

CURS 1

ORGANIZAREA FIZICII CA ȘTIINȚĂ FUNDAMENTALĂ

Cuvântul **“fizică”** își are originea în limba greacă. Provine din grecescul **physis** care înseamnă **natură** și sugerează faptul că *fizica este o știință despre natură*. Mai precis, fizica este una dintre științele naturii și anume aceea care *studiază organizarea și proprietățile materiei pentru a stabili legile generale de mișcare și transformările reciproce ale formelor de mișcare ce modifică natura substanței*. Mișcările ce modifică natura substanței fac obiectul chimiei.

Materia se manifestă prin două laturi complementare: *substanță și câmp*.

Substanța este alcătuită din **particule** cu masa de repaus nenulă (molecule, atomi, particule elementare) și este percepută de noi în stările de agregare *solidă, lichidă, gazoasă sau plasmă*.

Particula este o *porțiune de substanță* – în general de dimensiuni reduse – care *interacționează cu alte sisteme și care la un moment dat ocupă o singură poziție în spațiu* astfel că două particule nu se pot afla simultan în același loc.

Câmpul este *acea formă diferită de substanță care permite transmiterea interacțiunii - lor dintre sisteme* (câmpul gravitațional, câmpul electromagnetic, câmpul nuclear ș.a.). O definiție alternativă consideră *câmpul ca fiind o regiune din spațiu cu o extindere spațială teoretic infinită, caracterizată în fiecare punct de o mărime* (scalară sau vectorială). Două sau mai multe câmpuri se pot afla simultan în același punct al spațiului. Transformările materiei în mișcare se datorează *fenomenelor fizice sau proceselor fizice* care se produc în cadrul unor *porțiuni finite din Univers, de dimensiuni variabile, numite sisteme fizice*

Un sistem fizic poate fi alcătuit fie din substanță fie numai din câmp fie din ambele. Interacțiunile între elementele sale se manifestă prin *forțe și momente*. Materia în mișcare presupune definirea *spațiului și timpului* ca atribute fundamentale. Astfel, **spațiul exprimă coexistența și separarea corpurilor între ele, durata și dezvoltarea lor**.

Spațiul și timpul sunt infinite deși sunt constituite din componente finite; au atât caracter *absolut* cât și caracter *relativ*; caracter *continuu* (omogenitate) cât și caracter *discontinuu*.

Spațiul se consideră *tridimensional, omogen și izotrop*, iar **timpul** un *continuum unidimensional și uniform a cărei metrică este independentă de procesele fizice*.

Unele domenii ale fizicii (teoria relativității restrânse, teoria gravitației, etc.) iau în considerare legătura între spațiu și timp precum și între timp și distribuția în spațiu a materiei.

Un alt atribut esențial al materiei, alături de spațiu și timp, îl constituie **interacțiunea** între corpurile materiale. Interacțiunile determină nu numai procesele fizice ci însăși existența sistemelor materiale. La baza studiului sistemelor și proceselor fizice stă **principiul cauzalității**: *“fiecare stare din lumea obiectivă este efectul unor cauze care determină în mod univoc starea respectivă”*. Cu alte cuvinte, *orice efect fizic este umarea unei anume cauze care l-a provocat*. Transformările suferite de corpurile materiale au drept cauză interacțiunile dintre ele. Fizica consideră *patru tipuri fundamentale de interacțiuni* ce definesc spațial nivelele de organizare ale materiei:

- **interacțiunea tare** (nucleară), leagă nucleonii în nucleeele elementelor;
- **interacțiunea electromagnetică**, asigură stabilitatea atomilor, moleculelor și sistemelor cristaline;

- **interacțiunea slabă**, se manifestă pe distanțe inferioare nucleului atomic și nu duce la formarea unor configurații stabile;

- **interacțiunea gravitațională**, determină atracția la distanțe mari între corpurile cerești.

♦ **O primă clasificare** a problematicii fizicii ia în considerare *nivelul de organizare a materiei*. Astfel **fizica microscopică** sau **microfizica** studiază fenomenele presupunând că *atât corpurile cât și câmpurile au o structură discretă* (substanțele fiind alcătuite din atomi și molecule). Această ipoteză a generat o teorie compatibilă, **teoria cuantică**.

Fizica microscopică cercetează *nivelul molecular* (10^{-8} m), *atomic* (10^{-10} m), *nuclear* (10^{-14} m) și cel al *particulelor elementare* (10^{-16} m).

Fizica macroscopică sau **fenomenologică** consideră pentru corpurile și câmpurile o structură continuă și se bazează pe o teorie mai veche, **teoria clasică**. Fizica macroscopică studiază *nivelul macroscopic* (de ordinul metrului) și *cosmologic* (peste 10^8 m).

♦ **O altă clasificare** are în vedere rezultatele **teoriei relativității** separând **fizica nerelativistă** (*newtoniană*) de **fizica relativistă** (*einsteiniană*) care studiază fenomenele ce se produc când vitezele corpurilor sunt comparabile cu viteza luminii. Ca și în cazul primei clasificări în care fizica fenomenologică se dovedește a fi un caz limită al fizicii cuantice și în această clasificare fizica nerelativistă este un caz limită al fizicii relativiste și anume acela în care vitezele corpurilor sunt cu ordine de mărime inferioare vitezei luminii.

