CURSUL 3

ASPECTUL DUAL AL COMPORTĂRII RADIAȚIEI ELECTROMAGNETICE

Elaborarea teoriei fotonilor şi succesul dobândit în aplicarea acestei teorii la explicarea efectelor *fotoelectric* şi *Compton* au impus *renunțarea la concepția strict ondulatorie asupra naturii luminii şi înlocuirea acesteia cu o **concepție duală corpuscular-ondulatorie***.

Pe de altă parte, *experiențele de difracție a electronilor* – despre care se credea că au o natură strict corpusculară – *evidențiau o comportare ondulatorie.* Mai mult, *toate experiențele efectuate cu particule cu masă de repaus diferită de zero protoni, neutroni, sau sisteme mai complexe cum ar fi atomii de heliu sau de hidrogen,* au evidențiat *caracterul dual, corpuscular-ondulatoriu al tuturor microparticulelor*.

3.1. DIFRACȚIA RAZELOR X. FORMULA *WULFF-BRAGG*.

Fizicianul german ***Max Theodor Felix von Laue*** (1879-1960) a dovedit în 1912 că cristalele naturale cu constanta rețelei de ordinul a $10^{-10}\ m$, *pot servi ca rețele de difracție tridimensionale pentru razele X.*

Să presupunem că se trimite pe o rețea cristalină cu structură atomică periodică regulată un fascicul de radiație X, cu lungimea de undă λ, ce cade sub unghiul θ pe planele cristaline I şi II, distanțate prin d. Considerând atomii ca centrii unor noi unde elementare coerente, fiecare plan va reflecta aceste unde sub un unghi egal cu unghiul de incidență. Radiațiile 1 şi 2, reflectate de planele I şi II, fiind corente, vor interfera, obți - nându-se o *interferență prin reflexie.* Diferența de drum între aceste radiații va fi $\Delta = AB + BC = 2d\ sin\,\theta$ iar direcțiile θ pentru care se produce interferența se obțin din condiția $\Delta = 2m \cdot \frac{\lambda}{2} = m\lambda$, cu $m=1, 2, 3, \ldots$ Relația

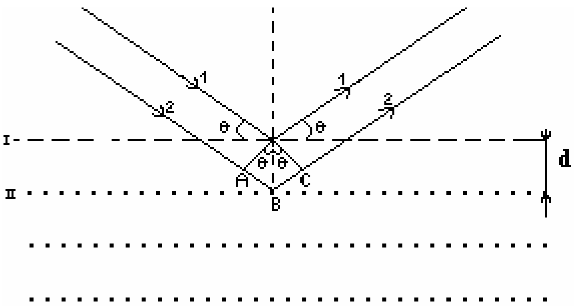

Figura 3.1

$$2d\,sin\,\theta = m\lambda \tag{3.1}$$

constituie *expresia matematică a **legii Wulff-Bragg***.

Aşadar, radiațiile X nu sunt reflectate de cristal decât în măsura în care lungimea de undă şi unghiul de înclinare în raport cu planul cristalin satisfac *relația Wulff-Bragg*. Această relație poate fi utilă în stabilirea condițiilor experimentale în care se realizează interferența, în două moduri:

- se pot trimite spre cristal radiații cu o anumită lungime de undă λ şi se roteşte cristalul pentru a ne asigura că reflexia se produce numai pentru anumite unghiuri $\theta_1, \theta_2, ...$ ce corespund valorilor $m = 1, 2, ...$ în relația Wulff-Bragg (*metoda cristalului rotitor*). Se obțin astfel spectre de ordinul ***1, 2, ...*** etc;

- se poate păstra constant unghiul θ (*metoda Laue*), variind lungimea de undă constatându-se că reflexia se produce în cazul când valorile λ_m ale lungimii de undă satisfac relația

$$\lambda_m = \frac{1}{m} \cdot 2d \sin\theta \tag{3.2}$$

adică pentru valorile $\lambda_1, \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}, \lambda_3 = \frac{\lambda_1}{3}, ...$ etc. Primul procedeu se foloseşte în cazul *difracției razelor X*, iar al doilea în cazul *difracției electronilor pe cris – tale* deoarece fluxurile de electroni au de regulă viteze determinate ceea ce face ca lungimile de undă asociate acestora $\lambda = \frac{h}{mv}$ să aibe de asemenea valori determinate, astfel că este mai comod să modificăm vitezele electronilor, printr-o alegere corespunzătoare a tensiunii de accelerare, decât să rotim cristalul.

3.2. DIFRACȚIA ELECTRONILOR. EXPERIENȚA *DAVISSON* ŞI *GERMER*.

Primele experiențe de difracție a electronilor pe cristale s-au datorat fizicienilor americani ***Clinton Davisson*** (1881-1958) şi ***Lester Germer*** (născut în 1896), care în 1927 au studiat reflexia electronilor pe un monocristal de nichel ce aparține sistemului cubic.

