pierderi de energie; se folosesc în transmiterea optică (prin radiație laser) a informației.

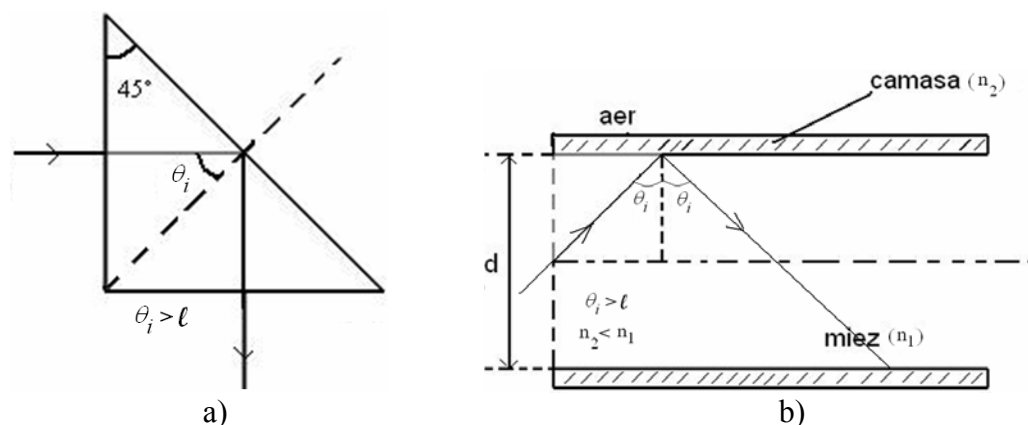


Fig.III.3. a) Prisma cu reflexie totală; b) Fibra optică.

III.2. Interferența luminii

Într-un punct al unui mediu ideal (și deci *liniar*) în care ajung simultan mai multe unde de aceeași natură, Ψ_i , efectul ondulatoriu total se obține din suprapunerea undelor:

$$\Psi = \sum_i \Psi_i \quad (\text{III.15})$$

În funcție de caracteristicile undelor componente și de relațiile dintre acestea *efectul suprapunerii undelor* prezintă forme și *rezultate diferențiate*.

Distingem două cazuri generale:

- a) suprapunerea undelor coerente (***interferența***)
- b) suprapunerea undelor incoerente.

III.2.1. Coerența undelor luminoase

este limitată de două efecte:

- caracterul discontinuu al emisiei unei luminoase într-o sursă, fie ea chiar punctiformă; sursa emite *grupuri de unde*, ceea ce condiționează coerența temporală a undelor;
- caracterul nepunctiform al surselor reale, aceasta condiționând coerența spațială a undelor.

a) Coerența temporală

Fie S o sursă luminoasă punctiformă. Pentru definirea *timpului de coerență* (τ_c) folosim una din relațiile de incertitudine a grupului de unde: $\Delta t \Delta \omega \cong 2\pi$. Împărțind cu 2π obținem: $\Delta \nu \cdot \tau_c \cong 1$, deci:

$$\tau_c \cong \frac{1}{\Delta \nu} \quad (\text{III.15})$$

unde $\Delta \nu$ este intervalul (banda) de frecvență.

În *concluzie*, într-un punct dat din spațiu (x fixat) există o relație "bine determinată" între amplitudinile și fazele unei la două momente diferite de timp ($t_2 \neq t_1$) dacă diferența dintre aceste momente este mai mică decât timpul de coerență ($t_2 - t_1 < \tau_c$). *Lungimea de coerență* ℓ_c reprezintă valoarea maximă a diferenței de drum optic pentru care se mai produce fenomenul de interferență ($\delta < \ell_c$). Formula ei este:

$$\ell_c = c \cdot \tau_c \quad (\text{III.15'})$$

b) Coerența spațială

O sursă luminoasă reală este formată dintr-o multitudine de oscilatori punctiformi care, în general, emit independent unul de altul.

Între amplitudinile și fazele undelor aflate, la un moment de timp dat (t fixat), în două puncte diferite din spațiu ($x_2 \neq x_1$), există o relație "bine determinată" dacă diferența de drum optic dintre drumurile străbătute de unde, de la o sursă punctiformă la cele două puncte considerate, este mai mică decât lungimea de undă ($\delta < \lambda$); se obține astfel o limitare a dimensiunilor sursei.

III.2.2. Suprapunerea a două unde coerente

Folosind o definiție mai simplă, două sau mai multe *unde* sunt *coerente* dacă *diferența de fază dintre ele este constantă în timp*. În acest capitol ne referim numai la unde luminoase pentru care vectorii câmp electric sunt paraleli (direcțiile de oscilație coincid).

Fie două unde armonice plane având aceeași frecvență unghiulară.

$$\Psi_1(x_1, t) = A_1 \exp[i(\omega t - kx_1 + \varphi_{01})] \text{ și } \Psi_2(x_2, t) = A_2 \exp[i(\omega t - kx_2 + \varphi_{02})] \quad (\text{III.16})$$

unde x_1 și x_2 sunt distanțele străbătute de cele două unde de la sursele lor până la punctul de suprapunere, iar φ_{01} și φ_{02} sunt fazele inițiale, constante în timp. Diferența de fază $\Delta\varphi$ are expresia:

$$\Delta\varphi = k(x_2 - x_1) + \varphi_{01} - \varphi_{02} = k\Delta x + \Delta\varphi_0 \quad (\text{III.17})$$

și este constantă în timp (unde sunt coerente). Mărimile Δx și $\Delta\varphi_0$ sunt diferența de drum, respectiv diferența dintre fazele inițiale. Conform relației (III.15) unda rezultantă este:

$$\Psi(x_1, x_2, t) = \exp(i\omega t) \{A_1 \exp[i(-kx_1 + \varphi_{01})] + A_2 \exp[i(-kx_2 + \varphi_{02})]\} \quad (\text{III.18})$$

având frecvența unghiulară a undelor componente, iar amplitudinea A calculabilă prin intermediul intensității undei, $I = \Psi^* \Psi$. Obținem:

$$\begin{aligned} I &= \Psi^* \Psi = A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 \{ \exp[i(k\Delta x + \Delta\varphi_0)] + \exp[-i(k\Delta x + \Delta\varphi_0)] \} = \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(k\Delta x + \Delta\varphi_0) \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

Pentru amplitudine, $A = \sqrt{I}$, rezultă:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(k\Delta x + \Delta\varphi_0) \quad (\text{III.20})$$

Amplitudinea undei rezultante depinde de: amplitudinile A_1 , A_2 ale undelor componente, de diferența de drum Δx și de diferența fazelor inițiale $\Delta\varphi_0$.

Maximul acestei amplitudini este $A_{\max} = A_1 + A_2$ (corespunzând la $I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$) și se obține din condiția:

$$k\Delta x + \Delta\varphi_0 = 2z\pi \quad (\text{unde } z \text{ este număr întreg}) \quad (\text{III.21})$$

Minimul acestei amplitudini este $A_{\min} = |A_1 - A_2|$ (corespunzând la $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$) și se obține din condiția:

$$k\Delta x + \Delta\varphi_0 = (2z + 1)\pi \quad (\text{unde } z \text{ este număr întreg}) \quad (\text{III.22})$$

În cazul particular $A_1 = A_2 = A_0$ rezultă: $I_{\max} = 2I_1$ și $I_{\min} = 0$ (minime nule).