♦ În sfârșit o **clasificare de conjunctură** ar deosebi **fizica teoretică** de **fizica experimentală** în ciuda faptului că nu se poate face o delimitare strictă între aceste două categorii: *modelarea teoretică pornește de la experiment și se întoarce la experiment pentru a fi confirmată*. Experimentul este conceput în baza previziunilor teoretice și astfel o delimitare clară între teorie și experiment nu se poate face.

Fizica clasică cu cele două părți ale sale **macroscopică** și **microscopică** se fundamentează pe teoriile fenomenologice ce au la bază **formalismul clasic vectorial** (Newton – Maxwell), **formalismul analitic** (Lagrange – Hamilton) sau **formalismul statistic clasic** (Maxwell – Boltzmann). În fizica clasică, particula și câmpul sunt concepte ireductibile și complementare.

Fizica modernă se fundamentează pe principii noi deosebite de ale fizicii clasice apelând la formalisme matematice adecvate acestora, ca: **formalismul analitic – relativist**, cel **cuantic nerelativist** (Schrödinger) sau **relativist** (Dirac) și **formalismul statistic cuantic** (Fermi – Dirac, Bosé – Einstein). În fizica modernă se evidențiază o interdependență între particulă și câmp.

1.1 METODELE ȘI MIJLOACELE SPECIFICE FIZICII

Studiul sistemelor fizice presupune etape primare:

- **observarea** și descrierea calitativă a sistemului și fenomenului și
- **experimentul** provocat conștient în scopul extragerii trăsăturilor esențiale ale interacțiunilor ce determină procesul fizic. Explicarea cantitativă a experimentului se poate face numai prin intermediul **mărimilor fizice**. Acestea desemnează *attribute ale materiei ce corespund unei proprietăți fizice intrinseci ale sistemului considerat, proprietate ce presupune o relație de ordonare în raport cu care mulțimea observațiilor dobândite din experiment se organizează*

ză în **clase de echivalență**. Relația de ordine permite compararea mărimilor fizice de aceeași natură în procesul de **măsurare** a lor.

Clasificarea mărimilor fizice se poate face din mai multe puncte de vedere.

- Dacă nivelul de organizare al materiei este cel care interesează, deosebim **mărimi macroscopice** și **mărimi microscopice**.

- Apoi, ne confruntăm cu mărimi fizice **primitive** care reflectă *atribute generale ale materiei și nu se pot defini prin intermediul altor mărimi mai simple* și mărimi fizice **derivate** ce se definesc cu ajutorul celor primitive.

- Mărimile fizice **de stare** sunt acelea a căror variație între o stare inițială și o stare finală nu depinde de traseul urmat de desfășurarea procesului între aceste stări ci numai de stările inițială și finală. Acele mărimi care depind de acest traseu se numesc mărimi **de proces**.

- Mărimile ce caracterizează interacțiunile sistemelor neizolate se numesc **de interacțiune**.

- ♦ **O altă clasificare** ia în considerare mărimile asociate unor regiuni din spațiu de dimensiuni finite numite **globale** precum și pe acelea care sunt funcții de punctul în care se consideră numite **locale**.

- ♦ După modul de reprezentare a mărimilor, deosebim **mărimi scalare** reprezentate prin numere reale, **pseudoscalare** adică acele mărimi scalare care își schimbă semnul la schimbarea orientării axelor de coordonate, **vectoriale** reprezentate prin vectori, **fazoriale** reprezentate prin fazori și **tensoriale** cărora li se asociază matrici cu componente tensoriale și care caracterizează mediile anizotrope.

- ♦ **O ultimă clasificare** ia în considerare natura, extinderea sistemului considerat sau condițiile spațio – temporale în care se află acest sistem. Deosebim astfel:

- **mărimi interne:** acele mărimi sensibil dependente de natura, structura și extinderea sistemului fizic, de exemplu: densitatea, presiunea, temperatura termodinamică, polarizările (electrică și magnetică), etc.

- **mărimi externe** ale căror valori depind de parametri fizici ai mediilor înconjurătoare și de parametri câmpurilor exterioare (volumul, intensitatea câmpului electric sau magnetic, etc.)

- **mărimi intensive** definite *instantaneu* și *punctual* (la fiecare moment de timp și în fiecare punct din spațiu) depinzând de direcțiile și intensitățile câmpurilor;

- **mărimi extensive** ce depind de extinderea sistemului, definite pentru anumite zone din spațiu sau/și pentru anumite intervale temporale.

- **mărimi de material** depinzând numai de natura sistemului.

În sfârșit, se definesc **constantele fizice** ca fiind acele valori ale mărimilor fizice care nu depind de natura și extinderea sistemului și **constantele universale** ce reprezintă valori ale mărimilor fizice independente atât de locul și momentul în care au fost estimate cât și de condițiile externe conjuncturale.

