ELEMENTE DE ELECTROMAGNETISM

Prof.univ.dr.fiz. MIHAELA A. GHELMEZ (DUMITRU)

4. ELECTROMAGNETISMUL. GENERALITATI

Interacţiunile electromagnetice se manifestă prin fenomene electrice şi magnetice, studiate pe baza teoriei cîmpului electromagnetic, elaborată de J.C.Maxwell în secolul al XIX-lea.

Cîmpul electromagnetic este un mod de existenţă a materiei, caracterizat printr-un cîmp electric şi un cîmp magnetic, în general variabile în timp, care se condiţionează reciproc şi prin intermediul cărora se transmit din aproape în aproape, cu viteză finită (ce nu poate depăşi viteza luminii în vid c) acţiuni de tip electromagnetic.

Din punct de vedere macroscopic, cîmpul electromagnetic are o distribuţie şi evoluţie continuă în spaţiu şi timp, avînd:

- impuls;
- moment cinetic;
- energie.

Mărimi specifice cu ajutorul cărora se caracterizează câmpul electromagnetic în vid sunt:

$\bar{E}_0(\bar{r}, t)$ - intensitatea cîmpului electric.
$\bar{B}_0(\bar{r}, t)$ - inducţia magnetică;
$\bar{E}_0$ şi $\bar{B}_0$ sînt mărimi primitive.

Proprietăţile corpurilor sunt:

- sarcina electrică q;
- momentul electric $\bar{p}$;
- intensitatea curentului de conducţie I;
- momentul magnetic $\bar{m}$.

Mărimile q, $\bar{p}$, I şi $\bar{m}$ sînt mărimi primitive.

Studiem electromagnetismul clasic.

- regimul static (mărimile electrice şi magnetice sînt constante în timp, fără schimb de căldură; fenomenele electrice pot fi separate de cele magnetice);
- regimul staţionar (mărimile nu variază în timp, dar au loc schimburi de căldură, şi apar fluxuri staţionare în timpul interacţiei cîmp - substanţă);
- regimul variabil (mărimile electrice şi magnetice variază în timp).

4.5 Legile regimului variabil

Ecuaţiile lui Maxwell

Aceste legi sînt valabile pentru mărimi dependente de punct şi de timp.

A. Legi de stare ale cîmpului electromagnetic

a) Legea lui Gauss (a fluxului electric):

- forma integrală:

$$\int_{\Sigma} \overline{D}\, \overline{dA} = q \tag{4.120}$$

- forma locală:

$$\operatorname{div} \overrightarrow{D} = \rho_v \tag{4.121}$$

b) Legea dependenţei între $\overline{D}$, $\overline{E}$ şi $\overline{P}$:

$$\overline{D} = \varepsilon_0 \overline{E} + \overline{P} \tag{4.122}$$

c) Legea polarizaţiei electrice temporare:

$$\overline{P}_t = \varepsilon_0 \overline{\overline{\chi}}_e\, \overline{E} \Rightarrow \overline{D} = \varepsilon_0 (1 + \overline{\overline{\chi}}_e)\overline{E} \tag{4.123}$$

d) Legea lui Ohm (legea conducţiei electrice).

- forma integrală:

$$U_{12} = R_{12}\, I \tag{4.124}$$

- forma locală:

$$\overline{J} = \overline{\overline{\sigma}}\,(\overline{E} + \overline{E}_i) \tag{4.125}$$

e) Legea fluxului magnetic în corpuri:

- forma integrală:

$$\int_{\Sigma} \overline{B}\, \overline{dA} = 0 \tag{4.126}$$

- forma locală:

$$\operatorname{div} \overline{B} = 0 \tag{4.127}$$

f) Legea dependenţei dintre $\overline{B}$, $\overline{H}$ şi $\overline{M}$ în cîmp magnetic total:

$$\overline{\mathring{B}} = \mu_0 (\overline{H} + \overline{M}) \tag{4.128}$$

g) Legea magnetizației temporare.

$$\overline{B} = \mu_0(1 + \overline{\overline{\chi}}_m)\overline{H} = \overline{\overline{\mu}}\,\overline{H} \qquad (4.129)$$

