

4. EFECTE NELINIARE DE AL DOILEA ORDIN (OPTICA NELINIARĂ DE AL DOILEA ORDIN)

Se obișnuiește ca relațiile (2.10) sau (2.11) sau (2.55) să se pună sub forma:

$$P = \epsilon_0 \chi E + 2dE^2 + 4\chi^{(3)}E^3 + \dots, \quad (4.1)$$

unde coeficienții d și $\chi^{(3)}$ descriu efectele neliniare de al doilea ordin și, respectiv de al treilea ordin.

Ecuția (4.1) înzestreaază baza descrierii unui mediu optic neliniar. Anizotropia, dispersia și neomogenitatea au fost ignorate atât pentru simplitate cât și pentru a avea puțină de a ne concentra pe efecte neliniare de bază la care să nu se mai adune efecte auxiliare care ar da complicații. Mai târziu se vor trata și mediile neliniare anizotrope și dispersive.

În medii centrosimetrice (acele medii cu simetrie de inversie, pentru care proprietățile mediului nu sunt alterate la transformarea $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$), funcția $P = f(E)$ trebuie să aibă o simetrie pară, astfel încât la inversarea lui E rezultă inversarea lui P , fără vreo altă schimbare. Coeficientul neliniar de ordinul al doilea trebuie să se anuleze și neliniaritatea de cel mai scăzut ordin este de ordinul trei.

Valorile tipice ale coeficientului de neliniaritate de ordinul al doilea, d , pentru cristale dielectrice, semiconductoare și materiale organice folosite în aplicațiile fotonicii, se situează în gama de la $d = 10^{-24}$ AsV⁻² la $d = 10^{-21}$ AsV⁻², iar cele ale coeficientului de neliniaritate de al treilea ordin, $\chi^{(3)}$, pentru sticle, cristale, semiconductoare, sticle dopate cu semiconductori și materiale organice de interes în fonică, se situează în gama de la $\chi^{(3)} = 10^{-34}$ la $\chi^{(3)} = 10^{-29}$ unități S.I.

În acest capitol se vor examina proprietățile optice ale unui mediu neliniar în care sunt neglijate neliniaritățile de ordin mai înalt decât ordinul doi. Astfel, se va considera

$$P_{NL} = 2dE^2. \quad (4.2)$$

Se va considera un câmp electric E care posedă una sau două componente armonice și se vor determina componentele spectrale ale lui P_{NL} . În concordanță cu prima aproximație Born, sursa de radiație $S(E)$ conține aceleași componente spectrale ca polarizația neliniară P_{NL} și astfel trebuie să emită (împrăștie) câmp.

4.1. Efecte care implică o singură undă laser incidentă

4.1.1. Generarea armonicii a doua și redresarea

Considerăm răspunsul mediului neliniar la un câmp electric armonic de frecvență unghiulară ω și de amplitudine complexă $E(\omega)$, adică:

$$E(t) = \text{Re}\{E(\omega) \exp[i\omega t]\} \quad (4.3)$$

Pentru a obține polarizația neliniară se introduce (4.3) în (4.2), rezultând:

$$P_{NL}(t) = P_{NL}(0) + \text{Re}\{P_{NL}(2\omega) \exp[i2\omega t]\}, \quad (4.4)$$

unde

$$P_{NL}(0) = d E(\omega) E^*(\omega) \quad (4.5)$$

și

$$P_{NL}(2\omega) = d E(\omega) E(\omega). \quad (4.6)$$

Procesul care are loc este ilustrat în figura (4.1), unde un câmp electric sinusoidal de frecvență ω creează într-un mediu optic neliniar de al doilea ordin o polarizație cu o componentă la frecvența 2ω (armonica a doua) și o componentă continuă.