Legile fizicii sunt adevăruri ce exprimă *legătura obiectivă* (independentă de intervenția subiecților implicați) *dintre fenomenele fizice și relațiile necesare și reproductibile existente între mărimile fizice care le caracterizează*. Legile fizicii se exprimă prin *enunțuri*, *reprezentări grafice* sau prin *relații matematice*. Deosebim **legi de stare** ce exprimă dependența între mărimile ce caracterizează starea sistemului fizic la un anumit moment și **legi de evoluție** ce exprimă relații între evenimente care nu se produc simultan. Un caz particular al legilor de evoluție îl reprezintă **legile de conservare** ce evidențiază o anumită mărime constantă pe întreaga durată a desfășurării procesului. La baza teoriilor fizice stau **ipotezele**, **principiile**, **postulatele** și **teoremele**.

Ipoteza științifică este o presupunere logică referitoare la unele relații dintre fenomene sau alte mecanisme interne care determină aceste fenomene. Este o lege fizică cu caracter provizoriu care poate fi infirmată de experiență și în acest caz se abandonează sau poate fi confirmată experimental și acceptată ca teorie fizică.

Principiile sunt afirmațiile induse în generalizarea și deseori extrapolarea unor judecăți implicate într-un mare număr de fapte experimentale. Aceste afirmații nu se verifică direct din experiență ci numai prin consecințele lor. Nu se poate verifica direct de exemplu afirmația principiului al treilea al termodinamicii că *entropia unui sistem tinde către zero când temperatura tinde către zero absolut*, întrucât *temperatura de zero absolut nu poate fi atinsă*. Totuși măsurătorile evidențiază unele consecințe ale acestui principiu, cum ar fi acelea referitoare la căldurile specifice și la coeficientul de dilatare termică.

Postulatele sunt relații între mărimile fizice care prezintă maximum de generalitate. Unele postulate nu rezultă direct din experiență și nici nu se deduc prin generalizarea rezultatelor experimentale ci se propun teoretic prin compatibilitate cu consecințele lor indirecte așa cum sunt -de exemplu-postulatele lui Bohr privind modelul nuclear al atomului. Postulatele și principiile pot suferi modificări și completări dobândind astfel un grad de generalitate sporit.

Teoremele sunt adevăruri obținute deductiv prin calcule matematice pornind de la legi, definiții, principii și postulate conducând la obținerea de noi relații între mărimi.

În sfârșit, la baza interpretării fenomenelor și a unor structuri care nu permit accesul direct al experimentatorului stau ***modelele fizice***, concepte generale care încearcă să explice structura și proprietățile constatate experimental ale sistemelor fizice. Și aceste concepte pot suferi modificări care să conducă la o mai bună concordanță între prezicerile teoretice obținute în baza modelului propus și rezultatele obținute din perfecționarea continuă a tehnicilor experimentale menită să pătrundă mai adânc fenomenele și structurile sistemelor fizice.

1.2 MĂSURAREA MĂRIMILOR FIZICE. UNITĂȚI DE MĂSURĂ ; SISTEME COERENTE DE UNITĂȚI

Cercetarea, cunoașterea și descrierea unui fenomen sau a unui sistem fizic comportă în general două laturi: observarea calitativă a fenomenului sau a sistemului și raportarea continuă a diferitelor sale proprietăți la proprietățile corespondente ale unui alt fenomen sau sistem fizic de aceeași natură. Printre proprietățile și însușirile sistemelor fizice și fenomene - lor există unele comune diferitelor sisteme fizice sau fenomene și care pot fi comparate între ele. Conductivitate electrică manifestă și mediile conductoare și semiconductorii și cu toate că aceste medii pot avea natură diferită (unele în stare lichidă altele în stare solidă), această proprietate comună de a conduce curentul electric presupune introducerea mărimii fizice numită ***conductivitate*** pentru a estima cantitativ care dintre mediile considerate conduc mai bine curentul electric.

Așadar, vom înțelege prin ***mărime fizică*** o proprietate comună unui grup de fenomene sau sisteme fizice implicată în procesul de comparare între componentele individuale ale grupului. În acest sens se spune că, ***mărimile fizice sunt mărimi măsurabile***.

A ***măsura*** o mărime fizică înseamnă a o compara (pe cale fizică directă) cu o mărime de aceeași natură considerată ca ***unitate de măsură***. Procesul de comparare presupune existența unui ***instrument de măsură*** care să interacționeze cu sistemul pentru a evidenția o valoare

măsurată. Prin valoarea măsurată sau simplu **valoare** a mărimii fizice A înțelegem numărul a care ne arată *de câte ori unitatea de măsură $\langle A \rangle$ se cuprinde în mărimea A* , adică stabilirea raportului

$$a = \frac{A}{\langle A \rangle} \quad (1.1)$$

Fie $\langle A \rangle_1$ și $\langle A \rangle_2$ două unități de măsură diferite pentru mărimea fizică A . Valorile mărimii A măsurate cu unitățile de măsură $\langle A \rangle_1$ și $\langle A \rangle_2$ vor fi:

$$a_1 = \frac{A}{\langle A \rangle_1} \quad \text{și} \quad a_2 = \frac{A}{\langle A \rangle_2} \quad (1.2)$$

Se obține raportul

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\langle A \rangle_2}{\langle A \rangle_1} \quad (1.3)$$

relație care permite enunțarea **teoremei fundamentale a unităților de măsură**: “raportul valorilor măsurate ale aceleiași mărimi fizice cu două unități de măsură diferite, este egal cu raportul invers al acelor unități de măsură”.