B. <u>Legile de evoluție</u> sînt obținute ca și legile de stare prin generalizarea unui mare număr de fapte experimentale.

a) Legea conservării sarcinii electrice (legea de continuitate).

$$\operatorname{div} \overline{J} = -\frac{\partial \rho_e}{\partial t} \qquad (4.130)$$

Rezultă din

$$I = -\frac{dq}{dt} \qquad (4.131)$$

sau:

$$\int_{\Sigma} \overline{J}\,\overline{dA} = -\frac{d}{dt}\int \rho\, d\tau \qquad (4.132)$$

$$\int_V \operatorname{div} \overline{J}\, d\tau = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, d\tau \qquad (4.133)$$

(Fie Σ suprafața care intersectează conductorii parcurși de curenți și conține în interior corpuri încărcate cu sarcini electrice.

Intensitatea curentului care iese din Σ este egală cu viteza de scădere a sarcinii electrice q din interiorul lui Σ).

b) <u>Legea inducției electromagnetice</u> (generarea tensiunii electromotoare induse datorită unui flux Φ_m variabil)

$$\mathcal{E}^{ind} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \qquad (4.134)$$

$$\mathcal{E}^{ind} = \oint_{\Gamma} \overline{E}\,\overline{d\ell} \qquad (4.135)$$

($\overline{E}$ nu este nici cîmp imprimat nici cîmp coulombian).

dar

$$\Phi_m = \int_{\Sigma} \overline{B}\,\overline{dA} \qquad (4.136)$$

și deci:

$$\oint_{\Gamma} \overline{E}\,\overline{d\ell} = -\frac{d}{dt}\int_{\Sigma} \overline{B}\,\overline{dA} \qquad (4.137)$$

$$\int_{\Sigma} \mathrm{rot}\,\overline{E}\,d\overline{A} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Sigma}\overline{B}\,d\overline{A} \qquad (4.138)$$

(Σ şi Γ sînt invariabili în timp),

deci:

$$\mathrm{rot}\,\overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t} \qquad (4.139)$$

forma locală a legii inducţiei pentru medii imobile.

C) Legea circuitului magnetic

Modul de producere a cîmpului magnetic de către curentul electric de conducţie şi de către fluxul inducţiei electrice variabile în timp. Această lege a fost dată de către Ampère. Forma sa integrală este:

$$U_m = \oint_{\Gamma} \overline{H}\,d\overline{l} = I_{cond} + I_{deplas} \qquad (4.140)$$

dar,

$$I = \int_{\Sigma} \overline{J}\,d\overline{A}, \quad I_d = \frac{D}{t}\cdot dA \qquad (4.141)$$

Folosind teorema lui Stokes, se obţine:

$$\oint_{\Gamma} \overline{H}\,d\overline{l} = \int_{\Sigma} \mathrm{rot}\,\overline{H}\cdot d\overline{A} \qquad (4.142)$$

deci

$$\mathrm{rot}\,\overline{H} = \overline{J} + \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} \qquad (4.143)$$

relaţie ce reprezintă forma locală.

Ecuaţiile lui Maxwell (legile inducţiei electromagnetice şi ale circuitului magnetic pentru mediile imobile, precum şi legile fluxului electric ϕ_e şi magnetic ϕ_m).

Ele au forma locală:

$$\begin{aligned} \nabla \times \overline{E} &= -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \times \overline{H} &= \overline{J} + \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} \\ \nabla \overline{D} &= \rho \\ \nabla \overline{B} &= 0 \end{aligned} \qquad (4.144)$$

Forma lor integrală este:

$$\oint_{\Gamma} \overline{E}\, \overline{dl} = -\int_{\Sigma} \frac{\partial \overline{B}}{\partial t}\, \overline{dA}$$

$$\oint_{\Gamma} \overline{H}\, \overline{dl} = \int_{\Sigma} \overline{J}\, \overline{dA} + \int_{\Sigma} \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} \cdot \overline{dA}$$

$$\int_{\Sigma} \overline{D}\, \overline{dA} = q \qquad (4.145)$$

$$\int_{\Sigma} \overline{B}\, \overline{dA} = 0$$

La acestea se adaugă legile "de material":

$$\overline{J} = \sigma \overline{E}$$
$$\overline{D} = \varepsilon \overline{E} \qquad (4.146)$$
$$\overline{B} = \mu \overline{H}$$

Sistemul cuprinde 13 ecuaţii scalare cu 13 necunoscute, cîte 3 pentru fiecare din vectorii $\overline{D}$, $\overline{E}$, $\overline{B}$ şi $\overline{H}$ şi una pentru scalarul ρ.