Condițiile (III.21) și (III.22) se mai pot scrie în funcție de diferența de drum Δx , având o formă simplă dacă $\Delta\varphi_0 = 0$ (surse în fază):

$$\Delta x = z\lambda = 2z \frac{\lambda}{2} \quad (\text{maxim}) \quad \text{și} \quad \Delta x = (2z + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (\text{minim}) \quad (\text{III.27})$$

Observație: a) Dacă $\Delta\varphi_0 = \pi$ (surse în opoziție de fază) condițiile de maxim, respectiv minim se inversează între ele.

b) Pentru undele luminoase, mărimea $k\Delta x$ se înlocuiește cu una mai generală $k\delta$ (unde δ este diferența de drum optic; drumul optic este produsul dintre lungimea drumului geometric și indicele absolut de refracție).

În cazul *suprapunerii a două fascicule de unde coerente* interferența se produce în întreg domeniul de intersecție a fasciculelor. Pentru fascicule luminoase, pe un ecran plasat în acest domeniu se obține o *figură de interferență*, adică o anumită distribuție a intensității rezultante, având *maxime alternând cu minime* deoarece poziția pe ecran a punctului de suprapunere a undelor condiționează diferența de drum.

III.2.3. Suprapunerea undelor necoerente

Presupunem că în expresile (III.18) *fazele inițiale* ale celor două unde *depind de timp* și anume într-un mod *aleatoriu*. Această situație se întâlnește des în practică deoarece emisiile celor două unde (în surse) sunt procese independente, necorelate între ele. Diferența de fază $\Delta\varphi = k\Delta x + \Delta\varphi_0(t)$ nu este constantă în timp (unde necoerente). *Intensitatea* undei rezultante are expresia (III.19) cu deosebirea, *esențială*, că *depinde aleatoriu de timp*. Ceea ce observăm este *media în timp a intensității undei*.

Deoarece media unui număr mare de valori aleatoare ale funcției $\cos[k\Delta x + \Delta\varphi_0(t)]$ este, în mod evident, nulă, rezultă:

$$I = I_1 + I_2 \quad (\text{III.28})$$

adică *suprapunerea undelor necoerente se reduce la simpla însumare a intensităților* (proprietate valabilă și pentru n unde).

III.2.4. Dispozitivele interferențiale

sunt acele dispozitive în care sunt realizate condițiile de coerență, deci se obțin unde coerente. Aceasta se face prin:

- 1) divizarea frontului de undă (exemplu: dispozitivul Young - vezi lucrarea de laborator cu același nume);
- 2) divizarea amplitudinii (exemplu: lama cu fețe plan-paralele).

1. Dispozitivul Young

este schematizat în Fig.III.4: S_1 și S_2 sunt surse punctiforme de pe același front de undă, deci sunt coerente; d este distanța dintre ele; D este distanța dintre planul surselor coerente și planul (ecranul) de observare a figurii de interferență; construim $S_1A \perp S_2P$.

Deoarece $D \gg d$ segmentul S_2A este aproximativ egal cu diferența de drum geometric $\Delta r = r_2 - r_1$, unghiurile S_2S_1A și OPM sunt aproximativ egale între ele și foarte mici; folosim pentru ele notația θ . Rezultă: $\tan \theta = \frac{x}{D}$ și $\sin \theta = \frac{\Delta r}{d}$; apoi: $\Delta r \cong \frac{xd}{D}$.

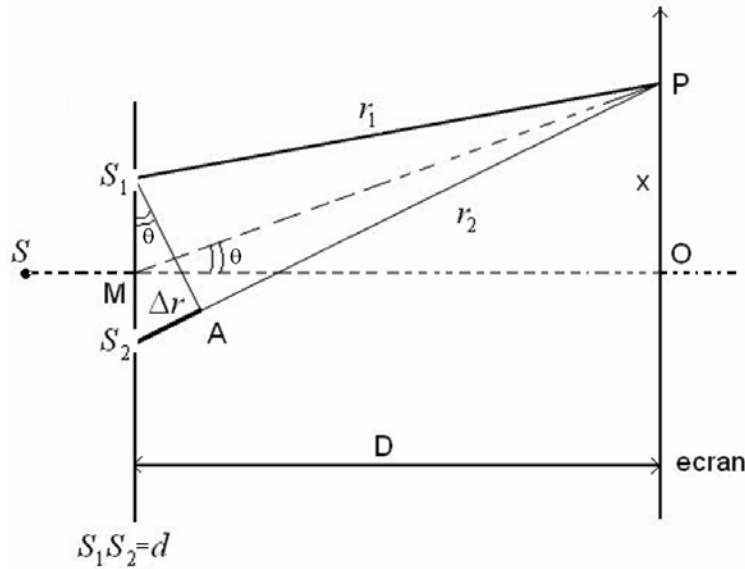


Fig.III.4. Schema dispozitivului Young.

Pe ecran se observă *figura de interferență* (Fig. III.5) formată din maxime și minime ale intensității luminii:

- maxime ale intensității undei (franje luminoase), pentru $\Delta r = p\lambda$, deci în punctele de coordonată:

$$x_{p, \max} = \frac{p\lambda D}{d}, \text{ unde } p \in \mathbb{Z} \quad (\text{III.29})$$

- minime ale intensității undei (franje întunecate; corespund unor minime nule), pentru $\Delta r = \frac{(2p+1)\lambda}{2}$, deci în punctele de coordonată:

$$x_{p, \min} = \frac{(2p+1)\lambda D}{2d}, \text{ unde } p \in \mathbb{Z} \quad (\text{III.30})$$

Interfranja i (distanța dintre două maxime consecutive sau dintre două minime consecutive) este:

$$i = x_{p+1, \max} - x_{p, \max} = \frac{\lambda D}{d} \quad (\text{III.31})$$

Pozițiile maximelor și ale minimelor se rescriu, în funcție de interfranjă, sub forma:

$$x_{p, \max} = p \cdot i \quad \text{și} \quad x_{p, \min} = \frac{(2p+1) \cdot i}{2}. \quad (\text{III.32})$$

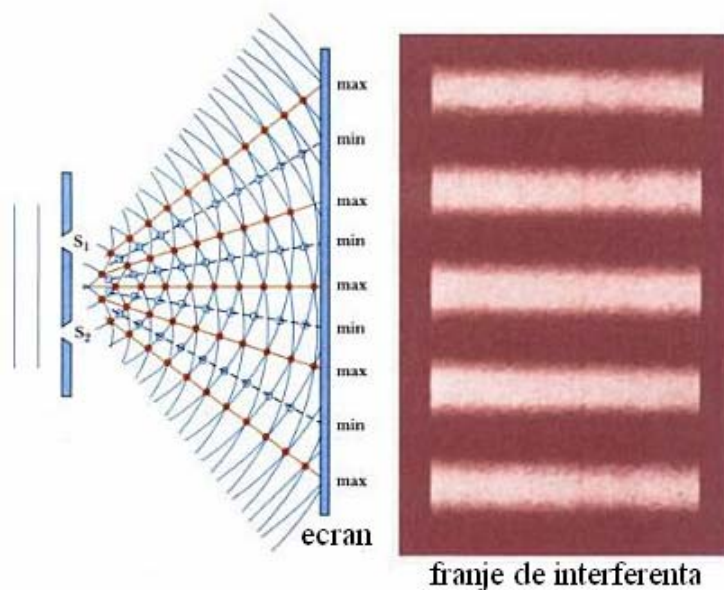


Fig. III. 5. Franje de interferență obținute cu dispozitivul Young (dispozitiv interferențial bazat pe divizarea frontului de undă).

Aplicație: determinarea grosimilor foarte mici (de ordinul zecimilor de micrometri) sau a indicelui de refracție, pentru medii transparente.