Considerarea unităților de măsură induce o deosebire principială între **expresia matematică** ce realizează conexiunea între mărimile fizice utilizate pentru descrierea unui fenomen fizic și **expresia fizică**. Vom exemplifica aceasta calculând volumul V al unui paralelipiped dreptunghic în funcție de lungimile A , B și C ale laturilor sale.

Matematic,

$$V = ABC \quad (1.4)$$

Dacă $\langle L \rangle$ este unitatea de măsură pentru lungime iar $\langle V \rangle$ unitatea de măsură pentru volum, **valorile măsurate** ale mărimilor fizice implicate vor fi:

$$a = \frac{A}{\langle L \rangle} ; b = \frac{B}{\langle L \rangle} ; c = \frac{C}{\langle L \rangle} ; v = \frac{V}{\langle V \rangle} \quad (1.5)$$

Se obține astfel

$$v = \frac{ABC}{\langle V \rangle} = \frac{\langle L \rangle \cdot a \cdot \langle L \rangle \cdot b \cdot \langle L \rangle \cdot c}{\langle V \rangle} \quad (1.6)$$

sau

$$v = \frac{\langle L \rangle^3}{\langle V \rangle} abc = k \cdot abc \quad (1.7)$$

Constanta

$$k = \langle L \rangle^3 \langle V \rangle^{-1} \quad (1.8)$$

depinde de alegerea unităților de măsură pentru lungime și volum și se numește **coeficient parazit**.

Existența coeficientului parazit permite corelarea unităților de măsură. În acest sens, alegând $k=1$ în expresia (1.8), expresia matematică (1.4) a volumului devine identică cu expresia fizică (1.7) însă unitățile de măsură pentru lungime și volum nu mai sunt independente ci sunt corelate prin

$$\langle L \rangle^3 = \langle V \rangle \quad (1.9)$$

Mărimile fizice care exprimă proprietăți fundamentale, ireductibile ale materiei se numesc **fundamentale** iar unitățile lor de măsură, **unități fundamentale**. Mărimile fizice ce se exprimă funcție de mărimile fundamentale se numesc **derivate** și li se asociază **unități deriva-**

te. Mulțimea mărimilor fizice fundamentale și a unităților lor de măsură care asigură eliminarea coeficientului parazit în formulele fizice formează un **sistem coerent de mărimi fizice și unități de măsură**.

Sistemul Internațional de Unități de măsură notat **SI**, a fost adoptat în 1954 la a X-a Conferință Generală de Măsuri și Greutăți și admite șapte unități fundamentale corespunzătoare celor șapte mărimi fizice fundamentale: lungime (**L**), masă (**M**), timp (**T**), temperatură termodinamică (**Θ**), intensitatea curentului electric (**I**) intensitatea luminoasă (**J**), și cantitatea de substanță (**mol**). **Unitățile fundamentale** ale acestor mărimi fizice fundamentale se definesc astfel:

1. pentru lungime, **metrul** (simbol, **m**) este lungimea egală cu 1.650.763,73 lungimi de undă în vid ale radiației care corespunde tranziției atomului de krypton 86 între nivelele sale $2p_{10}$ și $5d_5$.

2. pentru masă, **kilogramul** (simbol, **Kg**) este masa Kilogramului Internațional prototip, din platină iridiată adoptat în anul 1889 de Conferința de Măsuri și Greutăți și păstrat la Biroul Internațional de Măsuri și Greutăți din Sévres – Franța.

3. pentru timp, **secunda** (simbolul, **s**) este durată a 9.129.631,770 perioade ale radiației care corespunde tranziției între cele două nivele hiperfine de energie ale stării fundamentale ale atomului de cesiu 133 ($^{133}_{36}\text{Cs}$).

4. pentru intensitatea curentului electric, **amperul** (simbol, **A**) este intensitatea unui curent electric constant, care menținut în două conductoare paralele, rectilinii, de lungime infinită și de secțiune neglijabilă, așezate în vid la o distanță de 1m unul de celălalt, ar produce între aceste conductoare o forță pe fiecare metru de lungime conductoare, egală cu $2 \cdot 10^{-7}$ newtoni.

5. pentru temperatura termodinamică, **kelvinul** (simbol, **K**) este fracțiunea $1/273,16$ din temperatura termodinamică a punctului triplu al apei (căruia i s-a atribuit valoarea numerică de 273,16).

6. pentru intensitatea luminoasă, **candela** (simbol, **cd**) este intensitatea luminoasă emisă în direcția normalei de către suprafața unui radiator integral (corp negru) cu aria de $1/600.000$ metri pătrați la temperatura de solidificare a platinei pure (2046 K) și presiunea atmosferică normală (101325 Newton pe metru pătrat).