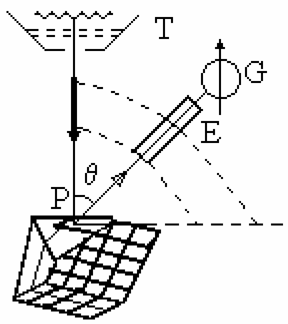

Figura 3.2

Într-un dispozitiv vidat la un nivel ridicat, se trimite un fascicul îngust de electroni monoenergetici polisat la un plan perpendicular pe diagonala principală a celulei cristaline (plan cu indicii cristalografici ***h:k:l ≡ 1:1:1***). Electronii reflectați au fost captați de către un electrod cilindric E, conectat la galvanometrul G. Intensitatea fasciculului reflectat a fost apreciată din curentul indicat de galvanometrul G, prevăzut cu posibilitatea de a se roti pe un cerc, în jurul punctului de impact P al fasciculului electronic cu fața polisată a cristalului.

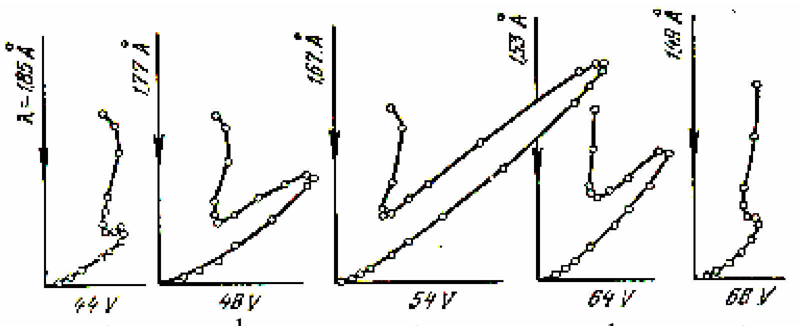

Figura 3.3

Figurile 3.3 a-e prezintă distribuțiile electronilor difuzați pentru diferite lungimi de undă asociate vitezelor electronilor compatibile cu diferite tensiuni de accelerare $\boldsymbol{U}$. Scriind bilanțul schimbului de energie între câmpul accelerator şi electronii fasciculului $\boldsymbol{eU = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{p^2}{2m_0}}$, obținem:

$$\boldsymbol{p = \sqrt{2 m_0 eU}} \tag{3.3}$$

p** fiind impulsul dobândit de electroni în aproximația nerelativistă*. Diagramele din figurile 3.3 reprezintă curbe pe care se deplasează vârful vectorului de tipul celui reprezentat prin $\boldsymbol{\overrightarrow{OI}}$ în figura c, al cărui modul este proporțional cu intensitatea curentului înregistrat la galvanometru, pentru un unghi $\boldsymbol{\theta}$ fixat. Axa orizontală marchează direcția planului de impact, iar axa verticală, direcția fasciculului de electroni. Se observă că pentru un anumit unghi $\boldsymbol{\theta}$, intensitatea electronilor reflectați de rețeaua atomică ce defineşte planul cristalin al feței polisate, este maximă şi că valoarea acestui unghi nu depinde de tensiunea de accelerare ce stabileşte valoarea lungimii de undă asociate electronilor din fascicul. Unghiul $\boldsymbol{\theta_{W-B}}$ pentru care se obține maximul maximelor a corespuns unei tensiuni ***U=54V şi verifică relația Wulff – Bragg dedusă în paragraful anterior, în ipoteza ondulatorie a unui fascicul de raze X.

În concluzie, dacă se variază orientarea fasciculului electronic în raport cu cristalul, menținându-se constantă tensiunea de accelerare şi, deci, şi impulsul electronilor, se constată că *reflexia este maximă pentru anumite orientări privilegiate ale planurilor reticulare ale cristalului în raport cu direcția de incidență*. Această constatare impune o interpretare bazată pe caracterul ondulatoriu al fasciculului de electroni.

Într-adevăr, dacă luăm în calcul dimensiunile electronului, de ordinul a $\boldsymbol{10^{-15}\ m}$, ale atomului şi distanțele interatomice de $\boldsymbol{10^{-10}\ m}$, ar însemna că într-un proces de difuzie a electronului, strict corpuscular este implicat un singur atom de nichel. Experimental, se constată însă că *difuzia electronilor depinde* *esențial de orientarea planelor reticulare ale cristalului în raport cu fasciculul de electroni.*

Definirea planului necesită cel puțin trei atomi, ceea ce ar însemna că în procesul de difuzie al fiecărui electron sunt implicați cel puțin trei atomi, fapt greu de intuit într-o reprezentare strict corpusculară, însă ușor de înțeles dacă electronului i se asociază un pachet de unde, suficient de extins.