Așezând o lamelă transparentă de grosime e și indice de refracție n în calea unuia din fascicule (de exemplu, la S_1 ; Fig. III.6) se produce o deplasare a franjelor pe ecran; ea depinde de: lungimea de undă a luminii (λ), grosimea lamelei (e) și de indicele de refracție n al acesteia; deplasarea se măsoară experimental. Diferența de drum optic dintre razele care interferă în punctul de coordonată x , în prezența lamei, este:

$\delta = \Delta r - e(n-1) = xd / D - e(n-1)$; din condiția de maxim: $\delta = p\lambda$ rezultă noile poziții ale maximelor:

$$x'_{p, \max} = \frac{p\lambda D}{d} + \frac{eD(n-1)}{d}. \quad \text{Deplasarea maximelor pe ecran este:}$$

$$\Delta x = x'_{p, \max} - x_{p, \max} = eD(n-1)/d; \text{ exemplu: } \Delta x = 3i; \text{ rezultă: } e = 3\lambda/(n-1).$$

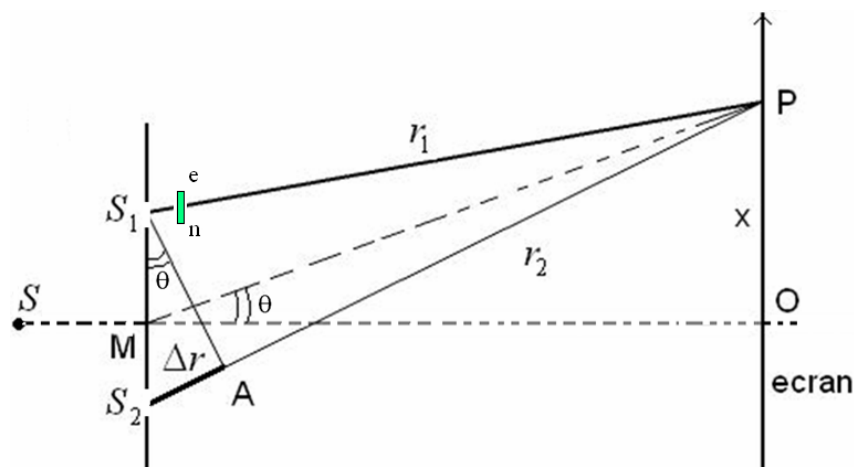


Fig. III. 6. Determinarea grosimilor submicrometrice cu dispozitivul Young.

2. Lama cu fețe plan - paralele

Drumul razelor de lumină este prezentat în Fig.III.7. Vom calcula diferența de drum optic în două cazuri:

- pentru *razele care interferă în reflexie* (razele 2 și 3) diferența de drum optic este:

$$\delta_{32} = n(AB + BC) - \left(AD - \frac{\lambda}{2}\right), \text{ unde: } AB = BC = \frac{d}{\cos \theta_i}; \quad \operatorname{tg} \theta_t = \frac{AC}{2d}; \quad \sin \theta_i = \frac{AD}{AC};$$

$\sin \theta_i = n \sin \theta_t$; din drumul optic al razei 2 se scade $\lambda/2$ deoarece ea suferă o reflexie cu schimbare de sens (salt de fază egal cu π , echivalent cu o pierdere de $\lambda/2$); rezultă:

$$\delta_{32} = 2nd \cos \theta_t + \lambda/2 \quad (\text{III.33})$$

- pentru *razele care interferă în transmisie* (razele 4 și 5) diferența de drum optic este:

$$\delta_{54} = n(BC + CE) - BF, \text{ unde: } CE = BC = AB; \quad BF = AD; \text{ rezultă:}$$

$$\delta_{54} = 2nd \cos \theta_t \quad (\text{III.34})$$

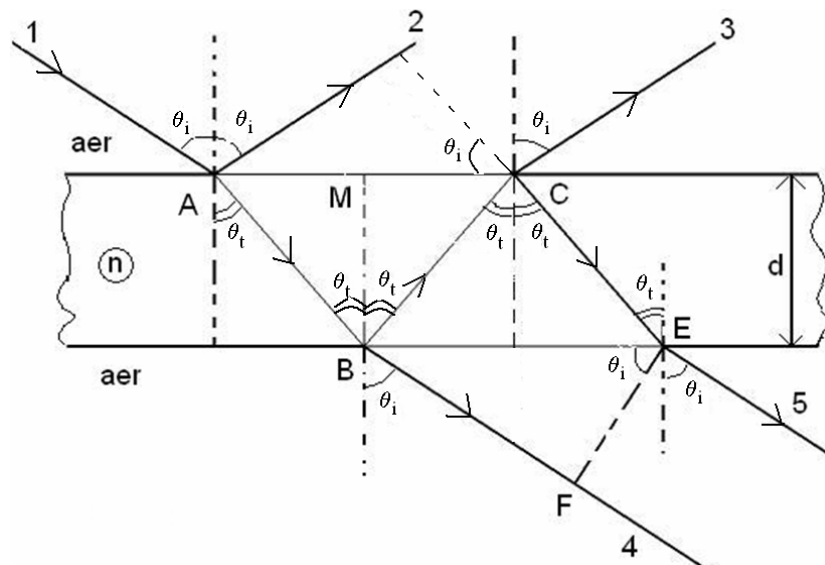


Fig.III.7. Mersul razelor de lumină în lama cu fețe plan-paralele (dispozitiv interferențial bazat pe divizarea amplitudinii).

Aplicații:

1) *strat antireflectător* - anihilează, prin interferență, o radiație luminoasă cu o anumită lungime de undă, deci reduce pierderile de energie datorate reflexiei; se depune pe suprafețele lentilelor din aparatele optice (la obiectivul unui aparat fotografic obișnuit există opt suprafețe de separare aer - sticlă și pierderile de energie prin reflexie ar fi de 40% din fasciculul luminos incident); considerăm situația de incidență normală ($i_1 = 0$ și, în consecință, $i_2 = 0$); indicele de reflexie al materialului lentilei este $n = 1,8$, iar al stratului antireflectător, de criolit (fluorură de magneziu), $n_{cr} = 1,35$; impunem condiția de *minim de interferență* pentru razele reflectate: $\delta_{32} = 2n_{cr}d = \frac{(2p+1)\lambda}{2}$; grosimea minimă a stratului de criolit este:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_{cr}} \quad (\text{III.35})$$

2) *strat perfect reflectător* - întărește, prin interferență, o radiație luminoasă cu o anumită lungime de undă; impunem condiția de *maxim de interferență* pentru razele reflectate: $\delta_{32} = 2nd = p\lambda$; grosimea minimă a stratului este:

$$d_{\min} = \lambda / (2n). \quad (\text{III.36})$$

III.3. Difrakția luminii

Propagarea undelor (deci și a luminii) în *medii neomogene* prezintă particularități determinate de faptul că neomogenitățile produc întreruperea parțială a suprafeței de undă sau deformarea ei, ceea ce are drept consecință *abaterea de la propagarea rectilinie* a undei, fenomen numit *difrakție*. Difrakția este însoțită de o redistribuire a intensității undei astfel încât, intersectând fasciculul difractat cu un ecran, se obține o figură de difracție al cărei aspect depinde atât de caracteristicile neomogenității (formă și dimensiuni) cât și de caracteristicile undei (frecvența unghiulară, forma suprafeței de undă).

III.3.1. Principiul Huygens-Fresnel

Propagarea undelor poate fi explicată pe baza *principiului Huygens* care afirmă că:
Orice punct atins de o undă devine sursă secundară de unde.

Conform acestui principiu, din suprafața de undă de la momentul t , considerând fiecare punct al ei ca sursă secundară, se poate construi suprafața de undă la momentul ulterior $t + \tau$ ca înfășurătoarea suprafețelor de undă secundare (Fig. III.8).