7. pentru cantitatea de substanță, **molul** (simbol, **mol**) a fost adoptat la a 14-a Conferință Internațională de Măsuri și Greutăți din anul 1971 și reprezintă cantitatea de substanță a unui sistem care conține atâtea entități elementare (atomi, molecule ionizate, alte particule sau grupuri de particule), câți atomi există în 0,012 kilograme de carbon $^{12}_6\text{C}$. Această masă de **carbon 12** conține un număr de atomi egal cu **numărul lui Avogadro** ($N=6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

Au fost adoptate și două **unități de măsură suplimentare** numite **tolerate**:

a.) pentru unghiul plan, **radianul** (simbol, **rad**) este unghiul plan format de două raze care delimitează pe circumferința unui cerc un arc de lungime egală cu aceea a razei cercului.

b.) pentru unghiul solid, **steradianul** (simbol, **sterad**) este unghiul solid care, având vârful în centrul unei sfere, delimitează pe suprafața acesteia o arie egală cu aria unui pătrat având latura egală cu raza sferei.

Radianul și steradianul sunt unități de măsură adimensionale.

1.3 ANALIZA DIMENSIONALĂ A LEGILOR FIZICII

Mărimile fundamentale ale unui sistem coerent de unități alcătuiesc **baza** aceluia sistem.

Fie X o mărime derivată și $M_1, M_2, \dots, M_j$, o bază. Întrucât mărimea X se construiește din mărimile bazei în expresia matematică a mărimii X va intra fiecare element al bazei ridicat la o putere rațională într-un produs de puteri $M_1^{\alpha_1} \cdot M_2^{\alpha_2} \dots M_j^{\alpha_j}$ numit **dimensiunea** mărimii X pe care o vom nota $[X]$:

$$[X] = M_1^{\alpha_1} M_2^{\alpha_2} \dots M_j^{\alpha_j} \quad (1.10)$$

În această expresie, $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j$ sunt *exponenți raționali* înțelegând prin aceasta că *dimensiunea* mărimii X referitoare la mărimea fundamentală M_k ($k = \overline{1-j}$) este α_k .

Alegerea mărimilor fundamentale se face în concordanță cu considerarea celor mai importante proprietăți ale materiei. **Spațiul și timpul** sunt coordonate ale oricărui proces fizic. **Masa** este și ea o caracteristică intrinsecă a materiei. Este – prin urmare – evident că *aceste trei atribute esențiale intrinseci ale materiei sunt indispensabile oricărui set de mărimi fundamentale implicat în construirea unui sistem coerent de unități.*

Expresia (1.10) se numește **formulă dimensională** a mărimii X în baza $M_1 M_2 \dots M_j$. Evident, *baza nu este unică*. Se pot alege baze diferite rezultând astfel sisteme de unități diferite. Indiferent de sistemul de unități folosit, funcționează **principiul invarianței legilor fizicii** care presupune *păstrarea formei legilor fizicii la schimbarea unităților de măsură*. Dacă pentru descrierea completă a unui proces fizic sunt necesare $n+1$ mărimi fizice independente $X_1, X_2, \dots, X_n$ și Y a căror scriere se face în baza $M_1 M_2 \dots M_j$, în sistemul de unități definit de această bază *identificăm o matrice* numită **matrice dimensională**:

	X_1	X_2	$\dots\dots\dots$	X_j	Y
M_1	α_{11}	α_{12}		α_{1j}	α_1
M_2	α_{21}	α_{22}		α_{2j}	α_2
.	.				
.	.				
.	.				
.	.				
M_j	α_{j1}	α_{j2}		α_{jj}	α_j

(1.11)

ale cărei elemente rezultă din scrierea mărimilor fizice $X_1, X_2, \dots, X_j$ și Y în baza $M_1, M_2, \dots, M_j$.

$$X_i = M_1^{\alpha_{1i}} M_2^{\alpha_{2i}} \dots M_j^{\alpha_{ji}} \quad i = \overline{1-j} \quad (1.12)$$

$$Y = M_1^{\alpha_1} M_2^{\alpha_2} \dots M_j^{\alpha_j}$$

Cu toate că $X_1, X_2, \dots, X_j$ și Y sunt mărimi independente *descrierea unui proces fizic, implică corelarea funcțională a acestor mărimi și studiul variației uneia – să spunem Y – funcție de variația celorlalte (în cazul considerat, $X_1, X_2, \dots, X_j$)*. Analiza dimensiunilor rezolvă parțial această problemă, în sensul că ea *nu permite întotdeauna obținerea unei soluții complete nefiind capabilă să precizeze constantele și mai mult, nu rezolvă nici mecanismul intim al*

fenomenului. În acest sens, amintim că *metodele dimensionale nu discern natura mărimilor fizice* neputând preciza de exemplu, dacă este vorba despre *presiune* sau despre *efort unitar*. Uneori însă, chiar dacă nu rezolvă complet o problemă, reduce totuși numărul variabilelor presupuse a descrie procesul fizic considerat.