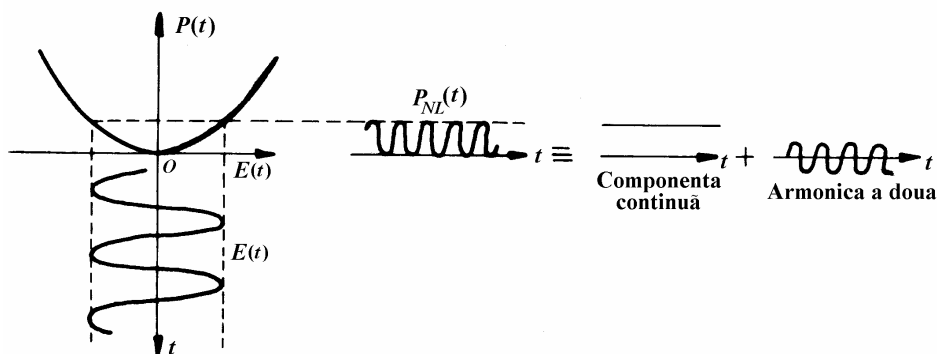


Fig. 4.1.

A. Generarea armonicii a doua

Sursa $S(t) = S(E(t)) = -\mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}(t)}{\partial t^2}$ care corespunde la (4.4) are o componentă la frecvența 2ω și amplitudinea complexă

$$S(2\omega) = 4\mu_0 \omega^2 d E(\omega) E(\omega), \quad (4.7)$$

care radiază un câmp optic la frecvența 2ω , adică la lungimea de undă $\lambda = \frac{c}{2\omega} = \frac{\lambda_0}{2}$.

Astfel, câmpul optic împrăștiat are o componentă corespunzătoare armonicii a doua a câmpului electric incident.

Se știe că intensitatea unei unde electromagnetice este:

$$I = \langle |S_p| \rangle = \frac{|E(\omega)|^2}{2Z}, \quad (4.8)$$

unde \bar{S}_p este vectorul lui Poynting și $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{Z_0}{n}$ este impedanța mediului

$\left(Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \approx 377 \Omega \right)$ fiind impedanța vidului sau a spațiului liber, iar $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ este

indicele de refracție al mediului, unde pentru un mediu optic s-a considerat $\mu_r \approx 1$).

Deoarece amplitudinea luminii armonicii a doua emise este proporțională cu $S(2\omega)$, (4.7), intensitatea acesteia va fi

$$|S(2\omega)|^2 \propto \omega^4 d^2 I^2, \quad (4.9)$$

unde I este intensitatea unei incidente dată de expresia (4.8). Se observă că intensitatea unei armonicii a doua este proporțională cu d^2 , cu $\frac{1}{\lambda_0^4}$ și cu I^2 .

Deoarece intensitatea I este

$$I = \frac{\mathcal{P}}{A} \quad (4.10)$$

unde \mathcal{P} este puterea unei incidente și A este aria secțiunii transversale pe care "cade" lumina incidentă, rezultă că eficiența armonicii a doua este dictată în mod esențial de existența unei puteri a unei incidente cât mai mare. Dacă această putere a unei incidente este focalizată pe o arie cât mai mică posibil se va produce o radiație intensă a radiației armonicii a doua. Pentru a obține armonica a doua se recomandă laserii în pulsuri deoarece de la aceștia se obține o putere de vârf mare.

De asemenea, pentru a realiza generarea armonicii a doua cât mai eficientă, este necesar ca regiunea de interacție să fie cât mai lungă posibil. Pentru a realiza aceasta este necesar să se înlăture efectele de difracție care limitează lungimea distanțelor în interior unde lumina rămâne confinată. În acest scop se folosesc *structuri de undă ghidate* care confinează lumina pe distanțe relativ lungi și oferă avantaj clar. Deși fibrele de sticlă se considerau inițial inadecvate pentru generarea armonicii a doua deoarece sticla este centrosimetrică (și prin urmare are $d=0$), o generare eficientă a armonicii a doua a fost observată în fibre de sticlă de siliciu dopat cu germaniu și fosfor. Aceasta constatare experimentală a condus la concluzia că defectele pot produce centri necentrosimetrici cu o valoare a lui d suficient de mare încât să se obțină generarea eficientă a armonicii a doua.⁽¹⁾

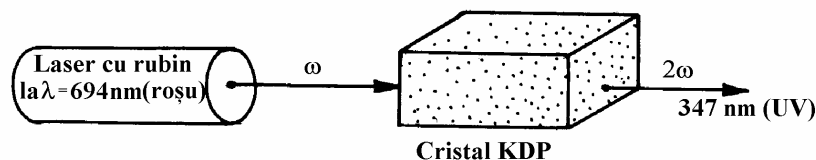


Fig. 4.2.