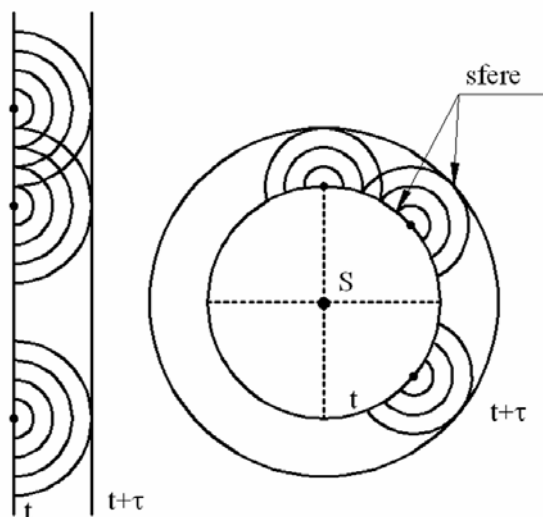


Fig.III.8 Construirea suprafeței de undă la momentul $t + \tau$ ca înfășurătoarea suprafețelor de undă secundare emise de sursele secundare ale suprafeței de undă de la momentul t , pentru unda plană (stânga), respectiv sferică (dreapta).

Dar principiul Huygens nu furnizează nici o informație asupra intensității și a fazei undelor secundare. *Completarea Fresnel* a acestui principiu afirmă:

Undele secundare sunt coerente și au amplitudini ce pot fi calculate.

Pe baza principiului Huygens-Fresnel s-a elaborat *metoda zonelor Fresnel* care constă în înlocuirea sursei primare printr-o distribuție continuă de surse secundare de pe o suprafață de undă. Suprafața de undă se împarte în porțiuni numite zone Fresnel ale căror forme și arii sunt alese astfel încât ele să fie echivalente din punctul de vedere al emisieii undelor secundare.

III.3.2. Difrakția Fraunhofer pe o fantă dreptunghiulară

Fie o undă luminoasă plană care întâlnește un ecran în care este practică o fantă dreptunghiulară a cărei lățime ℓ este mult mai mică decât lungimea L (aceasta din urmă este considerată, în teorie, infinită). Pentru simplificarea calculelor considerăm cazul incidenței normale (direcția de propagare a undei plane este perpendiculară pe lățimea fantei; Fig. III.9). Zonele Fresnel se construiesc ducând în planul fantei drepte echidistante, foarte apropiate, paralele cu latura mare a fantei, deci zonele au forma unor dreptunghiuri înguste, de arii egale. Considerăm că fasciculul difractat se află în același plan cu cel incident.

Unda provenită de la zona Fresnel M (situată la distanța x de marginea inferioară P a fantei) are faza $\varphi = \omega t - kx \sin \alpha$, unde $x \sin \alpha$ reprezintă drumul MN parcurs de unda respectivă între sursa secundară M și planul PP'; α se numește *unghi de difracție*.

Conform principiului Huygens-Fresnel amplitudinea undei secundare emise de o zonă Fresnel depinde numai de aria acesteia (distanța nu afectează amplitudinea undei plane). Amplitudinea undei emise de zona Fresnel de lățime dx este γdx , unde γ este un factor de proporționalitate dimensional. Așadar, funcția de undă pentru unda secundară emisă în direcția α de o singură zonă Fresnel este:

$$d\Psi = \gamma dx \exp[i(\omega t - kx \sin \alpha)] \quad (\text{III.37})$$

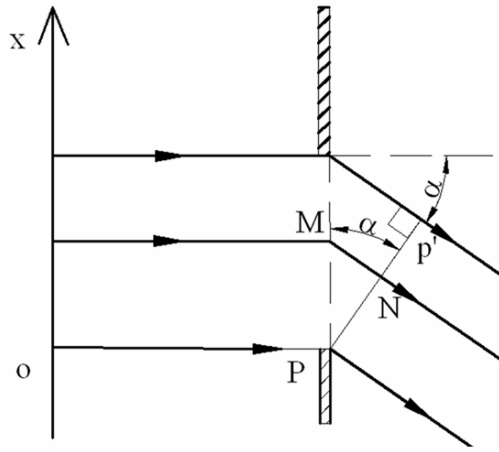


Fig.III.9 Difrakția Fraunhofer pe o fantă dreptunghiulară, la incidență normală.

Unda rezultantă se obține prin însumarea contribuțiilor tuturor zonelor Fresnel, deci prin integrarea relației (III.37) pe lățimea ℓ a fantei.

$$\Psi = \gamma \int_0^{\ell} \exp[i(\omega t - kx \sin \alpha)] dx \quad (\text{III.38})$$

Rezultă:

$$\Psi = \frac{\gamma e^{i\omega t}}{-ik \sin \alpha} (1 - e^{ik \ell \sin \alpha}) \quad (\text{III.39})$$

Intensitatea unei $I = \Psi^* \Psi$ este:

$$I = \frac{2\gamma^2}{k^2 \sin^2 \alpha} [1 - \cos(k \ell \sin \alpha)] = \frac{4\gamma^2}{k^2 \sin^2 \alpha} \sin^2 \left(\frac{k \ell \sin \alpha}{2} \right) \quad (\text{III.40})$$

Calculând integrala din relația (III.38) pentru direcția normală $\alpha = 0$ obținem: $\Psi = \gamma \ell \exp(i\omega t)$; dar, pe de altă parte $\Psi = A_0 \exp(i\omega t)$, deci: $\gamma = \frac{A_0}{\ell}$. Folosind acest rezultat în relația (III.40) și introducând notația:

$$\eta = \frac{k \ell \sin \alpha}{2} \quad (\text{III.41})$$

obținem:
$$I = I_0 \frac{\sin^2 \eta}{\eta^2} \quad (\text{III.42})$$

unde $I_0 = A_0^2$. Relația (III.42) și graficul din Fig. III.10 reprezintă distribuția intensității fasciculului difractat în funcție de $\sin \alpha$.

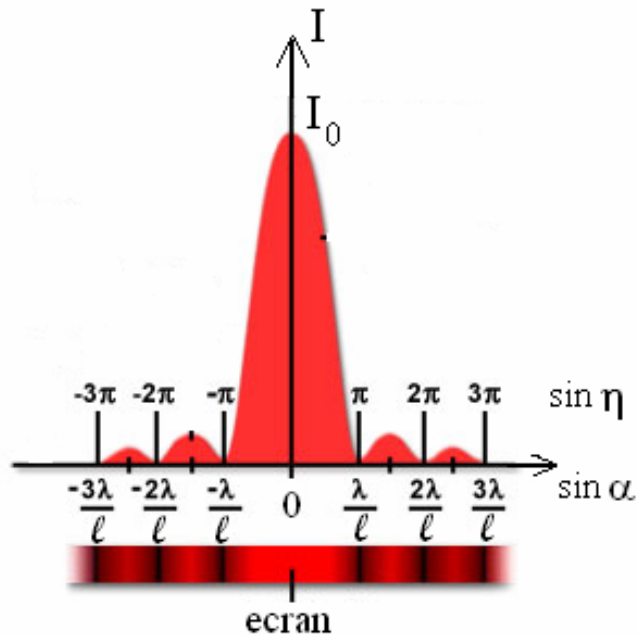


Fig. III.10 Distribuția intensității undelor difractate pe o fantă dreptunghiulară, la incidență normală.

Maximele și minimele intensității undelor difractate

Maximul central I_0 se obține pentru $\eta = 0$, adică pentru $\alpha = 0$.