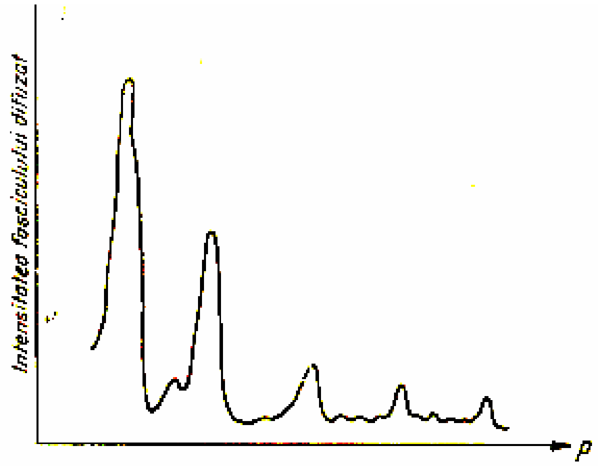

Figura 3.4

Menținând constantă orientarea cristalului față de fasciculul electronic, variind însă continuu tensiunea $\boldsymbol{U}$, se constată apariția unui șir de maxime ce corespund relației Wulff – Bragg la o variație continuă a lungimii de undă a unui fascicul de raze X a cărui direcție de propagare face cu planurile reticulare un unghi $\boldsymbol{\theta}$ prestabilit.

Din relația Wulff – Bragg se obține $\dfrac{1}{\lambda} = m \cdot \dfrac{1}{2d\sin\theta}$ relație ce evidențiază *o succesiune a maximelor la o creștere în progresie aritmetică a valorilor* $\dfrac{1}{\lambda}$.

Concluzia desprinsă, în urma experiențelor de difracție prezentate, este evidentă: "*fiecărui electron de impuls* $\boldsymbol{p}$ *trebuie să i se asocieze o undă de lungime de undă* $\boldsymbol{\lambda}$*, a cărei reflexie pe planurile reticulare ale monocristalelor satisface relația Wulff – Bragg*". Valorile impulsului se estimează cu (3.3), iar valorile $\boldsymbol{\lambda}$ din (3.2). Experimental, se constată că:

$$\lambda = const. \cdot \frac{1}{p} \approx \frac{1}{\sqrt{U}} \qquad (3.4)$$

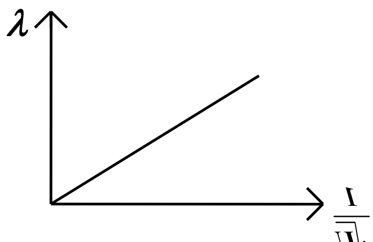

Figura 3.5

și reprezentând grafic $\boldsymbol{\lambda}$ ca funcție de $\dfrac{1}{\sqrt{U}}$ se obține dreapta din figura 3.5 *al cărei coeficient unghiular exprimă o constantă egală cu* $\boldsymbol{2\pi h}$, $\boldsymbol{h}$ fiind ***constanta lui Planck***. Rezultă relația între vectorul de undă al undelor electromagnetice și impulsul fotonilor asociați.:

$$p = h \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k \qquad (3.5)$$

Au fost efectuate și alte experiențe ce au permis o verificare precisă a relației 3.5. Toate aceste exeperiențe au avut la bază același principiu: trecerea unui fascicul de electroni monoenergetici printr-o foiță metalică sau printr-un film cristalin după o diafragmare prealabilă şi observarea imaginii de difracție pe un ecran fluorescent sau pe o placă fotografică, aşa cum se arată în figura 3.6. S-a constatat că imaginea de difracție obținută pe placa fotografică, în cazul electronilor, este foarte asemănătoare cu aceea care rezultă prin difracția razelor X. Fizicianul german ***Otto Stern*** (1888 – 1969) şi colaboratorii săi au arătat *că şi fasciculele atomice şi moleculare manifestă difracție*.