⁽¹⁾ B.E.A. Saleh, M.C. Teich, *Fundamentals of photonics*, John Wiley & Sons, Inc., New York-Chicester-Brisbane-Toronto-Singapore, (1991)

În figura 4.2 este ilustrată o configurație, utilizând laserul cu rubin la lungimea de undă λ 694 nm și obținând armonica a doua la λ 347 nm.^{(2),(3)}

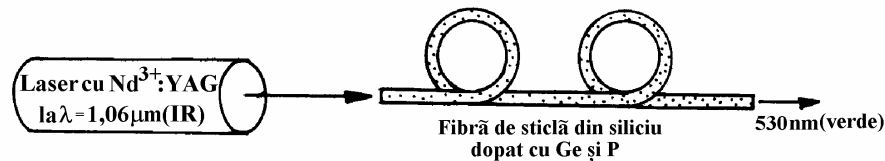


Fig. 4.3.

În figura 4.3 este reprezentată o configurație de obținere a armonicii a doua într-o fibră de sticlă din siliciu dopat cu Ge și P, utilizând ca sursă un laser cu

$\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$. În acest caz radiația inițială are lungimea de undă în infraroșu și armonica a doua rezultată în urma interacției acesteia cu mediul neliniar este în vizibil. În figura 4.4. este reprezentată, de asemenea, o configurație în care se obține armonia a doua într-o cavitate a unui laser cu semiconductori, datorită structurii intrinseci a acesteia. Se observă că alături de fundamentala la $\lambda = 780$ nm (IR) se obține și armonica a doua la $\lambda = 390$ nm în vizibil (violet).

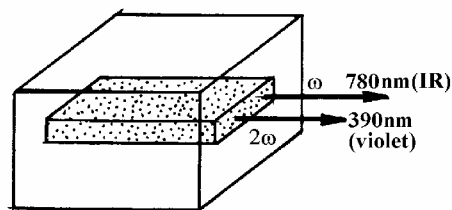


Fig. 4.4.

Revenind la schema de principiu a unei experiențe de dublare a frecvenței într-un cristal de lungime L (figura 4.5), câmpurile implicate sunt presupuse a fi de aceeași polarizare (nereprezentată pe figură), undele propagându-se în direcția Oz, cu scopul de a nu îngreuna inutil calculele, presupunem că unda de pompaj (unda laser inițială) este suficient de intensă, sau procesul de dublare de frecvență suficient de puțin eficace, pentru ca să se poată neglija variația lui $E(\omega)$ din ecuația

$$E(z, t) = E(\omega) \exp[-i(\omega t - k_{\omega} z)] + \text{c. c.} \quad (4.11)$$

în cursul traversării mediului neliniar. Folosind expresia (4.6):

$$P^2(2\omega) = d E(\omega) E(\omega) = \epsilon_0 \chi^{(2)}(2\omega; \omega, \omega) E^2(\omega) \quad (4.12)$$

a polarizației, din rezolvarea ecuației (2.70), care descrie ecuația de propagare a câmpului la frecvență dublă, $E(2\omega)$, se obține expresia câmpului la ieșire

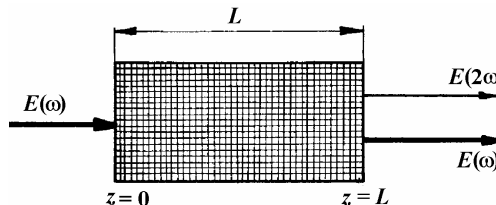


Fig. 4.5.

