Este convenabil să se scrie E(t) ca suma a șase termeni:

$$E(t) = \sum_{\substack{q=\pm 1, \\ \pm 2, \pm 3}} \frac{1}{2} E^0(\omega_q) \exp[i\omega_q t], \qquad (5.99)$$

unde  $\omega_{-q} = -\omega_q$  și  $E(-\omega_q) = E^*(\omega_q)$ . Substituind pe (5.99) în  $P_{NL} = 4\chi^{(3)}E^3$ ,

se poate scrie  $P_{NL}$  ca suma a  $6^3 = 216$  termeni, adică

$$P_{NL}(t) = \frac{1}{2} \chi^{(3)} \sum_{\substack{q,r,l=\pm 1\\\pm 2,\pm 3}} E(\omega_q) E(\omega_r) E(\omega_l) \exp\left[i(\omega_q + \omega_r + \omega_l)t\right].$$
(5.100)

Astfel,  $P_{NL}(t)$  este suma componentelor armonice de frecvențe  $\omega_1,..., 3\omega_1, 2\omega_1 \pm \omega_2,..., \pm \omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3$ . Amplitudinea  $P_{NL}(\omega_q + \omega_r + \omega_l)$  a componentei de frecvență  $\omega_q + \omega_r + \omega_l$  poate fi determinată prin adunarea permutărilor potrivite ale lui q, r și l în formula (5.100). De exemplu,  $P_{NL}(\omega_3 + \omega_4 - \omega_1)$  implică șase permutări

$$P_{NL}(\omega_{3} + \omega_{4} - \omega_{1}) = 6\chi^{(3)}E(\omega_{3})E(\omega_{4})E^{*}(\omega_{1}).$$
(5.101)

Ecuația (5.101) indică faptul că patru unde de frecvențe  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  și  $\omega_4$  sunt amestecate de mediu dacă  $\omega_2 = \omega_3 + \omega_4 - \omega_1$ , sau *condiția de acord de frecvență*:

$$\omega_3 + \omega_4 = \omega_1 + \omega_2 \,. \tag{5.102}$$

Acestă ecuație reprezintă condiția de acord de frecvență pentru amestecul a patru unde.

Presupunând că undele 1, 3 și 4 sunt unde plane de vectori de undă  $\bar{k}_1, \bar{k}_3$  și  $\bar{k}_4$ , astfel încât  $E(\omega_q)\alpha \exp\left[-i\bar{k}_q \cdot \bar{r}\right]$ , q = 1,3,4, atunci (5.101) conduce la:  $P_{\alpha}(\omega_q)\alpha \exp\left[-i\bar{k}_q \cdot \bar{r}\right] \exp\left[-i\bar{k}_q \cdot \bar{r}\right] = \exp\left[-i\bar{k}_q \cdot \bar{r}\right]$ 

$$\begin{split} P_{NL}(\omega_2) \alpha \exp\left[-i \overline{k_3} \cdot \overline{r}\right] \exp\left[-i \overline{k_4} \cdot \overline{r}\right] \exp\left[i \overline{k_1} \cdot \overline{r}\right] &= \exp\left[-i \left(\overline{k_3} + \overline{k_4} - \overline{k_1}\right) \cdot \overline{r}\right],\\ \text{astfel încât unda 2 este, de asemenea, o undă plană cu vectorul de undă}\\ \overline{k_2} &= \overline{k_3} + \overline{k_4} - \overline{k_1}, \text{ din care rezultă$$
*condiția de acord de fază* $:} \end{split}$ 

$$\overline{k}_3 + \overline{k}_4 = \overline{k}_1 + \overline{k}_2 \,. \tag{5.103}$$

Ecuația (5.103) reprezintă condiția de acord de fază pentru amestecul a patru unde.



Fig. 5.30.

Amestecul a patru unde se poate interpreta, de asemenea, ca o interacție între patru fotoni. Un foton de frecvență  $\omega_3$  se combină cu un foton de frecvență  $\omega_4$  pentru a produce un foton de frecvență  $\omega_1$ și un altul de frecvență  $\omega_2$ , după cum se specifică în figura 5.30. Ecuațiile (5.102) și (5.103) reprezintă legea de conservare a energiei și, respectiv, legea de conservare a impulsului.

# 5.3.1. Amestecul nedegenerat a patru unde într-un mediu Kerr

Se consideră un mediu Kerr care interacționează cu două unde pompă intense  $E_1$  și  $E_2$  ce se propagă în sensuri opuse (având vectorii de undă  $\overline{k}$  și  $-\overline{k}$ ) și o undă sondă  $E_s$  de slabă intensitate care se propagă în direcția Oz (vectorul de undă  $k_s\overline{u}_z$  fiind apropiat de k) ca în figura 5.31.