Minimele intensității I se obțin pentru $\sin \eta = z\pi$, unde $z = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Prelucrând această condiție (folosind relația (III.41) și $k = 2\pi/\lambda$) obținem unghiurile de difracție pentru minimele intensității:

$$\sin \alpha = \frac{z\lambda}{\ell}, \text{ cu } z = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (\text{III.43})$$

Maximele secundare ale intensității se obțin (ca și celelalte extreme ale acestei funcții) din anularea derivatei întâi a intensității $\frac{dI}{d\eta} = 0$; rezultă condiția: $\text{tg } \eta = \eta$.

Soluțiile acestei ecuații transcendente (care se rezolvă prin metoda grafică) sunt: $\eta_0 = 0$ (corespunde maximului central I_0), $\eta_1 = 1,43\pi$; $\eta_2 = 2,46\pi$ etc. corespund maximelor secundare. În funcție de α , condiția pentru maximele secundare este:

$$\sin \alpha = \frac{p\lambda}{\ell}, \text{ unde } p = 1,43; 2,46 \text{ etc.} \quad (\text{III.44})$$

Amplitudinea maximelor secundare scade cu creșterea lui $\sin \alpha$. *Exemplu:* lucrarea de laborator "Difracția radiației laser printr-o fantă dreptunghiulară".

Observație: Pentru o lungime de undă dată, forma figurii de difracție depinde de lățimea ℓ a fantei (Fig. III.11) și anume: dacă ℓ scade, primul set de minime se deplasează spre unghiuri α mai mari, iar diferența dintre intensitățile maximelor scade; când $\ell = \lambda$ nu se mai produce nici un minim (primul set de minime corespunde acum la $\alpha = 90^\circ$); dacă ℓ crește la valori egale cu zeci de λ , primele minime se apropie și maximul central devine foarte intens; dacă $\ell \gg \lambda$, toată intensitatea undei se concentrează practic în maximul central, iar minimele și maximele secundare nu se mai observă. **În concluzie**, efectele de difracție sunt semnificative în cazul unor fante cu dimensiuni comparabile cu lungimea de undă, până la aproximativ două ordine de mărime.

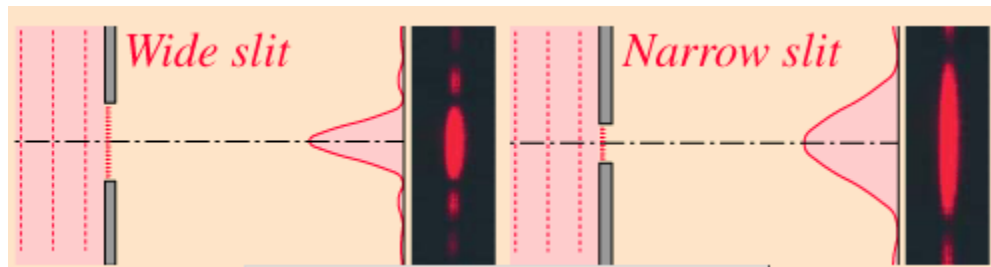


Fig. III.11 Forma figurii de difracție depinde de lățimea ℓ a fantei dreptunghiulare ("slit" = fantă; "wide/narrow" = largă/îngustă).

III.3.3. Difrakția Fraunhofer pe o rețea unidimensională. Puterea de rezoluție

O rețea unidimensională de difracție este un ansamblu de N fante identice, dreptunghiulare, înguste, paralele și echidistante. Notăm cu ℓ lățimea unei fante (mult mai mică decât lungimea, aceasta din urmă fiind considerată infinită) și cu b lățimea porțiunii opace dintre două fante succesive. Distanța $d = \ell + b$ dintre două fante succesive se numește *constanta rețelei*, iar $\frac{1}{d}$ este numărul de fante pe unitatea de lungime. Fie o undă plană a cărei direcție de propagare este perpendiculară pe rețea, adică pe lățimile fantelor (Fig.III.12).

Pentru a obține unda rezultantă difractată pe direcția α față de normala la rețea integrăm relația (III.38) pe una din fante și însumăm efectul pentru N fante:

$$\Psi = \sum_{n=0}^{N-1} \int_{nd}^{nd+\ell} \gamma \exp(i\omega t - ikx \sin \alpha) dx = \gamma \exp(i\omega t) \sum_{n=0}^{N-1} \int_{nd}^{nd+\ell} \exp(-ikx \sin \alpha) dx \quad (\text{III.45})$$

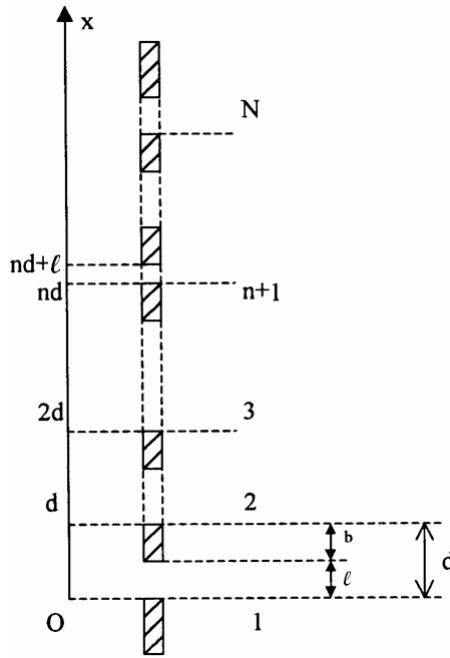


Fig.III.12. Schema celor N fante ale unei rețele de difracție unidimensionale.

Folosind notațiile: $k\ell \sin \alpha = 2\eta$; $kd \sin \alpha = 2\beta$ (III.46)

și calculele pentru (III.45) obținem intensitatea undei $I = \Psi^* \Psi$:

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \eta}{\eta^2} \cdot \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2 \beta}. \quad (\text{III.47})$$

Factorul dependent de β variază mult mai repede decât cel dependent de η , acesta din urmă modulează intensitatea unei difractate. **Fenomenele** care au loc la trecerea undei prin rețeaua de difracție sunt: *difracția pe fiecare fantă* (studiată în paragraful III.3.2) și *interferența multiplă* (suprapunerea a N unde coerente și anume undele difractate de cele N fante).

Extremele funcției $I = I(\beta)$

Se obțin *minime nule* ($I = 0$) dacă sunt îndeplinite simultan condițiile: $\sin(N\beta) = 0$ și $\sin\beta \neq 0$, adică pentru $N\beta = p\pi$, unde $p \in Z - \{0, N, 2N, \dots, nN\}$. Din prelucrarea ultimei relații (folosind (III.46) și $k = 2\pi/\lambda$) rezultă unghiurile de difracție pentru minime:

$$\sin \alpha = \frac{p\lambda}{Nd} \quad \text{cu } p \in Z - \{0, N, 2N, \dots, nN\} \quad (\text{III.48})$$

Pentru $p = 0, N, 2N, \dots, nN$, adică pentru $\beta = n\pi$ cu $n = 0, 1, 2, \dots$ rezultă: $\lim_{\beta \rightarrow n\pi} \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2 \beta} = N^2$,

intensitatea prezentând maxime numite *maxime principale*. Unghiurile de difracție pentru aceste maxime sunt:

$$\sin \alpha = \frac{n\lambda}{d}, \quad \text{cu } n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{III.49})$$

Numărul n se numește ordin de difracție. Intensitatea maximelor principale este modulată de factorul $\frac{\sin^2 \eta}{\eta^2}$ (Fig.III.13):

$$I_{\max} = N^2 I_0 \frac{\sin^2 \eta}{\eta^2}. \quad (\text{III.50})$$

Din anularea derivatei întâi a intensității, $\frac{dI}{d\beta} = 0$, mai rezultă:

$$N \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(N\beta). \quad (\text{III.51})$$

Soluțiile acestei ecuații transcendente (care se rezolvă prin metoda grafică) corespund *maximelor secundare* de difracție ale căror intensități sunt foarte mici.