⁽²⁾ V. Mizrahi, J.E. Sipe, *The mystery of frequency doubling in optical fibers*, Optics and Photonics News, 2 (1), 16-20, (1991)

⁽³⁾ G.I. Stegeman, R. Stolen, *Nonlinear guided wave phenomena*, Optics and Photonics News, 1 (12), 34-36, (1990)

$$E(2\omega)_{z=L} = \left(\frac{2\omega}{c}\right)^2 \frac{\chi^{(2)} E^2(\omega)}{2k_{2\omega}(K_{2\omega} - k_{2\omega})} \{\exp[-i(K_{2\omega} - k_{2\omega})L] - 1\}, \quad (4.13)$$

unde s-a luat drept condiție la limită un câmp nul pentru armonica a doua la intrarea în cristal, adică $(E(2\omega))_{z=0} = 0$, iar

$$K_{2\omega} = 2k_{\omega} = 2n(\omega)\frac{\omega}{c}, \quad (4.14)$$

ținând seama de relația (2.57) și

$$k_{2\omega} = n(2\omega)\frac{2\omega}{c}, \quad (4.15)$$

$n(\omega)$ fiind indicele de refracție al cristalului la frecvența ω și $n(2\omega)$ indicele de refracție al aceluiași cristal la frecvența 2ω . Folosind relația

$$\mathcal{P} = IA = \frac{|E(\omega)|^2}{2Z} A = 2n\epsilon_0 c |E(\omega)|^2 A \quad (4.16)$$

pentru puterea medie (fluxul vectorului lui Poynting prin suprafața de arie A iluminată de fasciculul laser), se găsește expresia puterii de ieșire a unei corespunzătoare armonicii a doua (la frecvența 2ω), $\mathcal{P}(2\omega)$, în funcție de puterea unei de pompaj incidentă $\mathcal{P}(\omega)$ și de suprafața sa, A , de focalizare pe mediul neliniar:

$$\mathcal{P}(2\omega) = \frac{4(\chi^{(2)})^2 \omega^5}{\epsilon_0 c^6 A K_{2\omega}^2 k_{2\omega}} \frac{\sin^2 \left[(K_{2\omega} - k_{2\omega}) \frac{L}{2} \right]}{\left[(K_{2\omega} - k_{2\omega}) \frac{L}{2} \right]^2} \mathcal{P}^2(\omega) L^2. \quad (4.17)$$

Expresia (4.17) se arată că efectul neliniar de obținere a armonicii a doua este proporțional cu pătratul puterii pompată (puterea unei laser inițială) și invers proporțională cu inversul ariei suprafeței iluminate. A priori se poate considera că avem interes de a focaliza la maximum fasciculul incident. Acest lucru nu este, totuși, recomandabil, deoarece o puternică focalizare este însoțită de creștere rapidă a divergenței fasciculului, care conduce la scăderea intensității când ne îndepărtăm de focar. Astfel, câștigul asupra eficacității obținerii armonicii a doua în zona focală este compensat de pierderile pricinuite în diverse moduri. Experimental, montajul folosit este aranjat astfel încât aria secțiunii fasciculului să nu crească cu un factor superior la doi față de lungimea L a mediului neliniar, ceea ce corespunde la o secțiune a fasciculului de ordinul lui $\lambda_0 L$, unde λ_0 este lungimea de undă a fasciculului pompă (de frecvență ω) în vid.

Variația eficacității obținerii armonicii a doua cu lungimea L a cristalului depinde sub o formă determinată de valoarea indicilor de refracție la cele două frecvențe ω și 2ω puse în joc. Dacă este îndeplinită condiția de acord de fază (2.66):

$$k_{2\omega} = K_{2\omega}, \quad (4.18)$$

transferul de energie de la unda pompă (de frecvență ω) la unda corespunzătoare armonicii a doua (de frecvență 2ω) este maxim, crescând cu L^2 . Ținând seama de expresiile (4.14) și (4.15), condiția (4.18) conduce la

$$n(\omega) = n(2\omega). \quad (4.19)$$

Când această condiție (4.19) nu este realizată, puterea armonicii a doua, $\mathcal{P}(2\omega)$, prezintă o comportare oscilantă în funcție de L (figura 4.6), ajungând să se anuleze pentru lungimi ale cristalului multiple de $\frac{2\pi}{K_{2\omega} - k_{2\omega}}$.