Se face experiența în situația în care undele pompă au aceeași frecvență  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$ , apropiată de frecvența  $\omega_s = \omega + \delta$  a undei sondă, având  $|\delta| \ll \omega$ . În plus,

se presupune că cele trei fascicule laser au aceeași polarizare, de care se va ține seama în cele ce urmează. Astfel, câmpul electric total ia forma:

$$E(\bar{r},t) = \left(E_1^0 \exp[i\bar{k}\bar{r}] + E_2^0 \exp[-i\bar{k}\bar{r}] + E_s \exp[-i\delta t + ik_s z]\right) \exp[-i\omega t] + \text{c.c.} =$$
  
=  $\xi(\bar{r},t) \exp[-i\omega t] + \text{c.c.},$  (5.104)

unde  $\xi(\bar{r},t)$  este o mărime complexă omogenă cu un câmp electric care depind de timp (la scara frecvențelor optice) și descrie amplitudinea și faza locală a câmpului electric local.

În figura 5.31 este dată dispoziția câmpurilor incidente într-o experiență de amestec a patru unde, unghiul dintre unda pompă și unda sondă (exagerat pe figură) este de circa  $10^{-2}$  radiani.

Ecuația (5.2), care se poate scrie sub forma:

$$P_{NL}(\omega) = \varepsilon_0 \chi^{(3)}(\omega; \omega, -\omega, \omega) \left| E^0 \right|^2 E^0 \exp\left[i\bar{k}\bar{r}\right],$$

care leagă polarizația neliniară de mediul Kerr cu o intensitate a câmpului electric care-l traversează fiind o relație locală, rămâne validă în cazul prezent, cu condiția ca diferența de frecvență  $\delta$  dintre unda pompă și unda sondă să rămână suficient de mică. Atunci, expresia (5.2) ia forma:

$$P_{NL} = \varepsilon_0 \chi^{(3)} |\xi(\bar{r}, t)|^2 \xi(\bar{r}, t) \exp[-i\omega t], \qquad (5.105)$$

unde  $\chi^{(3)}$  este susceptibilitatea neliniară de ordinul 3, presupusă independentă de frecvența laser la scala lui  $\delta$ . Interacția neliniară a mediului în prezența diferitelor fascicule laser se manifestă prin crearea unei polarizații care prezintă numeroase componente Fourier spațiale și temporale. Reținând numai termenii de ordinul cel mult unu în câmpul undei sondă (câmp de slabă intensitate), polarizația neliniară se scrie:

$$P_{NL} = \left(P_{ind_1}^0 \exp[i\bar{k}\bar{r}] + P_{ind_2}^0 \exp[-i\bar{k}\bar{r}] + P_1^0 \exp[3i\bar{k}\bar{r}] + P_2^0 \exp[-3i\bar{k}\bar{r}]\right) \exp[-i\omega t] + \\ + \left(P_{ind,S}^0 \exp[ik_S z] + P_{reac}^0 \exp[2i\bar{k}\bar{r} + ik_S z] + P_3^0 \exp[2i\bar{k}\bar{r} + ik_S z]\right) \exp[-i\omega_S t] + \\ + \left(P_{cp,ar}^0 \exp[-ik_S z] + P_{cp,av}^0 \exp[2i\bar{k}\bar{r} - ik_S z] + P_4^0 \exp[-2i\bar{k}\bar{r} - ik_S z] \exp[-i(2\omega - \omega_S)t]\right)$$

$$(5.106)$$

unde:  $P_{ind_1}^0$  și  $P_{ind_2}^0$  sunt elementele polarizației radiind un câmp care are aceleași caracteristici (vector de undă și frecvență) ca cele ale undelor pompă  $E_1$  și  $E_2$ ;  $P_{ind_{1s}}^0$  este componenta polarizației radiată de câmpul care are caracteristici identice cu cele ale undei sondă  $E_s$ ;  $P_{reoc}^0$  este componenta polarizației asociată la aceeași frecvență  $\omega_s$  ca a sondei, dar care posedă un vector de unda diferit,  $\bar{k}_{reac} = k_s \bar{u}_z - 2\bar{k}$ ;  $P_{cp,av}^0$  este componenta polarizației radiată de câmpul care are frecvența  $2\omega - \omega_s$ , care nu era prezentă inițial în mediu și de vector de undă  $2\bar{k} - k_s \bar{u}_z$ , opus celui asociat componentei de polarizație  $P_{reoc}^0$ ;  $P_{cp,ar}^0$  este componenta de polarizație care un grad de analogie cu  $P_{cp,av}^0$  și este radiată de câmpul "conjugat de fază"  $E_c$  de frecvență  $2\omega - \omega_s$ , care se propagă în direcția opusă direcției undă sondă,  $E_s$ .