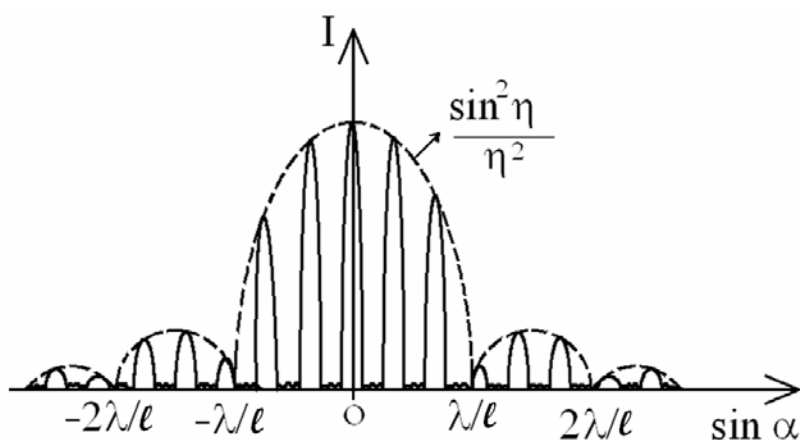


Fig. III.13 Distribuția intensității undelor difractate pe o rețea unidimensională, la incidență normală.

Observație: Deoarece condiția (III.49) pentru maximele principale de difracție depinde de lungimea de undă, se obțin, în cazul folosirii unei surse luminoase complexe, maxime de culori diferite la unghiuri diferite, deci rețeaua de difracție se poate utiliza ca **aparat spectral** (pentru analiza lungimilor de undă ale radiațiilor emise de o sursă complexă).

Exemple:

- lucrarea de laborator "Determinarea lungimii de undă a unei radiații luminoase cu rețeaua de difracție" (Fig. III.14).

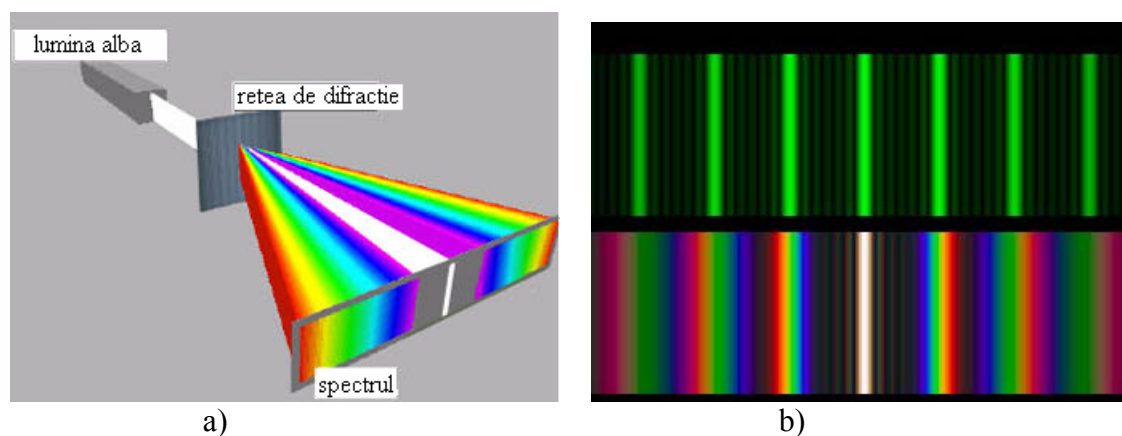


Fig. III. 14. a) Difrakția luminii albe prin rețeaua de difracție unidimensională; b) comparație între figura de difracție pentru o undă luminoasă monocromatică (verde) și pentru lumina albă.

- Difrakția luminii albe pe suprafața unui CD; microcanalele (trăsăturile) de pe un CD acționează ca o rețea de difracție ducând la separarea componentelor luminii albe (Fig. III. 15). Distanța dintre două trăsături pe CD (constanta rețelei) este de $1,6 \mu\text{m}$ și corespunde la 625 trăsături/mm. Pentru radiația roșie primul maxim de difracție se produce la un unghi de aprox. 22° .



Fig. III. 15. Microcanalele (trăsăturile) de pe un CD acționează ca o rețea de difracție ducând la separarea componentelor luminii albe.

Puterea de rezoluție a unui aparat spectral

Fie două radiații cu lungimi de undă foarte apropiate λ_1 și λ_2 . Folosind media lor aritmetică, $\bar{\lambda} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$, și diferența lor, $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$, rezultă: $\lambda_1 = \bar{\lambda} - \frac{\Delta\lambda}{2}$; $\lambda_2 = \bar{\lambda} + \frac{\Delta\lambda}{2}$, cu $\Delta\lambda \ll \bar{\lambda}$.

Capacitatea unui aparat spectral de a distinge două linii spectrale având lungimi de undă foarte apropiate se numește *putere de rezoluție* și se definește prin:

$$\mathfrak{R} = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda} \quad (\text{III.52})$$

Pentru a deduce formula puterii de rezoluție pentru rețeaua de difracție se folosește *criteriul Rayleigh*: ***Două linii spectrale se consideră distincte dacă distanța dintre ele este cel puțin egală cu cea în care maximum unaia coincide cu minimum celeilalte*** (Fig. III.16).

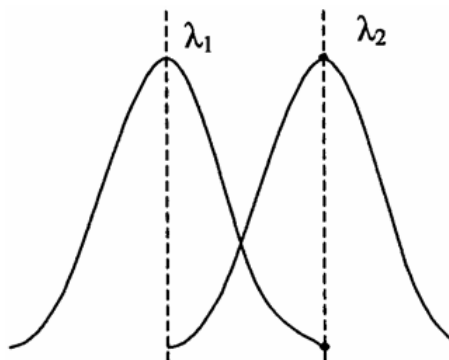


Fig. III.16. Ilustrarea criteriului Rayleigh.

În cazul rețelei de difracție:

$$d \sin \alpha = n\lambda_2 \quad (\text{maxim de difracție}) \quad (\text{III.53})$$

$$d \sin \alpha = n\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{N} \quad (\text{minim de difracție}) \quad (\text{III.54})$$

Rezultă: $N\Delta\lambda = \lambda_1/N$; apoi: $nN = \lambda_1/\Delta\lambda$; dar: $\lambda_1 \cong \bar{\lambda}$ deoarece $\Delta\lambda \ll \bar{\lambda}$.

$$\text{În final:} \quad \mathfrak{R} = nN \quad (\text{III.55})$$

Aplicație: Linia galbenă a atomului de sodiu este, de fapt, un dublet format din $\lambda_1 = 589 \text{ nm}$ și $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$. Să se stabilească dacă o rețea unidimensională de difracție având 400 fante/cm și o lățime a zonei active de 5 cm poate rezolva acest dublet în spectrul de ordinul întâi.

Rezolvare: Din: $\mathfrak{R} = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda'} = nN$ obținem: $\Delta\lambda' = \frac{\bar{\lambda}}{nN} = 0,29465 \text{ nm} \cong 0,3 \text{ nm}$ ($N = 2000$; $n = 1$); dar: $\lambda_2 - \lambda_1 = 0,6 \text{ nm}$; deci: $\lambda_2 - \lambda_1 < \Delta\lambda'$, adică dubletul este rezolvat.