După cum am văzut în §2.2.4 acest efect este datorită interferenței dintre câmpurile radiate la frecvența 2ω de diferitele puncte ale cristalului. Condiția (4.19) exprimă faptul că în mediul liniar, lungimea de undă la frecvența 2ω este exact jumătate din lungimea de undă la frecvența ω . Deoarece variația indicelui de refracție cu frecvența este monotonă când ne aflăm departe de frecvențele de rezonanță ale mediului, această condiție apare la prima vedere dificil de realizat. Există o modalitate comodă și curentă de a ocoli această dificultate constând în a utiliza un cristal birefringent, unde se poate face egali, de exemplu, indicele ordinar la frecvența ω și indicele extraordinar la frecvența 2ω (figura 4.7), fasciculul de frecvență 2ω având o polarizare liniară ortogonală la cea a unei pompe (unei incidente). Cum indicele extraordinar depinde de unghiul de incidență al luminii, este suficient să se rotească cristalul în raport cu fasciculul inițial pentru a realiza condiția de acord de fază, obținându-se în acest mod eficacitatea maximală a obținerii armonicii a doua.

Dacă se folosesc regulile de corespondență clasic – cuantic, enunțate în §2.3.3, este posibil de a descrie efectul neliniar de obținere a armonicii a doua în cadrul teoriei cuantice a radiației electromagnetice în funcție de absorbția și de emisia de fotoni de către mediul neliniar. Componenta de polarizație (4.12), implicată în acest fenomen, fiind proporțională cu pătratul amplitudinii câmpului pompă (incident), procesul de generare a armonicii a doua corespunde absorbției a doi fotoni ai unei pompe și creerii unui foton de frecvență dublă (figura 4.8).

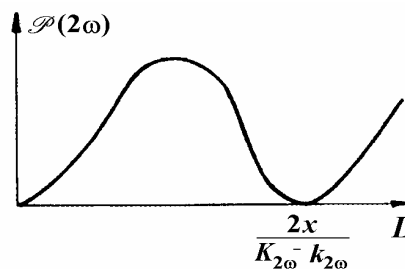


Fig. 4.6.

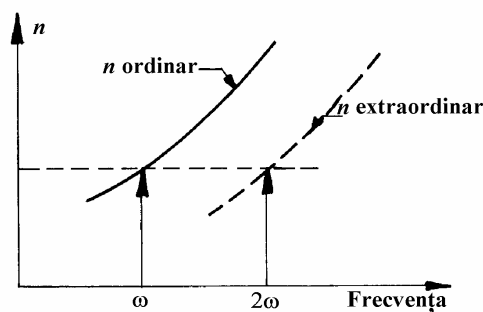


Fig. 4.7.

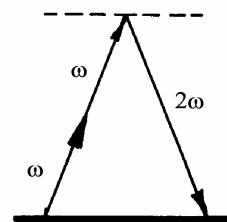


Fig. 4.8.

În cele ce urmează vom da ordinul de mărime al fenomenului neliniar de obținere a armonicii a doua. De exemplu, pentru un cristal de fosfat de titanyl și de potasiu (KTP sau KTiOPO_4), unul dintre cei mai eficace existenți acum pe piață, de lungime de 1 cm, iluminat de un laser cu $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ în funcționare continuă cu puterea de 1W, focalizat într-un mod optim (la lungimea de undă de $1,06\ \mu\text{m}$), se obține o putere a armonicii a doua (cu lungimea de undă de $0,53\ \mu\text{m}$) de ordinul a 1 mW, ceea ce este relativ modestă. Cristalul posedă o susceptibilitate neliniară $\chi^{(2)}$ de circa $5 \cdot 10^{-12} \text{ mV}^{-1}$ și o valoare comună a indicilor de refracție $n(\omega) = n(2\omega) = 1,7$. Pentru a crește randamentul de conversie, este necesar, fie să se introducă respectivul cristal neliniar într-o cavitate optică rezonantă cu câmpul pompă, fie să se utilizeze laseri în impulsuri cu putere de vârf foarte importantă. În ambele cazuri, se obțin în mod curent randamente de conversie de ordinul a 50%. În momentul de față, tehnica obținerii armonicii a doua este mult utilizată, fie pentru a ajunge în domenii spectrale în care sunt disponibili puțini laseri (cum ar fi cazul domeniului u.v.), fie pentru a produce fascicule coerente în domeniul vizibil plecând de la laserii din I.R. de mare randament.