Se remarcă faptul că, ținând seama de orientarea relativă a vectorilor de undă ai câmpurilor undelor pompă și sondă considerate aici (figura 5.31), este imposibil, chiar în mod aproximativ, de a satisface *condiția de acord de fază* pentru procesele neliniare asociate componentelor de polarizație  $P_1^0, P_2^0, P_3^0$  și  $P_4^0$ . Ca atare, efectele neliniare a priori observabile sunt, deci, complet descrise cu ajutorul polarizației.

$$P_{NL} = \left(P_{ind_{1}}^{e} \exp[i\bar{k}\bar{r}] + P_{ind_{2}}^{e} \exp[-i\bar{k}\bar{r}]\right) \exp[-i\omega t] + \\ + \left(P_{ind_{1s}}^{0} \exp[ik_{s}z] + P_{reac}^{0} \exp[-i\bar{k}\bar{r} + ik_{s}z]\right) \exp[-i\omega_{s}t] + \\ + \left(P_{cp,ar}^{0} \exp[-ik_{s}z] + P_{cp,av}^{0} \exp[2i\bar{k}\bar{r} - ik_{s}z]\right) \exp[-i(2\omega - \omega_{s})t],$$
(5.107)

pentru care se vor studia procesele neliniare care sunt asociate diferiților termeni.

O primă tratare este descrierea complet clasică a câmpurilor care face să intervină difracția undelor pompe și sondă pe rețeaua indicilor induși de prezența câmpurilor laser. Această descriere este bazată pe proprietatea unui mediu Kerr de a poseda un indice de refracție care depinde liniar de intensitatea totală a câmpului electric care-l traversează. În cazul de față, prezența undelor pompă și sondă conduce la apariția în mediu a unui indice de refracție neliniar:

$$n_{NL}(\bar{r},t) = n_2 |\xi(\bar{r},t)|^2, \qquad (5.108)$$

unde intensitatea totală a câmpului laser  $|\xi(\bar{r},t)|^2$  prezintă diferite componente Fourier spațiale și temporale. Difracția undelor pompă sau sondă pe aceste rețele modulate de indicele de refracție dă naștere undelor descrise de polarizația neliniară (5.107). O astfel de interpretare a proceselor neliniare necesită identificarea undelor responsabile de modulația indicelui și a undei difractate. A doua tratare face apel la descrierea cuantică a radiației laser. Aceasta constă în a asocia diferitelor componente ale polarizației din formula (5.107), diagrame care reprezintă absorbția sau emisia de fotoni ai undelor pompă sau sondă, care conduc la emisia unui foton care are caracteristicile spectrale ale componentelor de polarizare considerate. Pentru această tratare se face apel la corespondența clasic – cuantic.

Polarizația (5.107) conduce la diferite procese fizice neliniare pe care le vom prezenta în cele ce urmează.

## A. Modificarea indicelui de refracție al undelor pompe de ele însele

Componentele de polarizație  $P_{ind_1}^0$  și  $P_{ind_2}^0$  radiază un câmp electric care are aceleași caracteristici (vector de undă, frecvență) ca undele pompe  $E_1$  și  $E_2$  și sunt asociate la o modificare a indicelui de refracție al acestor unde, deoarece  $P_{ind_1}^0$  și  $P_{ind_2}^0$  sunt în fază cu  $E_1$  și  $E_2$ . Ținând seama de relațiile (5.104), (5.105) și (5.106), obținem

$$P_{ind_{1}}^{0} = \varepsilon_{0}\chi^{(3)} \left( \left| E_{1}^{0} \right|^{2} E_{1}^{0} + \left| E_{2}^{0} \right|^{2} E_{1}^{0} + \left( E_{1}^{0} E_{2}^{0*} \right) E_{2}^{0} \right) =$$
  
=  $\varepsilon_{0}\chi^{(3)} \left( \left| E_{1}^{0} \right|^{2} + 2 \left| E_{2}^{0} \right|^{2} \right) E_{1}^{0}$  (5.109 a)

și respectiv

$$P_{ind_{2}} = \varepsilon_{0} \chi^{(3)} \left( \left| E_{2}^{0} \right|^{2} E_{2}^{0} + \left| E_{1}^{0} \right|^{2} E_{2}^{0} + \left( E_{2}^{0} E_{1}^{0*} \right) E_{2}^{0} \right) =$$
  
=  $\varepsilon_{0} \chi^{(3)} \left( \left| E_{2}^{0} \right|^{2} + 2 \left| E_{1}^{0} \right|^{2} \right) E_{2}^{0}.$  (5.109 b)