III.4. Unda electromagnetică în mediu anizotrop. Birefringența

III.4.1 Birefringența naturală

Într-un mediu dielectric anizotrop permitivitatea electrică ε este un tensor reprezentat printr-o matrice 3×3 . Pentru un sistem de axe convenabil ales matricea permitivității este diagonalizată:

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix} \quad (\text{III.56})$$

Deosebim două cazuri:

- a) $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z \rightarrow$ cristal uniax (prezintă o singură axă optică);
- b) $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z \rightarrow$ cristal biax (prezintă două axe optice).

Relația dintre inducția electrică $\vec{D}$ și intensitatea câmpului electric $\vec{E}$ este:

$$\vec{D} = \bar{\bar{\varepsilon}} \vec{E} \quad (\text{III.57})$$

adică vectorii $\vec{D}$ și $\vec{E}$ nu mai sunt paraleli (ca în mediul dielectric ideal).

În consecință, unda electromagnetică trebuie caracterizată, în mediul anizotrop, prin cel puțin trei vectori și anume: $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{H}$ (al patrulea, $\vec{B}$, rămâne paralel cu $\vec{H}$). Orientarea lor este prezentată în Fig.III.17 unde:

- $\vec{u}_N$ este perpendicular pe vectorii $\vec{D}$ și $\vec{H}$, fiind versorul direcției de propagare a suprafețelor echifază;
- $\vec{u}_{Sp}$ este versorul vectorului Poynting $\vec{S}_p = \vec{E} \times \vec{H}$, adică versorul direcției de transfer a energiei.

Unghiul dintre versorii $\vec{u}_N$ și $\vec{u}_{Sp}$ este egal cu cel dintre vectorii inducție electrică $\vec{D}$ și intensitate a câmpului electric $\vec{E}$.

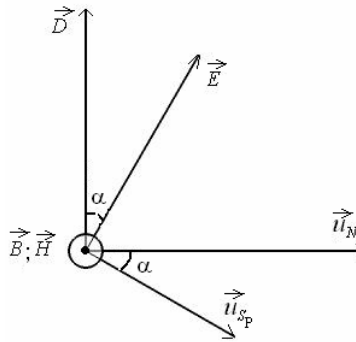


Fig.III.17. Dispunerea vectorilor caracteristici unei unde electromagnetice într-un mediu anizotrop.

Folosind ecuațiile lui Maxwell pentru un mediu anizotrop (de exemplu, un **cristal uniax**) se obțin următoarele **rezultate**:

1° Într-un mediu anizotrop se propagă simultan *două unde electromagnetice* având vectorii intensitate a câmpului magnetic în plane perpendiculare; ele se numesc:

- *unda ordinară* - are aceeași viteză de fază în toate direcțiile, notată v_o ;
- *unda extraordinară* - are viteze de fază diferite pe direcții diferite; de exemplu, pentru un cristal uniax:

$$v_y = v_x = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_x \mu}} \neq v_z = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_z \mu}} \quad (\text{III.58})$$

Direcția după care unda extraordinară are aceeași viteză de fază cu cea ordinară se numește *axă optică* (în exemplul dat este Oz); notații: $v_z = v_o$ (viteza unei ordinare) și $v_x = v_y = v_e$ (viteza maximă/minimă a unei extraordinare); pe alte direcții decât cele menționate unda extraordinară are viteze cuprinse între v_o și v_e .

Observație: axa optică nu este o dreaptă anume, ci o *direcție*.

Fenomenul de birefrință constă în obținerea a două fascicule luminoase emergente dintr-un unic fascicul incident pe un mediu anizotrop.

Diferența indicilor de refracție corespunzători vitezelor v_e și v_o se numește *birefrință*:

$$\Delta n = n_e - n_o \quad (\text{III.59})$$

Dacă $\Delta n > 0$ cristalul se numește *uniax pozitiv*, iar dacă $\Delta n < 0$ cristalul se numește *uniax negativ*.

Secțiunea principală a cristalului este planul determinat de axa optică și de direcția de propagare a unei incidente.

2° Pentru o sursă luminoasă punctiformă S aflată într-un cristal uniax suprafața de undă a unei ordinare este o sferă, iar cea a unei extraordinare este un elipsoid de rotație:

- înscris în sferă dacă $v_e < v_o$ (cristal uniax pozitiv) - Fig.III.18a sau

- circumscris sferei dacă $v_e > v_o$ (cristal uniax negativ) - Fig.III.18b.

3° **Proprietățile undelor ordinare și extraordinară**

Ambele unde, ordinare și extraordinară, sunt *liniar polarizate* având *planele de oscilație perpendiculare* între ele.

a) *Proprietățile undei ordinare:*

- viteza de fază, v_o , este aceeași pe toate direcțiile;
- respectă legile reflexiei și refracției;
- vectorul inducție electrică $\vec{D}$ oscilează în planul perpendicular pe planul secțiunii principale.

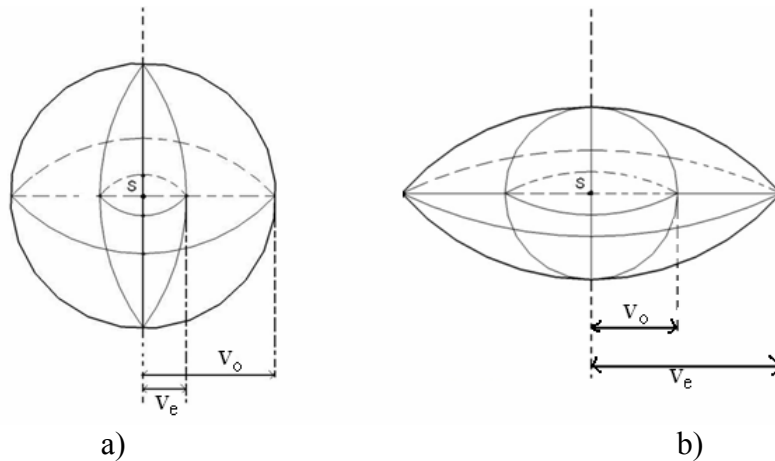


Fig. III. 18. Suprafețele de undă generate de o sursă punctiformă într-un mediu anizotrop: a) cristal uniax pozitiv; b) cristal uniax negativ.

b) *Proprietățile undei extraordinare:*

- viteza de fază depinde de direcția de propagare; pentru un cristal uniax ea are valori cuprinse între v_o (pe axa optică) v_e (extremă); de exemplu: $v_o = v_z = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_z \mu}}$ și

$$v_e = v_y = v_x = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_x \mu}};$$

- nu respectă legile reflexiei și refracției;
- vectorul inducție electrică $\vec{D}$ oscilează în planul paralel cu planul secțiunii principale.

4° Să analizăm starea de polarizare a unei luminoase care iese dintr-o lamă confecționată din cristal uniax pozitiv, în următoarele condiții:

- i) suprafața lamei este paralelă cu axa optică (desenată cu linie punctată în Fig. III. 19a);
- ii) fasciculul incident este perpendicular pe suprafața lamei (incidență normală).

Defazajul dintre cele două unde, ordinară și extraordinară, la ieșirea din lamă, este:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d(n_e - n_o)}{\lambda} \quad (\text{III.60})$$

unde d este grosimea lamei.

Concluzie: Unda emergentă din lama descrisă mai sus rezultă din compunerea a două unde (ordinară și extraordinară, defazate, liniar polarizate, cu plane de oscilație perpendiculare) și, deci, în cazul general, este *eliptic polarizată*.