B. Redresarea optică

Componenta $P_{NL}(0)$ din expresia (4.4) corespunde la o polarizație statică (nevariabilă în timp) care creează o diferență de potențial continuă transversal pe

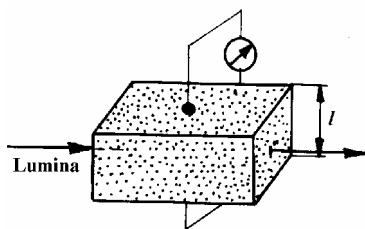


Fig. 4.9.

plăcile condensatorului în interiorul căruia este plasat materialul neliniar (figura 4.9). Generarea unei tensiuni continue este rezultatul unui câmp optic intens și reprezintă *redresarea optică* (în analogie cu conversia unei tensiuni sinusoidale de curent alternativ într-o tensiune continuă într-un redresor electronic ordinar). Cu alte cuvinte, apare o *polarizație permanentă* în mediu, indusă de unda pompă incidentă,

adică, apar sarcini electrice pe fețele cristalului perpendiculare la direcția polarizației undeii pompă și în consecință, o diferență de potențial poate fi măsurată.

Pentru a evalua ordinul de mărime al acestui efect, se presupune că avem o iluminare uniformă a întregii secțiuni drepte a cristalului de către fasciculul incident. Atunci, tensiunea V dintre cele două fețe ale cristalului, distanțate cu l , este egală

cu circulația câmpului electrostatic indus, $\frac{1}{\epsilon_0} P_{(0)}^{(2)}$, adică

$$V = \chi^{(2)} l |E(\omega)|^2. \quad (4.20)$$

De exemplu, pentru un cristal KTP (amintit la § 4.1.1.A), presupus de secțiune pătrată de latură 1 mm, această tensiune este de ordinul mV pentru un fascicul

incident de 250 W. În general, un puls optic de câțiva MW putere de vârf poate genera o tensiune de câteva sute de μV .

4.1.2. Efectul electrooptic

Acum vom considera un câmp electric $E(t)$ care include o componentă armonică la o frecvență optică ω împreună cu o componentă continuă (la $\omega = 0$):

$$E(t) = E(0) + \text{Re}\{E(\omega)\exp[i\omega t]\}. \quad (4.21)$$

Cele două componente sunt câmpuri electrice, $E(0)$ este numit câmp electric (cum se obișnuiește pentru câmpurile de frecvențe mici sau de frecvență nulă) și $E(\omega)$ - câmp optic.

Substituind expresia (4.21) în (4.2), obținem:

$$P_{NL}(t) = P_{NL}(0) + \text{Re}\{P_{NL}(\omega)\exp[i\omega t]\} + \text{Re}\{P_{NL}(2\omega)\exp[i2\omega t]\}, \quad (4.22)$$

formulă în care

$$P_{NL}(0) = d[2E^2(0) + |E(\omega)|^2]; \quad (4.23)$$

$$P_{NL}(\omega) = 4dE(0)E(\omega); \quad (4.24)$$

$$P_{NL}(2\omega) = dE(\omega)E(\omega) \quad (4.25)$$

adică, polarizația neliniară conține componente la frecvențele unghiulare $0, \omega$ și 2ω .