Din expresia (5.109 a) se poate interpreta efectul de modificare a indicelui undei pompe  $E_1^0$ , iar din (5.109 b) cel al undei pompe  $E_2^0$ . Astfel, în (5.109 a), primul termen din partea a doua nu este altceva decât efectul Kerr considerat în §5.1.2 și reflectă modificarea indicelui undei  $E_1^0$  prin ea însăși. La fel se petrec lucrurile în relația (5.109 b) cu unda  $E_2^0$ . Efectul Kerr al undei  $E_1^0$  este asociat diagramei din figura 5.32 a și corespunde la o simplă propagare a undei pompă  $E_1^0$ la traversarea mediului al cărui indice de refracție este modificat sub o formă uniformă de interacție neliniară. Al doilea termen este asemănător cu primul, însă face să intervină intensitatea celeilalte unde pompă  $E_2^0$ . Acest termen descrie un *efect Kerr încrucișat*, care corespund la modificarea indicelui de refracție al undei  $E_1^0$  datorită prezenței celeilalte unde intense  $E_2^0$  (formula 5.109 a), iar în (5.109 b) avem modificarea indicelui de refracție al undei  $E_2^0$  datorită prezenței celeilalte unde intense  $E_2^0$  (datorită prezenței celeilalte unde intense  $E_1^0$ . Acest efect Kerr încrucișat este asociat diagramei din figura 5.32b, corespunzând propagării undei  $E_1^0$  traversând un mediu de indice de refracție modificat uniform de o interacție neliniară. Al treilea termen din (5.109 a) este de natură diferită deoarece el face să intervină crearea unei modulații spațiale a indicelui de vector de undă  $2\overline{k}$  (termenul  $E_1^0 E_2^{0*}$  în (5.109a) sau  $E_2^0 E_1^{0*}$  în (5.109b)). Acest termen este asociat diagramei din figura 5.32 c, aceasta



diagramei din figura 5.32 c, aceasta corespunzând la un mecanism de difracție către înapoi al undei pompă  $E_2^0$ pe rețeaua de indice legată de modulația spațială a intensității undei staționare formată de câmpurile  $E_1^0$  și  $E_2^0$  (figura 5.33) sau a undei pompă  $E_1^0$  pe rețeaua de indice legată de modulația spațială a intensității undei staționare formată de câmpurile  $E_2^0$  și  $E_1^0$ .

Se observă că al doilea termen din figură (5.109a) trebuie manipulat cu precauții deoarece el regrupează sub formă condensată procese fizice distincte, care pot să fie afectate sub o formă diferită de o perturbație exterioară. Astfel, într-un mediu gazos în care

atomii sau moleculele responsabile de neliniaritate sunt în mișcare foarte rapidă, al treilea termen nu va contribui sau va contribui foarte puțin la modificarea indicelui undelor pompe, rețeaua indicelui de perioadă  $\frac{\lambda_0}{2}$  fiind "bruiată" rapid de agitația termică. Primii termeni și cei secunzi vor subsista. În figura 5.33 se observă că interferența a două unde pompe induce în mediul Kerr o rețea de indice static modulat spațial cu o periodicitate  $\frac{\lambda_0}{2}$  (figura 5.33 a), iar difracția către înapoi a câmpului  $E_2^0$  pe rețea conduce la o undă având aceleași caracteristici ca  $E_1^0$  (figura 5.33 b). Această undă difractată contribuie la modificarea de indice al undei  $E_1^0$ .

#### B. Modificarea indicelui undei sondă de undele pompe

Componenta de polarizare  $P_{ind,s}^0$  radiază un câmp având caracteristici identice cu cele ale undei sondă  $E_s^0$ . Aceasta este asemănatoare componentelor  $P_{ind\,1}^0$ și  $P_{ind\,2}^0$  studiate anterior și descrie cum acestea conduc la o modificare de indice care se efectuează aici asupra undei sondă. Expresia lui  $P_{ind,s}^0$ , dedusă din ecuațiile (5.104), (5.105) și (5.106), este

$$P_{ind,s}^{0} = \varepsilon_{0} \chi^{(3)} \left[ \left| E_{1}^{0} \right|^{2} E_{s}^{0} + \left| E_{2}^{0} \right|^{2} E_{s}^{0} + \left( E_{s}^{0} E_{1}^{0*} \right) E_{1}^{0} + \left( E_{s}^{0} E_{2}^{0*} \right) E_{2}^{0} \right] =$$
  
=  $2\varepsilon_{0} \chi^{(3)} \left[ \left| E_{1}^{0} \right|^{2} + \left| E_{2}^{0} \right|^{2} \right] E_{s}^{0}.$  (5.110)

Comparând ecuațiile (5.109) și (5.110) se constată că *modificarea indicelui undei sondă este diferită de cea a undelor pompă*, rezultatul rămânând valid cu condiția ca o singură undă pompă să fie prezentă în mediu. Primul și al doilea termen din ecuația (5.110) sunt asociați diagramelor din figura 5.34 a-b, fiind asemănători celui de-al doilea termen din ecuația (5.109), descriind un efect Kerr încrucișat care implică o modificare a indicelui neliniar al undei sondă datorită prezenței undelor intense