Metoda analizei dimensiunilor admite ca ipoteză de lucru **principiul invarianței legilor fizicii** pe care îl aplică astfel:

Fie A o mărime fizică derivată ce depinde de unitățile fundamentale L, M și T :

$$[A] = f(L, M, T) \quad (1.13)$$

și care intervine într-o lege matematică, de forma:

$$A = F(A_1, A_2, \dots) \quad (1.14)$$

implicând unitățile $A_1, A_2, \dots$ etc. La rândul lor aceste unități pot fi și ele exprimate în funcție de L, M, T astfel încât legea matematică conduce la relația:

$$[A] = \varphi(L, M, T) \quad (1.15)$$

Se poate scrie:

$$\begin{aligned} f(L, M, T) &= L^\alpha M^\beta T^\gamma \quad \text{și} \\ \varphi(L, M, T) &= L^m M^n T^p \end{aligned} \quad (1.16)$$

exponenții $\alpha, \beta, \gamma, m, n, p$ fiind numere raționale numite **dimensiuni** sau **grade de omogenitate**. Deducem din relațiile anterioare, că $\alpha = m, \beta = n, \gamma = p$, ceea ce reclamă că “*ambii membri ai unei relații matematice care exprimă o lege fizică, trebuie să aibă dimensiuni egale în raport cu fiecare dintre unitățile fundamentale*”. Acest enunț, exprimă **condiția de omogenitate** a expresiilor care descriu legi fizice, iar expresia

$$[A] = L^\alpha M^\beta T^\gamma \quad (1.17)$$

reprezintă **formula dimensională a mărimii derivate A în baza L, M și T** așa cum este definită prin relația (1.10).

Diferitele domenii ale fizicii, lucrează cu baze diferite: **mecanica** presupune folosirea bazei L, M și T , **termodinamica** introduce în plus **Kelvinul** pentru temperatura termodinamică și **molul** pentru cantitatea de substanță. **Electricitatea** folosește *intensitatea curentului electric I* , **optica electromagnetică** include și *intensitatea luminoasă J* iar **teoria radiației**, apelează la toate dimensiunile fundamentale.

Stabilirea cantitativă a dependențelor funcționale a unei mărimi fizice de anumiți parametri prin metodele specifice **analizei dimensiunilor** presupune câteva etape și anume:

- prima etapă constă în *alegerea parametrilor independenți* ce intervin în procesul fizic considerat. Introducerea unor parametri suplimentari ce nu sunt implicați în procesul fizic ca și omiterea unora care caracterizează fenomenul, conduce la un impas în rezolvarea problemei și de cele mai multe ori la un rezultat incomplet sau eronat.

- a doua etapă presupune *includerea mărimii fizice a cărei dependență funcțională urmează a se stabili într-un produs adimensional, cu parametrii considerați ridicați la niște puteri raționale* ce urmează a fi precizate prin calcul. Astfel, pentru a stabili dependența

$$Y = Y(X_1, X_2, \dots, X_i) \quad (1.18)$$

vom include cele $i+1$ mărimi fizice în produsul $\Pi \equiv Y \cdot X_1^{\alpha_1} \cdot X_2^{\alpha_2} \dots X_i^{\alpha_i}$ în care α_i sunt *exponenți raționali* ce urmează a fi determinați.

- etapa următoare înseamnă *alegerea bazei și extragerea matricii dimensionale* (1.11);

- urmează etapa în care se aplică **principiul invarianței legilor fizicii** scriind că produsul Π conduce la o formulă dimensional omogenă, ceea ce permite să se scrie egalitatea

$$[Y] \cdot M_1^{\alpha_1} M_2^{\alpha_2} \dots M_k^{\alpha_k} = 1 \quad (1.19)$$

din care se extrage dimensiunea mărimii fizice Y (adică $[Y]$) prin anularea exponenților $a_1, a_2, \dots, a_k$ ce vor depinde liniar de exponenții $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$.

Așa cum specificam anterior, *analiza dimensională nu poate preciza constantele ce intervin în expresiile matematice ale formulelor fizice, întrucât aceste constante au dimensiune zero*. Precizarea constantelor presupune un model teoretic adecvat sau poate fi obținută din experiență. Astfel, analiza dimensională stabilește pentru dependența $T = T(m, k)$ a perioadei pendulului elastic forma $T = \text{constantă} \times \sqrt{\frac{m}{k}}$, valoarea 2π a constantei rămânând însă nede-terminată. Chiar dacă se consideră pentru T dimensiunea T^{-1} (“*timp la -1*”, corespunzătoare unității de măsură $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$), factorul 2 nu poate rezulta prin tehnicile analizei dimensionale.

TEME DE CASĂ (1)

Tc1.1 : “ANALIZĂ DIMENSIONALĂ”- PROBLEME

1. Să se indice mărimile fizice care se exprimă în unitățile de măsură:

- a) $\text{N} \cdot \text{m}$
- b) N/m^2
- c) J/grad
- d) $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{grad}$

2. Să se scrie formulele dimensionale pentru următoarele mărimi fizice:

- a) viteza, accelerația ;
- b) forța ;
- c) lucrul mecanic, energia mecanică, momentul forței ;
- d) puterea mecanică ;
- e) constanta atracției universale ;
- f) presiunea, modulul de elasticitate ;
- g) densitatea masică.

3. Să se scrie formulele dimensionale pentru următoarele mărimi fizice:

- a) căldura, Q ;
- b) căldura specifică, c ;
- c) constanta Boltzmann, k ;
- d) constanta universală a gazelor perfecte, R .

4. Să se scrie formulele dimensionale pentru următoarele mărimi fizice:

- a) sarcina electrică, q ;
- b) permitivitatea electrică absolută, ε ;
- c) intensitatea câmpului electrostatic, E ;
- d) potențialul câmpului electrostatic, φ ;
- e) capacitatea electrică, C ;

- f) rezistența electrică, R ;
- g) inducția câmpului magnetic, B ;
- h) intensitatea câmpului magnetic, H ;
- i) fluxul câmpului magnetic, ϕ ;
- j) inductanța unei bobine, L ;
- k) permeabilitatea magnetică absolută, μ .