Soluţia este unică dacă se dau $D_{iniţ}$, $B_{iniţ}$ şi condiţiile la frontieră (limită) referitoare la componentele tangenţiale ale cîmpurilor. Problema fundamentală constă în integrarea ecuaţiilor Maxwell în situaţii concrete.

4.6 Ecuaţiile de trecere pentru cîmpul electromagnetic la suprafaţa de separaţie dintre două medii

$$E_{t_1} - E_{t_2} = 0 \qquad (4.156)$$

Deci:

$$D_{n_1} - D_{n_2} = \sigma \qquad H_{t_1} - H_{t_2} = J_S$$
$$B_{n_1} - B_{n_2} = 0 \qquad E_{t_1} - E_{t_2} = 0 \qquad (4.157)$$

4.7 Potenţiale electrodinamice

Rezolvarea ecuaţiilor lui Maxwell se face mai uşor pentru potenţialele electrodinamice.

Din relaţia $\oint_\Gamma \bar{E} \cdot d\bar{\ell} = 0$ (lucrul mecanic în cîmp conservativ de forţe, pe un drum închis, este nul):

Rezultă $\int_\Sigma \text{rot}\, \bar{E}\, d\bar{A} = 0$, deci $\text{rot}\, \bar{E} = 0$

$$\bar{E} = -\text{grad}\, V \qquad (4.158)$$

Din relaţia

$$\text{div}\, \bar{B} = 0 \quad \text{rezultă} \quad \bar{B} = \text{rot}\, \bar{A} \qquad (4.159)$$

V se numeşte potenţial scalar pentru cîmpul electric.
$\bar{A}$ este potenţialul vector pentru cîmpul magnetic.

Din ecuaţiile lui Maxwell (legea inducţiei electromagnetice):

$\text{rot}\, \bar{E} = -\dfrac{\partial \bar{B}}{\partial t}$, prin înlocuirea $\bar{B} = \text{rot}\, \bar{A}$, rezultă:

$$\text{rot}(\bar{E} + \frac{\partial \bar{A}}{\partial t}) = 0$$

Deci:

$$\bar{E} + \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} = -\text{grad}\, V \qquad (4.160)$$

Celelalte ecuaţii Maxwell devin (ţinînd seama că $\bar{D} = \varepsilon \bar{E}$ şi $\bar{B} = \mu \bar{H}$):

$$\text{div}\, \bar{D} = \rho \qquad \text{devine:} \qquad (4.161)$$

$$\text{div}\, (-\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} - \text{grad}\, V) = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

sau:

$$\Delta V + \text{div}(\frac{\partial \bar{A}}{\partial t}) = -\frac{\rho}{\varepsilon} \qquad (4.162)$$

Din ecuaţia

$$\text{rot}\,\bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \text{ , rezultă:} \tag{4.163}$$

$$(\text{rot rot}\,\bar{A}) = \mu\bar{J} + \mu\varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}$$

$$-\Delta\bar{A} + \text{grad}\,(\text{div}\,\bar{A}) = \mu\bar{J} - \mu\varepsilon \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + \text{grad}\,V\right) \tag{4.164}$$

sau:

$$\Delta\bar{A} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} = -\mu\bar{J} + \text{grad}\,(\text{div}\,\bar{A} + \varepsilon\mu \frac{\partial V}{\partial t}) \tag{4.165}$$

Ecuaţia nu are soluţie unică, folosindu-se astfel condiţia de etalonare Lorentz:

$$\text{div}\,\bar{A} + \varepsilon\mu \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \tag{4.166}$$

Rezultă:

$$\Delta\bar{A} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} = -\mu\bar{J}$$

$$\Delta V - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \tag{4.167}$$

Aceste ecuaţii sînt neomogene, de tip ecuaţia undelor pentru $\bar{A}$ şi V.