 $E_1^0$  și  $E_2^0$ . Al treilea și al patrulea termen din ecuația (5.110), la care corespund diagramele din figura 5.34 c-d, sunt asemănători cu al treilea termen din ecuația (5.109) și corespund difracției undelor pompă pe rețelele de indice asociate modulațiilor intensităților câmpurilor obținute din combinarea undei sondă cu una din undele pompe. Diferența importantă față de situația din paragraful anterior constă în faptul că aceste rețele de indice sunt modulate nu numai spațial, ci și temporal cu frecvența de batăi  $\delta$  dintre undele pompe și unda sondă. Aceasta are loc deoarece unda pompă difractată suferă o schimbare de frecvență prin efect Doppler și conduce la un câmp care are exact aceleași caracteristici ca unda sondă (figura 5.35), rețelele fiind modulate. Se mai remarcă faptul că diferența de periodicitate spatială între retelele de indice asociate celui de-al treilea termen (cu periodicitate de ordinul  $\lambda_0/2$ ) și celui de-al patrulea termen (de periodicitate  $\lambda_0$ ) poate avea o pondere efectivă la aceste contribuții diferite.

În figura 5.35 se observă că interferența undei pompă  $E^0$  și a undei sondă



Fig. 5.35.

 $E_s^0$  induce în mediul Kerr o rețea de indice modulat temporal (cu frecvența  $\delta$ ) și spațial (figura 5.35 a), iar difracția către înainte a câmpului  $E^0$  pe această rețea conduce la o undă având aceleași caracteristici ca unda sondă (figura 5.35 b). Această undă difractată contribuie la modificarea indicelui câmpului  $E_s^0$ .

# C. Reacția distribuită (<<Distributed feedback>>)

Componenta polarizației  $P_{reac}^0$  este asociată la aceeași frecvență  $\omega_s$  ca a undei sondă, însă posedă un vector de undă diferit:  $\overline{K}_{reac} = k_s \overline{u}_z - 2\overline{k}$ . Pentru ca această componentă a polarizației să radieze

sub o formă eficace un câmp în direcția  $\overline{K}_{reac}$ , care nu există inițial în mediu, este necesar să fie verificată *condiția de acord de fază* (2.66). Cu alte cuvinte, este necesar ca perioada spațială a câmpului dipolilor, egală cu  $2\pi |\overline{K}_{reac}|^{-1} = 2\pi |k_s \overline{u}_z - 2\overline{k}|^{-1}$ , să coincidă cu lungimea de undă a unui câmp slab de frecvență  $\omega_s$ , despre care știm, din relatările anterioare, că este afectat de prezența undelor pompe intense. Deoarece această ultimă mărime este egală cu  $2\pi |K_s|^{-1}$ , este necesar să se verifice:

$$\left|\bar{k}_{s}\right| = \left|k_{s}\bar{u}_{z} - 2\bar{k}\right|.$$
(5.111)

Rezultă că trebuie să putem construi un triunghi isoscel de laturi  $\overline{K}_{reac} = k_s \overline{u}_z - 2\overline{k}$  și  $k_s \overline{u}_z$ , iar baza să fie 2k (figura 5.36). Aceasta se petrece deoarece modificarea indicelui de refracție neliniar este diferită pentru undele slabe și intense și condiția de acord de fază (5.111) poate fi verificată. Aceasta se petrece deoarece norma lui  $\overline{k}$  este diferită de cea a lui  $k_s$ . Astfel, condiția (5.111) va determina, la parametri (frecvență și intensitate) laser fixați, o valoare a unghiului dintre pompe și sondă, asigurând radierea de către mediu a câmpului de direcție  $\overline{K}_{reac}$ . De fapt, nu există întotdeauna valori ale unghiului pentru a se realiza condiția

(5.111). Aceasta cere ca norma lui  $\overline{k}$  să fie inferioară normei lui  $k_s$ , ceea ce presupune o condiție suplimentară asupra semnalului lui  $\chi^{(3)}$ .

În figura 5.36 avem dispunerea vectorilor de undă: cazul general (figura 5.36 a) și cazul acordului de fază, fiind îndeplinită condiția (5.111) (figura 5.36 b).