5. Să se stabilească cu ajutorul analizei dimensionale dependența forței centrifuge F de masa m a corpului aflat în mișcare uniformă, de viteza unghiulară ω și de raza R a traiectoriei.

6. Un corp de masă m se deplasează sub acțiunea unei forțe constante F , paralel cu direcția forței aplicate pe o distanță l . Să se stabilească dimensional cum depinde viteza v atinsă de corp de mărimile F , m și l .

7. Știind că frecvența de vibrație transversală ν_t a unei corzi cu secțiunea transversală mică depinde de lungimea l a corzii, de densitatea ρ și de modulul de elasticitate E să se stabilească dimensional dependența $\nu_t = \nu_t(E, l, \rho)$.

8. Să se precizeze expresiile dimensionale ale constantei k a unui oscilator elastic și accelerației gravitaționale g , apoi să se stabilească dimensional dependențele $T = T(m, k)$ și $T = T(l, g)$ pentru perioada T a pendulului elastic, respectiv a pendulului gravitațional.

9. Să se stabilească dimensional dependența rezistenței R opuse de un fluid la înaintarea unui corp în funcție de viteza v a corpului, de densitatea ρ a fluidului și de aria S a secțiunii transversale.

10. Să se stabilească dimensiunea și unitatea de măsură pentru constanta R a gazelor perfecte.

11. Să se scrie formula dimensională a constantei atracției universale γ care intervine în formula forței de interacție $F = \gamma \cdot (m_1 m_2 / r^2)$ între două puncte materiale cu masele m_1 și m_2 , aflate la distanța r între ele.

12. O particulă de masă m încărcată cu sarcina electrică q pătrunde cu viteza v într-un câmp magnetic de inducție B ($v \perp B$). Să se stabilească dimensional dependența $r = r(v, m, g, B)$ a razei traiectoriei particulei.

13. Să se deducă expresia energiei câmpului magnetic înmagazinată într-o bobină, știind că această energie depinde de inductanța L a bobinei și de intensitatea curentului electric I prin bobină.

14. Știind că viteza de propagare a undelor longitudinale într-o bară solidă depinde de modulul de elasticitate E al barei și de densitatea masică a acesteia ρ , să se deducă pe baza analizei dimensionale, expresia vitezei v în funcție de E și ρ .

15. Să se deducă expresia vitezei luminii în vid, în funcție de permitivitatea vidului ϵ_0 și permeabilitatea magnetică μ_0 a vidului.

16. Știind că energia înmagazinată într-un condensator depinde de sarcina electrică q de pe o armătură a condensatorului și de capacitatea C a condensatorului, să se deducă pe baza analizei dimensionale, expresia energiei condensatorului în funcție de q și C .

17. Energia unității de volum a unui câmp electric în vid depinde de permitivitatea vidului ε_0 și de intensitatea E a câmpului electric. Să se stabilească dependența densității de energie w de ε_0 și E .

Tc1.2 : INDICAȚII ȘI SOLUȚII PENTRU REZOLVAREA PROBLEMELOR DE ANALIZĂ DIMENSIONALĂ

1.

- a) lucrul mecanic, energia, căldura, momentul forței;
- b) presiunea, densitatea volumică de energie;
- c) capacitatea calorică, entropia;
- d) căldura specifică, entropia unității de masă.

*

2.

- a) $v = \Delta S / \Delta t$; $[v] = LT^{-1}$; $a = \Delta v / \Delta t$; $[a] = LT^{-2}$
- b) $F = m \cdot a$; $[F] = MLT^{-2}$
- c) $L = F \cdot d$; $[L] = ML^2T^{-2}$
- d) $P = L/t$; $[P] = ML^2T^{-3}$
- e) $F = k \cdot (m_1 m_2 / r^2)$; $[k] = MLT^{-2}L^2/M^2 = M^{-1}L^3T^{-2}$
- f) $p = F/A$; $[p] = ML^{-1}T^{-2} = [E]$.
- g) $\rho = m/V$; $[\rho] = ML^{-3}$

*

3.

- a) Căldura Q are aceeași formulă dimensională ca și lucrul mecanic L ; $[Q] = ML^2T^{-2}$
- b) $c = Q/m \cdot \Delta t$; $[c] = L^2T^{-2}t^{-1}$.
- c) Energia medie de translație a moleculelor unui gaz perfect este: $E = (3/2) \cdot k T$;
 $[k] = ML^2T^{-2}t^{-1}$
- d) $pV = \nu RT$; $[R] = L^2M T^{-2}mol^{-1}t^{-1}$

*

4.