În cazul în care câmpul optic al undei incidente, $E(\omega)$, este mult mai mic în mărime decât câmpul electric, $E(0)$, fiind îndeplinită condiția:

$$|E(\omega)|^2 \ll |E(0)|^2, \quad (4.26)$$

componenta polarizației de armonica a doua $P_{NL}(2\omega)$, dată de expresia (4.25), poate fi neglijată în raport cu componentele $P_{NL}(0)$ și $P_{NL}(\omega)$. Condiția (4.26) este echivalentă cu linearizarea polarizației P_{NL} ca funcție de câmpul E , adică aproximarea ei printr-o linie dreaptă cu panta egală cu derivata la $E = E(0)$, după cum se ilustrează în figura 4.10 a. În figura 4.10 b este dat aranjamentul experimental.

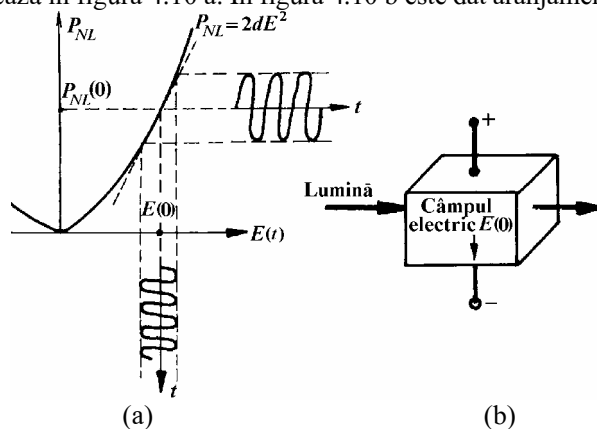


Fig. 4.10.

Ecuția (4.24) conduce la o relație liniară între $P_{NL}(\omega)$ și $E(\omega)$ pe care o putem scrie sub forma

$$P_{NL}(\omega) = \varepsilon_0 \Delta\chi \cdot E(\omega),$$

unde $\Delta\chi = 4 \frac{d}{\varepsilon_0} E(0)$ reprezintă o creștere în susceptibilitate proporțională cu câmpul electric $E(0)$. Schimbarea corespunzătoare mică a indicelui de refracție se obține prin diferențierea relației $n^2 = \varepsilon_r = 1 + \chi$, care conduce la $2n\Delta n = \Delta\chi$, rezultând

$$\Delta n = \frac{2}{\varepsilon_0 n} \frac{d}{dE(0)} E(0). \quad (4.27)$$

Astfel, mediul în care se propagă unda laser este efectiv liniar cu un indice de refracție $n + \Delta n$ a cărei linearitate este controlată de câmpul electric $E(0)$.

Natura neliniară a mediului creează un cuplaj între câmpul electric $E(0)$ și câmpul optic $E(\omega)$, cauzând controlul unuia asupra celuilalt astfel încât mediul neliniar conduce la un efect electrooptic liniar (efectul Pockels), discutat în § 1.3. Acest efect este caracterizat prin relația (1.5), unde

$$\Delta n = -\frac{1}{2} r n^3 E(0), \quad (4.28)$$

r fiind coeficientul Pockels. Comparând relațiile (4.27) și (4.28), ajungem la concluzia că este o legătură între coeficientul Pockels, r , și coeficientul neliniar de al doilea ordin, d , exprimată prin

$$r \approx -\frac{4}{\varepsilon_0 n^4} d. \quad (4.29)$$

Deși expresia (4.29) evidențiază originea fundamentală comună a efectului Pockels și neliniaritatea mediului, ea nu este consistentă cu valorile observate experimental pentru r și pentru d . Nepotrivirile se datorează faptului că s-a presupus că mediul este nedispersiv (adică, s-a presupus că răspunsul este insensibil la frecvență). Această presupunere este în mod cert nesatisfăcătoare când una din componentele câmpului este la frecvența optică ω și cealaltă este un câmp static cu frecvența nulă. Rolul dispersiei se va discuta în §7.2.