Soluţia lor este:

$$\bar{A}(x,y,z,t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V_\infty} \frac{J(x',y',z',t-r/v)}{r}\, d\tau' \tag{4.168}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_{V_\infty} \frac{\rho(x',y',z',t-r/v)}{r}\, d\tau' \tag{4.169}$$

unde:

r este distanţa de la elementul $d\tau'$ pînă la punctul de observaţie, în care căutăm potenţialele;

t' = t-r/v reprezintă momentul anterior măsurării, la care s-a produs fenomenul;

t reprezintă momentul măsurării.

Deci între producere şi măsurare trece un anumit timp, necesar propagării cîmpului prin contiguitate (din aproape în aproape), cu viteza c.

Din acest motiv potenţialele $\overline{A}$ şi V se numesc potenţiale retardate.

4.8 Energia cîmpului electromagnetic

Experienţa arată că un cîmp electromagnetic posedă o energie E care se compune din energia electrică şi energia magnetică, corespunzător densităţilor volumice de energie:

$$\rho_e = \frac{1}{2}\overline{D}\,\overline{E} \qquad \rho_m = \frac{1}{2}\overline{B}\,\overline{H} \qquad (4.170)$$

Energia cîmpului electromagnetic în volumul V este:

$$E = \int_V \rho\, d\tau = \frac{1}{2}\int_V (\overline{D}\,\overline{E} + \overline{B}\,\overline{H})d\tau \qquad (4.171)$$

Pentru un mediu liniar, omogen şi izotrop, $\overline{D} = \varepsilon\overline{E}$ şi $\overline{B} = \mu\overline{H}$, deci:

$$E = \frac{1}{2}\int_V (\varepsilon\overline{E}^2 + \mu\overline{H}^2)d\tau \qquad (4.172)$$

Variaţia energiei raportată la unitatea de timp, pe o suprafaţă Σ care mărgineşte volumul V, imobilă, este:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}\int_V (\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\overline{E}^2 + \mu\frac{\partial}{\partial t}\overline{H}^2)d\tau =$$

$$= \int_V (\varepsilon\overline{E}\frac{\partial\overline{E}}{\partial t} + \mu\overline{H}\frac{\partial\overline{H}}{\partial t})d\tau \qquad (4.173)$$

Din ecuaţiile lui Maxwell avem:

$$\varepsilon\frac{\partial\overline{E}}{\partial t} = \mathrm{rot}\,\overline{H} - \overline{J}$$
$$\mu\frac{\partial\overline{H}}{\partial t} = -\mathrm{rot}\,\overline{E} \qquad (4.174)$$

de unde,

$$\frac{dE}{dt} = \int_V (\overline{E}\,\mathrm{rot}\,\overline{H} - \overline{E}\,\overline{J} - \overline{H}\,\mathrm{rot}\,\overline{E})d\tau =$$

$$= \int_V (\overline{E}\,\mathrm{rot}\,\overline{H} - \overline{H}\,\mathrm{rot}\,\overline{E})d\tau - \int_V \rho\overline{J}^2 d\tau =$$

$$= \int_V -\mathrm{div}(\overline{E}\times\overline{H})d\tau - \int_V \rho\,\overline{J}^2\,d\tau \qquad (4.175)$$

Introducem vectorul:

$$\overline{S} = \overline{E}\times\overline{H} \qquad (4.176)$$

numit vectorul lui Poynting.

Deci:

$$- \frac{dE}{dt} = \int_V \operatorname{div} \bar{S}\, d\tau + \int_V \rho\, \bar{J}^2 d\tau$$

$$- \frac{dE}{dt} = \int_{\Sigma} \bar{S} \cdot d\bar{A} + \int_V \rho\, \bar{J}^2 d\tau \qquad (4.177)$$

Cel de-al doilea termen al membrului doi al relaţiei reprezintă puterea disipată prin efect Joule-Lenz. Relaţia de mai sus reprezintă forma integrală a legii conservării energiei în cîmp electromagnetic pentru un sistem de corpuri imobile.

Ea ne arată că viteza de scădere a energiei electromagnetice într-un domeniu V este egală cu fluxul vectorului $\bar{S}$ prin suprafaţa domeniului plus căldura produsă în unitatea de timp prin efect Joule.