Pentru a stabili mai exact originea acestui efect de *reacție distribuită*, folosim ecuatiile (5.104), (5.105) și (5.106), pentru a obține expresia lui  $P_{reac}^0$ :

$$P_{reac}^{0} = \varepsilon_{0} \chi^{(3)} \Big[ \Big( E_{s}^{0} E_{1}^{0^{*}} \Big) E_{2}^{0} + \Big( E_{2}^{0} E_{1}^{0^{*}} \Big) E_{s}^{0} \Big] = \\ = 2\varepsilon_{0} \chi^{(3)} \Big( E_{2}^{0} E_{1}^{0^{*}} \Big) E_{s}^{0} .$$

(5.112)

Primul termen din prima parte a părții a doua a ecuației (5.112), asociat diagramei din figura 5.37 a, corespunde la *difracția către înainte* a undei pompă  $E_2$  pe rețeaua de indice indus sub acțiunea combinată a undei sondă și a undei pompă  $E_1$ , care este modulată *spațial* (cu o



perioadă mare față de  $\lambda_0$ ) și *temporal* (la frecvența  $\delta$ ). Al doilea termen din prima parte a părții a doua a ecuației (5.112) corespunde în ceea ce îl privește la difracția către înapoi a fasciculului sondă pe rețeaua de indice asociat undei staționare

obținută prin suprapunerea undelor pompe fiind modulată spațial cu o periodicitate de ordinul  $\lambda_0/2$ (diagrama din figura 5.37 b). În figura 5.37 este dată reprezentarea schematică a proceselor cuantice care corespund celor doi termeni din prima relație (5.112). Unda  $E_{reac}$  este reprezentată prin linia simplă întreruptă.



#### D. Conjugarea de fază optică

Condiția de acord de frecvență (5.102) este satisfăcută când toate cele patru unde sunt de aceeași frecvență, adică:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \omega \,. \tag{5.113}$$

Acest proces este numit atunci amestecul a patru unde degenerate. Presupunând totuși că două dintre unde sunt unde plane care se propagă în direcții opuse

$$E_3(\bar{r}) = A_3 \exp\left[-i\bar{k}_3\bar{r}\right] , \ _4(\bar{r}) = A_4 \exp\left[-i\bar{k}_4\bar{r}\right]$$
(5.114)

cu

$$\overline{k} = \overline{k}_2 = -\overline{k}_1 \tag{5.115}$$

și substituind pe (5.114) și (5.115) în (5.101), observăm că polarizația undei 2 este  $6\chi^{(3)}A_3A_4E_1^*(\bar{r})$ . Acest termen corespunde la o sursă care emite o undă optică (unda 2) de amplitudine complexă

$$E_2(\bar{r}) \propto A_3 A_4 E_1^*(\bar{r}).$$
 (5.116)

Deoarece  $A_3$  și  $A_4$  sunt constante, unda 2 este proporțională cu o versiune conjugată a undei 1. De aceea relația (5.116) corespunde *conjugării de fază optică* și aparatul care se bazează pe aceasta se numește *conjugator de fază*. Undele 3 și 4 sunt numite *unde pompe* și undele 1 și 2 sunt numite *undă probă* și, respectiv *undă conjugată*. Se va demonstra pe scurt că unda conjugată este identică cu unda probă, cu excepția cazului când ea se propagă în direcția opusă. Conjugatorul de fază este o oglindă specială care reflectă unda înapoi asupra ei însăși fără a-i altera frontul de undă.

Următoarele două exemple ne vor ajuta să înțelegem mai bine procesul conjugării de fază.

Conjugarea unei unde plane. Dacă unda 1 este o undă plană,  $E_1(\bar{r}) = A_1 \exp\left[-\bar{k_1}\bar{r}\right]$ , propagându-se în direcția  $\bar{k_1}$ , atunci unda  $E_2(\bar{r}) = A_1^* \exp\left[i\bar{k_1}\bar{r}\right]$ 





este o undă plană care se propagă în direcție opusă,  $\bar{k}_2 = -\bar{k}_1$ , după cum se observă din figura 5.38. Astfel, condiția de acord de fază (5.103) este satisfăcută. Mediul acționează ca o "oglindă" specială care reflectă unda plană incidentă înapoi asupra ei însăși, unghiul de incidență neavând vreo importanță. În figura 5.38 este reprezentată reflexia unei unde plane pentru o oglindă ordinară (figura 5.38 a) și pentru o oglindă cu conjugare de fază (figura 5.38 b).

Conjugarea unei unde sferice. Dacă unda 1 este o undă sferică centrată în jurul originii  $\overline{r} = \overline{0}$ ,

$$E_1(\bar{r}) \propto \frac{1}{r} \exp\left[-i\bar{k}\bar{r}\right],$$

atunci unda 2 are o amplitudine complex

conjugată  $E_2(\bar{r}) \propto \frac{1}{r} \exp[i\bar{k}\bar{r}]$ . Aceasta

este o undă sferică ce se propagă înapoi și converge la origine, după cum se ilustrează în figura 5.39 b. Reflexia unei unde sferice pe o oglindă ordinară este dată în figura 5.39 a și pe o oglindă cu conjugare de fază în figura 5.39 b.