- a) $q = It$; $[q] = IT$;
- b) Din legea lui Coulomb $F = (1/4\pi\varepsilon) \cdot (q_1 q_2 / r^2)$;
 $[\varepsilon] = I^2 T^4 M^{-1} L^{-3}$
- c) Din formula de definiție: $E = F/q$ rezultă $[E] = I^{-1} MLT^{-3}$
- d) Din formula $\varphi = L/q$ se obține $[\varphi] = ML^2 T^{-3} I^{-1}$
- e) Capacitatea electrică se exprimă prin formula: $C = q/U$;
 $[C] = I^{-2} T^4 M^{-1} L^{-2}$
- f) Din legea lui Ohm $R = U/I$; $[R] = ML^2 I^{-2} T^{-3}$

- g) Din expresia forței electromagnetice $F=Bil$, se obține $[B]=MI^{-1}T^{-2}$
h) $[H]=IL^{-1}$
i) Din formula de definiție a fluxului magnetic $\phi=BS$ se obține $[\phi]=ML^2I^{-1}T^{-2}$
j) Din expresia fluxului magnetic al unei bobine
 $\phi=LI$, se obține $[L]=ML^2I^{-2}T^{-2}$
k) $B=\mu H$; $[\mu]=MI^{-2}T^{-2}L$.

*

5. $MLT^{-2}=M^x\omega^yR^{2x}=M^xL^zT^{-y}$; $x=1$; $y=2$; $z=1$; $F=Cm\omega^2R$; $C=1$.

*

6. $LT^{-1}=F^xm^yt^2=M^xL^xT^{2x}M^xL^z$;
 $x+y=0$; $x+z=1$; $2x=1$; $x=1/2$; $y=-1/2$; $z=1/2$; $v=C(F\cdot l/m)^{1/2}$.

*

7. $[v_i]=T^{-1}=E^xI^y\rho^z$; $x=1/2$; $y=-1$; $z=-1/2$; $v_i=C/l(E/\rho)^{1/2}$

*

8. $[k]=ML^{-2}$; $[g]=LT^{-2}$; $T=C_1(m/k)^{1/2}$; $T=C_2(l/g)^{1/2}$; $C_1=C_2=2\pi$.

*

9. Se ajunge la formula lui Newton $R=C\rho v^2S$.

*

10. $[R]=ML^2T^{-2}v^{-1}\theta^{-1}$; $\langle R \rangle_{SI}=J/mol\cdot K$.

*

11. $[\gamma]=M^{-1}L^3T^{-2}$.

*

12. $r=v^xm^yq^zB^u$; $x=1$; $y=1$; $z=-1$; $u=-1$; $r=Cmv/qB$; $C=1$.

*

13. $[L]=[\phi]/[I]=[B][S]/[I]=L^2MT^{-2}I^{-2}$; $E=CL^xI^y$; $x=1$; $y=2$; $E=CLI^2$; teoretic se obține $C=1/2$;
 $E=LI^2/2$.

*

14. Ținând seama de rezultatele problemei 2, avem:

$$LT^{-1}=(ML^{-1}T^{-2})^\alpha \cdot (ML^{-3})^\beta = M^{\alpha+\beta} L^{-\alpha-3\beta} T^{-2\alpha}$$

de unde, $\alpha+\beta=0$; $-\alpha-3\beta=1$; $-2\alpha=-1$. Se obține: $\alpha=1/2$; $\beta=-1/2$.

Obținem astfel $v=C\cdot(E/\rho)^{1/2}$. Calculele pe modele teoretice conduc la valoarea $C=1$.

*

15. $c=K\varepsilon_0^\alpha\mu_0^\beta$ Folosind rezultatele problemei 4, obținem:

$$LT^{-1}=(I^2T^4M^{-1}L^{-3})^\alpha(MI^{-2}T^{-2}L)^\beta=I^{2\alpha-2\beta}T^{4\alpha-2\beta}M^{-\alpha+\beta}L^{-3\alpha+\beta}$$

de unde rezultă sistemul: $2\alpha-2\beta=0$; $4\alpha-2\beta=-1$; $-\alpha+\beta=0$; $-3\alpha+\beta=1$. Se obține $\alpha=\beta=-1/2$.

Deci $c=K\cdot[l/(\varepsilon_0\mu_0)^{1/2}]$. Calculele pe modele teoretice conduc la valoarea $K=1$.

*

16. $E_c=Kq^\alpha C^\beta$. Ținând seama de rezultatele problemelor 2 și 4, avem :

$$ML^2T^{-2}=(IT)^\alpha(I^2T^4M^{-1}L^{-2})^\beta=I^{\alpha-2\beta}T^{\alpha+4\beta}M^{-\beta}L^{-2\beta}$$

Rezultă sistemul de ecuații $\alpha-2\beta=0$; $\alpha+4\beta=-2$; $-\beta=1-2\beta=2$. Rezolvând sistemul obținem

$\beta=-1$; $\alpha=2$. Deci: $E_c=K(q/C)$. Modelele teoretice conduc la valoarea $K=1/2$. Deci, $E_c=q^2/2C$.

*

17. $w=K\varepsilon_0^\alpha E^\beta$. Folosind rezultatele problemelor 2 și 4, avem:

$$ML^{-1}T^{-2}=(I^2T^4M^{-1}L^{-3})^\alpha(I^{-1}MLT^{-3})^\beta=I^{2\alpha-\beta}T^{4\alpha-3\beta}M^{-\alpha+\beta}L^{-3\alpha+\beta}$$

18. Se rezolvă sistemul de ecuații: $2\alpha-\beta=0$; $4\alpha-3\beta=-2$; $-\alpha+\beta=1$; $-3\alpha+\beta=-1$.