Vectorul lui Poynting reprezintă densitatea fluxului de energie (energia transferată normal pe unitatea de arie, în unitatea de timp, prin frontiera Σ). Intrucît $d\tau$ este arbitrar şi $E = \int_V \rho_E \cdot d\tau$, rezultă:

$$\operatorname{div} \bar{S} + \frac{\partial \rho_E}{\partial t} = - \rho \bar{J}^2 \qquad (4.178)$$

Această relaţie reprezintă forma locală a legii conservării energiei electromagnetice pentru corpuri imobile.

<u>Propagarea cîmpului electromagnetic. Unde electromagnetice</u>

Scriem ecuaţiile lui Maxwell cu rotor şi aplicăm din nou rotorul pentru cazul mediilor omogene, izotrope şi liniare :

$$\operatorname{rot} \bar{E} = - \mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \qquad (4.179)$$

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} + \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \qquad (4.180)$$

Obţinem:

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{E} - \Delta \bar{E} = - \mu \frac{\partial}{\partial t} (\bar{J} + \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}) \qquad (4.181)$$

$$\Delta \bar{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial}{\partial t} \bar{J} + \text{grad div } \bar{E} \tag{4.182}$$

$$\Delta \bar{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = \text{grad } \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\text{grad div } \bar{H} - \Delta \bar{H} = \sigma \,\text{rot } \bar{E} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \bar{E} \tag{4.183}$$

$$\Delta \bar{H} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \bar{E} = - \sigma \,\text{rot } \bar{E}$$

$$\Delta \bar{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} - \sigma\mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = 0 \tag{4.184}$$

Pentru medii fără distribuţii de sarcini:

$$\Delta \bar{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta \bar{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = 0 \tag{4.185}$$

Notăm $\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = v$, şi rezultă:

$$\Delta \bar{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta \bar{H} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = 0 \tag{4.186}$$

Acestea reprezintă fiecare ecuaţia generală a undelor vectoriale care se propagă cu viteza v.

Din ecuaţiile Maxwell rezultă că un cîmp electromagnetic se propagă în spaţiu sub formă de unde electromagnetice, cu viteza finită v, care depinde de constantele electrice şi magnetice ale mediului.

In vid $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8{,}856 \cdot 10^{-12}$ F/m,

deci $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \simeq 3 \cdot 10^8$ m/s.

Intr-un mediu oarecare $\varepsilon > \varepsilon_0$, $\mu > \mu_0$, deci $v < c$.

Raportul:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r} \tag{4.187}$$

se numeşte indicele de refracţie al mediului.

Undele electromagnetice sînt unde vectoriale. Ecuaţiile undelor electromagnetice pot fi uşor integrate pentru situaţiile:

- unde sferice (surse punctiforme);
- unde plane.

Soluţia pentru undele sferice progresive are forma:

$$\overline{E}(r,t) = \frac{1}{r}\,\overline{f}(t - \frac{r}{v}) \qquad (4.188)$$

Mărimea r reprezintă distanţa dintre sursă şi punctul de observaţie.

Unde progresive plane

$$\overline{E}(r,t) = \overline{E}(t - \frac{r}{v}) \text{ , respectiv} \qquad (4.189)$$
$$\overline{H}(r,t) = \overline{H}(t - \frac{r}{v})$$

Dintre formele funcţiilor $\overline{E}(t - \frac{r}{v})$ cel mai mare interes îl prezintă funcţia periodică sinusoidală:

$\overline{E}(r,t) = \overline{A}\cdot\cos(\omega t - \overline{k}\cdot\overline{r} + \varphi)$, care este o undă armonică plană.

Ea poate fi scrisă şi sub forma:

$$\overline{E}(\overline{r},t) = \overline{A}\cdot e^{i(\omega t - \overline{k}\cdot\overline{r} + \varphi)} = \overline{a}\, e^{i(\omega t - \overline{k}\cdot\overline{r})} \qquad (4.190)$$

unde:

$\overline{a} = \overline{A}\, e^{i\varphi}$ reprezintă amplitudinea complexă a undei, sau:

$$\overline{E}(\overline{r},t) = \overline{E}_o\, e^{i\omega t} \text{ ,}$$

unde: (4.191)

$$\overline{E}_o = \overline{a}\cdot e^{-i\,\overline{k}\cdot\overline{r}}$$

Din ecuaţiile lui Maxwell rezultă că pentru o undă electromagnetică plană, vectorii $\overline{E}$ şi $\overline{H}$ sînt reciproc perpendiculari şi pe direcţia de propagare comună, descrisă de versorul $\overline{u} = \frac{\overline{k}}{k}$.