Deoarece o undă de probă arbitrară poate fi privită ca o suprapunere de unde plane, fiecare fiind reflectată asupra ei însăși de conjugator, unda conjugată este identică cu unda incidentă pretutindeni, cu excepția direcției de întoarcere la propagare. Unda conjugată reconstituie unda originală prin propagarea spre înapoi, menținând același front de undă.

Conjugarea de fază este analoagă inversiei timpului. Aceasta poate fi înțeleasă prin examinarea câmpului undei conjugate

$$E_2(\bar{r},t) = \operatorname{Re}\left\{E_2^0(\bar{r})\exp[i\omega t]\right\} \propto \operatorname{Re}\left\{E_1^{0*}(\bar{r})\exp[i\omega t]\right\}.$$

Deoarece partea reală a unui număr complex este egală cu partea reală a conjugatului lui,  $E_2(\bar{r},t) \propto \operatorname{Re}\left\{E_1(\bar{r})\exp[-i\omega t]\right\}$ . Comparând aceasta cu câmpul de undei probă  $E_1(\bar{r},t) = \operatorname{Re}\left\{E_1(\bar{r})\exp[i\omega t]\right\}$ , se observă că una este obținută din cealaltă prin transformarea  $t \rightarrow -t$ , încât unda conjugată apare cu o versiune a inversiei timpului în unda probă.

Un rezultat de remarcat este acela că unda conjugată poate purta mai multă putere decât unda probă. Aceasta se poate vedea din observația că intensitatea undei conjugate (unda 2) este proporțională cu produsul intensităților undelor pompe 3 și 4 (relația (5.116)). Când puterile undelor pompe 3 și 4 cresc pentru ca unda conjugată (unda 2) să poarte mai multă putere decât unda probă (unda 1) mediul acționează ca o oglindă amplificatoare («amplifying mirror»). Un exemplu de montaj optic pentru demonstrarea experimentală a conjugării de fază este arătat în figura 5.40, în care amestecul a patru unde degenerate se obține folosind un cristal neliniar. Undele pompe 3 și 4 și unda probă 1 sunt obținute de la un laser utilizând un divizor de fascicul («beamsplitter») și două oglinzi. Unda conjugată 2 este creată în interiorul cristalului.



Fig. 5.40.

### a. Conjugarea de fază către înainte

Componenta polarizației  $P_{cpav}^0$  radiază un câmp de frecvență  $2\omega - \omega_s$ , neprezentă inițial în mediu, și de vector de undă  $2\overline{k} - k_s\overline{u}_z$ , opus celui asociat cu componenta de polarizație  $P_{reac}^0$ . Ca și în paragrafele de mai înainte, emisia unui astfel de câmp este supusă la condiția de acord de fază:

$$\left|k_{s}\right| = \left|2\bar{k} - k_{s}\bar{u}_{z}\right|,\tag{5.117}$$

care nu este satisfăcută în mod automat, dar care poate fi realizată datorită diferenței de modificare (neliniară) a indicelui pentru unde slabe și intense.

Din ecuațiile (5.104), (5.105) și (5.107),  $P_{cpav}^0$  are ca expresie

$$P_{cpav}^{0} = \varepsilon_{0} \chi^{(3)} \left( E_{1}^{0} E_{s}^{0*} \right) E_{1}^{0} .$$
(5.118)

Această componentă este proporțională cu  $E_s^{0*}$ , adică, cu complex conjugata lui  $E_s^0$ .



Unda la care  $P_{cpav}^{0}$  dă naștere apare, deci, ca având o fază conjugată față de cea a undei incidente și care se propaga într-o direcție apropiată de cea a undei sondă. Aceasta este originea termenului conjugare de fază către înainte adoptate pentru a descrie aceasta situație. Procesul fizic descris de expresia (5.118) este reprezentat pe diagrama din figura 5.41 și corespunde la difracția undei pompă  $E_1^0$  pe rețeaua de indice creată prin interferența

undei sondă cu  $E_1^0$  (rețea modulată spațial și temporal). Se remarcă din ecuația (5.118) că mecanismul de *conjugare către înainte* implică de fapt numai ca unda pompă să se propage într-o direcție apropiată de cea a undei sondă. Este vorba, deci, de un mecanism observabil în prezența unei singure unde pompă, adică, în geometria de interacție considerată în §5.2.