4.2. Efecte neliniare care implică două unde laser⁽⁴⁾

Considerăm cazul în care câmpul incident $E(t)$ cuprinde două frecvențe optice ω_1 și ω_2 , adică

$$E(x,t) = \text{Re}\{E(\omega_1)\exp[i\omega_1 t] + E(\omega_2)\exp[i\omega_2 t]\}, \quad (4.30)$$

⁽⁴⁾ J.Y. Courtois, *Optique non linéaire*, Institut d'Optique Théorique et Appliqué, B.P. 147, 91403 Orsay cedex, France

fasciculele fiind colineare și de aceeași polarizare, iar $k_1 = n_1 \frac{\omega_1}{c}$ și $k_2 = n_2 \frac{\omega_2}{c}$ sunt modulele vectorilor de undă ai fasciculelor luminoase. n_1 și n_2 sunt indicii mediului (cristalului) la frecvențele ω_1 și ω_2 . Ținând seama de (4.30), componenta neliniară a polarizației (4.2) $P_{NL} = 2dE^2$, corespunde la cinci frecvențe:

$$(1^\circ) \quad \omega = 0 \text{ și } K = 0, \quad (4.31)$$

la care corespunde susceptibilitatea neliniară $\chi^{(2)}(0; \omega_j; -\omega_j)$, unde $j=1,2$, amplitudinea polarizației neliniare fiind

$$P_{NL}^{(2)} = d \left[|E(\omega_1)|^2 + |E(\omega_2)|^2 \right] \quad (4.32)$$

acest fenomen reprezentând redresarea optică, tratată în § 4.1.1.B;

(2°) și (3°) $\omega = 2\omega_1$ și $K = 2k_1$ sau $\omega = 2\omega_2$ și $K = 2k_2$, la care corespunde susceptibilitatea neliniară de forma $\chi^{(2)}(2\omega_j; \omega_j, \omega_j)$, unde $j=1,2$, amplitudinea polarizației neliniare fiind

$$P_{NL}^{(2)}(2\omega_1) = d E(\omega_1) E(\omega_1) \quad (4.33 a)$$

sau

$$P_{NL}^{(2)}(2\omega_2) = d E(\omega_2) E(\omega_2) \quad (4.33 b)$$

acest fenomen reprezentând *dublarea de frecvență*, studiată în § 4.1.1.A;

(4°) $\omega_+ = \omega_1 + \omega_2$ și $K = k_1 + k_2$, la care corespunde susceptibilitatea neliniară de forma $\chi^{(2)}(\omega_1 + \omega_2; \omega_1, \omega_2)$, amplitudinea polarizației neliniare fiind

$$P_{NL}^{(2)}(\omega_+ = \omega_1 + \omega_2) = 2d E(\omega_1) E(\omega_2) \quad (4.34)$$

acest fenomen corespunzând *adunării frecvențelor*, proces care generalizează la diferite frecvențe dublarea frecvenței, deja considerată;

(5°) $\omega_- = \omega_1 - \omega_2$ și $K = k_1 - k_2$, la care corespunde susceptibilitatea neliniară $\chi^{(2)}(\omega_1 - \omega_2; \omega_1, -\omega_2)$, amplitudinea polarizației neliniare fiind

$$P_{NL}^{(2)}(\omega_- = \omega_1 - \omega_2) = 2d E(\omega_1) E^*(\omega_2), \quad (4.35)$$

acest fenomen purtând numele de *proces de amestec parametric între două unde incidente*.

4.2.1. Amestecul a două unde optice de frecvențe diferite (up-conversion).

Rezultatul deosebit obținut consistă în faptul că mediul neliniar de al doilea ordin poate fi utilizat pentru a amesteca două unde optice de frecvențe diferite și a genera, printre altele, o a treia undă cu frecvența egală cu suma frecvențelor undelor incidente, *conversie în sus* (up-conversion) sau cu frecvența egală cu diferența frecvențelor undelor incidente, *conversia în jos* (down-conversion)

Un exemplu de conversie în sus de frecvență este dat în figura 4.11, unde, folosind un cristal „proustite” doi laseri cu lungimile de undă în spațiul liber de $1,06\mu\text{m}$ și $10,6\mu\text{m}$, trecând prin mediul respectiv conduc la generarea de către acesta, care devine un mediu neliniar, a unei radiații de lungime de undă de $0,96\mu\text{m}$, adică, $\lambda_{03}^{-1} = \lambda_{01}^{-1} + \lambda_{02}^{-1}$.