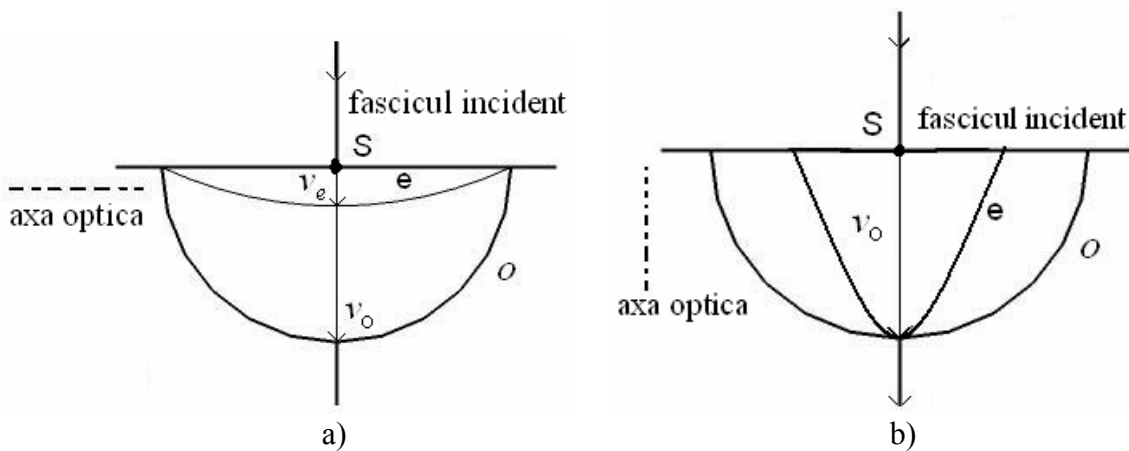


Fig. III. 19. Suprafețele de undă și diferența de drum optic dintre razele ordinară și extraordinară pentru o lamă din cristal uniax pozitiv, tăiată astfel încât suprafața lamei este: a) paralelă; b) perpendiculară față de axa optică (desenată punctat).

Cazuri particulare: a) dacă $\Delta\varphi = (2p + 1)\frac{\pi}{2}$, cu $p \in Z$ și amplitudinile celor două unde

sunt egale unda emergentă este *circular polarizată*;

b) dacă $\Delta\varphi = p\pi$, cu $p \in Z$ unda emergentă este *liniar polarizată*.

Folosind diferența de drum optic dintre cele două unde, la ieșirea din lamă:

$$\delta = d\Delta n = d(n_e - n_o), \quad (\text{III.61})$$

se disting următoarele cazuri:

- lamă semiundă, dacă: $d\Delta n = p\lambda + \frac{\lambda}{2}$, cu $p \in N$ (III.62)

- lamă sfert de undă, dacă: $d\Delta n = p\lambda + \frac{\lambda}{4}$, cu $p \in N$ (III.63)

Observație: În cazul în care suprafața lamei confecționată din cristal uniax pozitiv este perpendiculară pe axa optică (desenată cu linie punctată în Fig. III. 19b), iar fasciculul incident este perpendicular pe suprafața lamei (incidență normală) se obține: $\Delta n = 0$, $\Delta \varphi = 0$, deci unda emergentă este *liniar polarizată*.

5° *Birefrința rotatorie (activitatea optică)* constă în rotirea planului de oscilație al unde liniar polarizate la trecerea ei printr-un mediu optic activ (cuarț, zahăr, sarea Rochelle). Unghiul de rotație are expresia:

$$\alpha = \frac{\pi d(n_{dr} - n_{st})}{\lambda} \quad (\text{III.64})$$

unde n_{dr} și n_{st} sunt indicii de refracție pentru unda polarizată dreapta, respectiv stânga.

Exemplu: lucrarea de laborator "Determinarea concentrației unei substanțe optic active (polarimetrul)".

III.4.2. Anizotropia artificială (birefrința indusă)

se poate obține astfel:

a) prin solicitări mecanice (efect Brewster), axa optică fiind axa de deformare mecanică:

$$n_e - n_o = B^* \lambda p, \quad (\text{III.65})$$

unde p este presiunea, iar B^* este constanta Brewster.

Aplicație: *fotoelasticimetria* - studiază repartizarea solicitărilor mecanice pe un model al piesei metalice (model confecționat din material transparent, pentru care se măsoară Δn pe diferite direcții).

b) prin aplicarea unui câmp electric (efect Kerr), axa optică fiind paralelă cu intensitatea câmpului aplicat:

$$n_e - n_o = K \lambda E_{\perp}^2, \quad (\text{III.66})$$

unde $E_{\perp}$ este intensitatea câmpului electric aplicat, perpendicular pe direcția de birefrință extremă, iar K este constanta Kerr.

c) prin aplicarea unui câmp magnetic (efect Cotton - Mouton), axa optică fiind paralelă cu inducția magnetică aplicată:

$$n_e - n_o = C \lambda B_{\perp}^2, \quad (\text{III.67})$$

unde $B_{\perp}$ este inducția magnetică aplicată, perpendiculară pe direcția de birefrință extremă, iar C este constanta Cotton - Mouton.

d) birefrință rotatorie produsă prin aplicarea unui câmp magnetic (efect Faraday):

$$\alpha = V B d \quad (\text{unde } V \text{ este o constantă}) \quad (\text{III.68})$$

III.4.3. Dispozitive de obținere a luminii polarizate. Legea lui Malus

Polaroizii sunt formați din cristale de iodosulfat de chinină înglobate într-un material plastic și prezintă fenomenul de **dicroism** care constă în absorbția puternică a unei ordinare. Dacă pe un astfel de dispozitiv cade un fascicul de lumină naturală (nepolarizată) la ieșire se obține lumină liniar polarizată (unda extraordinară).

Prisme polarizatoare se bazează pe fenomenele de birefrință și de reflexie totală. De exemplu, prisma Nicol este confecționată dintr-un cristal anizotrop numit spat de Islanda (cu indicii de refracție $n_o = 1,66$, respectiv $n_e = 1,48$), tăiat după unghiuri bine determinate, 22° și 68° , și lipit cu o rășină specială (balsam de Canada având $n_B = 1,55$). Unda ordinară suferă reflexie totală pe stratul de rășină și este apoi absorbită de un strat din lac negru.

Legea lui Malus se referă la un fascicul luminos care străbate un ansamblu format din doi polaroizi (sau din două prisme Nicol) și are forma:

$$I = I_{\max} \cos^2 \alpha \quad (\text{III.69})$$

unde α este unghiul dintre axele optice (sau planele secțiunilor principale) ale celor doi polaroizi. *Exemplu:* lucrarea de laborator "Studiul luminii polarizate. Legea lui Malus" (Fig. III. 20).

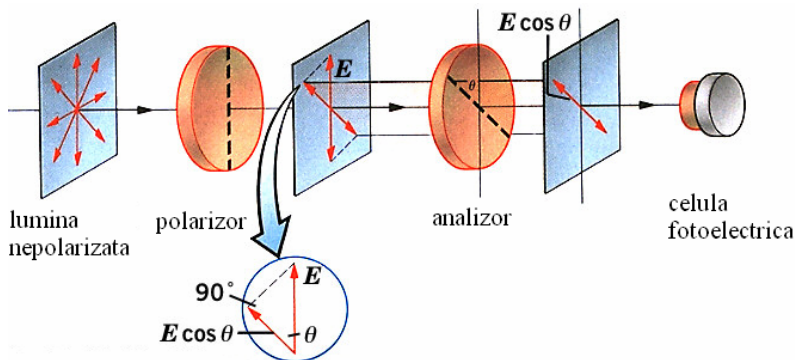


Fig. III. 20. Montajul experimental pentru studiul legii lui Malus.