#### b. Conjugarea de fază către înapoi

Componenta de polarizație  $P_{cp,av}^0$  a cărei expresie este:

$$P_{cp,av}^{0} = \varepsilon_{0} \chi^{(3)} \Big[ \Big( E_{0}^{1} E_{S}^{0^{*}} \Big) E_{2}^{0} + \Big( E_{2}^{0} E_{S}^{0^{*}} \Big) E_{1} \Big] = 2\varepsilon_{0} \chi^{(3)} \Big( E_{1}^{0} E_{2}^{0} \Big) E_{S}^{0^{*}}$$
(5.119)

prezintă o mare analogie cu componenta  $P_{cp,av}^0$  din expresia (5.118). Aceasta este, în particular, proporțională cu complex conjugata lui  $E_s^0$ . Ea, însă, se diferențiază de cea dată de expresia (5.118) prin faptul că:

- unda asociată se propagă în direcția opusă celei a undei sondă (de aici provenind numele de *conjugare de fază către înapoi*) și

– procesul de conjugare de fază către înapoi satisface în mod automat condiția de acord de fază dacă diferența de frecvență  $\delta$  dintre pompă și sondă este suficient de slabă. Ami excat, trebuie să se verifice  $\delta << \frac{c}{2L}$ , unde *L* este lungimea zonei de interacție dintre câmpuri și mediul neliniar. Diferența de indice de refracție al mediului la frecvențele  $\omega_S$  și  $2\omega - \omega_S$  poate, de asemenea, să conducă la satisfacerea condiției de acord de fază.

Datorită faptului că procesul de conjugare de fază către înapoi satisface în mod automat condiția de acord de fază, mecanismul de conjugare de fază către înapoi este mult mai general și mai ușor de observat decât procesul de conjugare de fază către înainte. După cum reiese din ecuația (5.119), acest mecanism este legat de difracția unei unde pompă pe rețeaua de indice (modulată temporal și spațial) indusă de unda sondă și cealaltă undă pompă (figura 5.42).



În această figură se reprezintă schematic procesele cuantice implicate în fenomenul de conjugare de fază către înapoi. Unda conjugată de fază este reprezentată prin linia întreruptă simplă. Cele două unde pompă participă la proces. Spre deosebire de procesul de conjugare de fază către înainte, aici sunt implicate cele două unde pompe. De fapt, procesul de conjugare de fază către înapoi posedă caractersitici originale care permit de a ne face mari speranțe privind aplicațiile de viitor.

În cele ce urmează se vor prezenta dispozitivele cele mai uimitoare bazate pe acest fenomen.

# 5.3.2. Oglinzile cu conjugare de fază

În § 5.3.1 s-a arătat că interacția unui mediu Kerr cu două unde laser pompe și o undă sondă de slabă intensitate induc în mediu o componentă a polarizației  $P_{cp,ar}^0$  radiind câmp *conjugat în fază*  $E_c$  de frecvență  $2\omega-\omega_s$  care se propagă în direcție opusă cu cea a undei sondă  $E_s$ . Aplicația cea mai uimitoare o constituie *oglinda cu conjugare de fază, care retrimite o rază luminoasă în direcție opusă direcției incidente și nu în direcția simetrică în raport cu normala, cum prevede legea lui Descartes*. Dintre numeroasele procese fizice care permit să se realizeze astfel de oglinzi (efectul Raman stimulat, efectul Brillouin stimulat, efectul fotorefractiv ...), nu vom descrie aici decât oglinzile bazate pe amestecul cu patru unde degenerate într-un mediu Kerr, corespunzând la situația studiată anterior în cazul particular  $\omega_s = \omega$  ( $\delta = 0$ ).

Din punct de vedere istoric, conjugarea de fază a fost observată pentru prima dată de Boris Zel'dovich<sup>(46-48)</sup> și colaboratorii săi. Această experiență realizată prin difuzia Brillouin stimulată, nu a suscitat reacții în timpul acela în comunitatea științifică. A trebuit să se aștepte cățiva ani până când Robert Hellwarth<sup>(49)</sup> și Amon Yariv<sup>(50)</sup> au sugerat în 1977 utilizarea unui alt mecanism (amestecul a patru unde) pentru a realiza oglinzile cu conjugare de fază, pentru ca subiectul să ia în realitate

<sup>&</sup>lt;sup>(46)</sup> B.Ya. Zel'dovich, V.I. Popovichev, V.V. Ragul'skiy, F.S. Faizullov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. Pis'ma Red. 15, 160, (1972)

<sup>&</sup>lt;sup>(47)</sup> B.Ya. Zel'dovich, N.A. Mel'nikov, N.F. Pilipetskii, V.Y. Rugul'skiy, *Zh. Eksp. Teor. Fiz. Pis'ma Red.* 25, 41; 25, 36, (1977)

<sup>(48)</sup> B.Ya. Zel'dovich, V.Y. Shkanov, Kvantovaya Electron, 4, 1090, (1977)

<sup>&</sup>lt;sup>(49)</sup> R.W. Hellwarth, J.Opt. Soc. Am. **67**, 1, (1977)

<sup>&</sup>lt;sup>(50)</sup> A. Yariv, D.M. Pepper, *Opt. Lett.* **1**, 16, (1977)