Inlocuind $\overline{E}(\overline{r},t) = \overline{E}(t - \frac{r}{v})$ în

$$\mathrm{rot}\,\overline{E} = -\mu\frac{\partial\overline{H}}{\partial t} \text{ , rezultă:}$$

$$\mathrm{rot}\,\overline{E}(t - \frac{r}{v}) = -\mu\frac{\partial\overline{H}}{\partial t} \qquad (4.192)$$

$$-\frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}(\overline{u}\times\overline{E}) = -\mu\frac{\partial\overline{H}}{\partial t}$$

deoarece $\quad \overline{H} = \frac{1}{\mu v}\, \overline{u} \times \overline{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot \overline{u} \times \overline{E}$ (4.193)

Deci $\overline{H} \perp (\overline{u}, \overline{E})$.

Analog, pentru $\sigma = 0$, rezultă:

$$\mathrm{rot}\, \overline{H}\left(t - \frac{r}{v}\right) = \varepsilon \frac{\partial \overline{E}}{\partial t} \qquad (4.194)$$

$$\overline{E} = \frac{1}{\varepsilon v} \cdot \overline{H} \times \overline{u} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \overline{H} \times \overline{u} \qquad ($$

Deci $\overline{E} \perp (\overline{u}, \overline{H})$ (4.195)

Deci undele electromagnetice sînt unde transversale vectoriale (Fig. 4.11)

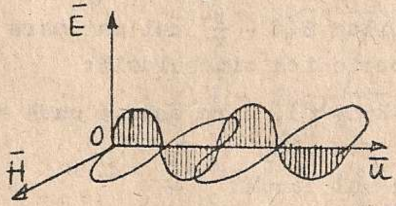

Fig. 4.11.

Rezultă relația:

$$\sqrt{\varepsilon}\, E = \sqrt{\mu}\, H \quad \text{sau} \quad E = Z \cdot H \qquad (4.196)$$

unde $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ este impedanța intrinsecă a mediului. (Pentru vid $Z = 120\,\pi\ \Omega$)

Se observă din ultima relație că:

$$\rho_e = \rho_m$$

și că:

$$\overline{S} = \overline{E} \times \overline{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\, \overline{E} \times (\overline{u} \times \overline{E}) = \qquad (4.197)$$

$$= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\, E^2\, \overline{u} = \varepsilon E^2\, \overline{v} = \mu H^2\, \overline{v}$$

unde $\overline{v} = v\, \overline{u}$ (deci vectorul $\overline{S}$ are aceeași direcție cu $\overline{v}$).

Se poate concluziona că:

a) Undele electromagnetice sînt vectoriale și transversale, produse prin interacțiunea dintre un cîmp electric și un cîmp magnetic, ambele variabile în timp, care se condiționează reciproc.

b) Cîmpul electromagnetic se propagă în spaţiul liber sub formă de unde electromagnetice, avînd în medii ideale o viteză de fază constantă

$$v = 1/\sqrt{\varepsilon\ \mu}$$

c) Vectorii $\overline{E}$ şi $\overline{H}$ oscilează în fază, perpendiculari atît între ei cît şi pe direcţia de propagare, determinată de versorul $\overline{u}$, astfel încît $\overline{E}$, $\overline{H}$ şi $\overline{u}$ alcătuiesc un triedru drept.

d) Mărimile vectorilor $\overline{E}$ şi $\overline{H}$ sînt proporţionale $\sqrt{\varepsilon}\overline{E} = \sqrt{\mu}$ H, iar densităţile volumice de energie electrică şi magnetică sînt egale ($\rho_E = \rho_m$).

e) Densitatea fluxului de energie (vectorul Poynting) $\overline{S}$ este paralelă şi de acelaşi sens cu viteza $\overline{v}$ de propagare a undelor electromagnetice.