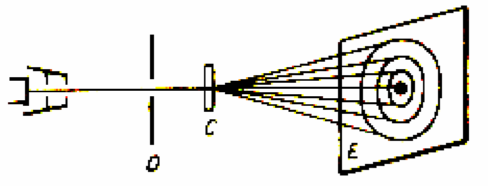

Figura 3.6

În toate cazurile semnalate, măsurătorile au confirmat relația (3.5). Aspectul petelor de difracție arată că *acestea se datorează cooperării unui mare număr de electroni ce traversează cristalul*. În 1949, fizicienii sovietici ***Leon Biberman, Nikolai Sushkin şi Valentin Fabrikant*** au redus atât de mult intensitatea fasciculului de electroni, încât electronii să treacă pe rând prin cristal, crescând însă expunerea plăcii în interacția sa cu electronii difractați. Rezultatul a fost cel scontat, obținându-se aceleaşi pete de difracție ca atunci când expunerea a fost scurtă, însă fasciculul intens. S-a demonstrat astfel că şi *electronul singular se difractă la fel ca electronii din fascicul.*

3.3. POSTULATUL ***EINSTEIN – DE BROGLIE***.

Analiza rezultatelor experiențelor prezentate *evidențiază o proprietate comună tuturor microparticulelor*, fie că acestea sunt fotoni, electroni, protoni, neutroni, atomi şi anume *caracterul dual corpuscular-ondulatoriu al comportării lor, mişcării fiecărei microparticule asociindu-se o undă*. Între ***cuadrivectorul energie-impuls*** $\mathbf{P} = \left(\vec{p}, \frac{i}{c}E\right)$ al particulei şi ***cuadrivectorul de undă*** definit prin $\mathbf{K} = \left(\vec{k}, \frac{i}{c}\omega\right)$ al undei asociate există relația $\mathbf{P} = \hbar\mathbf{K}$, echivalentă cu relațiile $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ ***şi*** $E = \hbar\omega$. Această constatare a fost enunțată încă din 1905 de Albert Einstein, în cadrul ***ipotezei fotonilor***.

În virtutea faptului că *undelor cu lungimea de undă* λ *le sunt asociați fotonii de impuls* $p = \frac{h}{\lambda}$, în 1924, fizicianul francez ***Louis de Broglie*** (născut în 1892) a extins ***ideea dualității undă corpuscul*** *de la cazul radiației electromagnetice la microparticulele materiale* postulând *asocierea unei unde mişcării oricărei microparticule.*

- Privită *sub aspect corpuscular*, microparticula va fi caracterizată de *energia* $\boldsymbol{E}$ şi *impulsul* $\vec{p}$.
- Considerând *aspectul ondulatoriu*, mărimile corespondente vor fi *pulsaţia* ω (*frecvenţa* ν) şi *lungimea de undă* λ, iar ***o soluţie a ecuaţiei undei asociate*** ar fi ***unda plană monocromatică***

$$\psi\left(\vec{r},t\right)=A\,exp\left[i\left(\omega t-\vec{k}\,\vec{r}\right)\right] \tag{3.6}$$

scrisă cu respectarea relaţiilor $\vec{p}=\hbar\vec{k}$ ***şi*** $E=\hbar\omega$ care introduse în (3.6) conduc la forma ***funcţiei de undă de Broglie***:

$$\psi\left(\vec{r},t\right)=A\,exp\left[\frac{i}{\hbar}\left(Et-\vec{p}\,\vec{r}\right)\right] \tag{3.7}$$

Pentru simplificare, considerăm că unda (3.7) se propagă în direcţia axei ***Ox***. În acest caz,

$$\psi(x,t)=A\,exp\left[i\left(\omega t-kx\right)\right] \tag{3.8}$$

în care expresia $\omega t-kx$ reprezintă ***faza*** undei.***Viteza de fază*** $v_f=\frac{\omega}{k}=v_f(k)$ *manifestă dispersie*, depinzând de $\boldsymbol{r}$ prin intermediul lui $\boldsymbol{k}$. În limitele clasice ***(v<<c), energia particulei libere*** este $E=\frac{p^2}{2m_0}$, m_0 fiind ***masa de repaus*** a particulei. Rezultă $\omega=\frac{\hbar}{2m_0}k^2$ ***şi*** $v_f=\frac{\hbar k}{2m_0}$ *manifestând dispersie şi în vid.*

Pentru un grup de unde, care se propagă în direcţia ***Ox*** şi au vectorii de undă $\vec{k}$ cu valorile conţinute în intervalul $\left[k_0-\Delta k,k_0+\Delta k\right]$ soluţia generală a ecuaţiei undelor se scrie:

$$\psi(x,t)=\int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k}A(k)exp\left[i(\omega t-kx)\right]dk \tag{3.9}$$

În această expresie, $k_0=\frac{2\pi}{\lambda_0}$.

Întrucât $\Delta k<<k_0$, $\omega=\omega_0+\left.\left(\frac{d\omega}{dk}\right)\right|_{k=k_0}\left(k-k_0\right)+...$ şi

$$\psi(x,t) = 2A(k_0)\frac{\sin\left\{\left[\left(\frac{d\omega}{dk}\right)\Big|_{k=k_0} t - x\right]\Delta k\right\}}{\left[\left(\frac{d\omega}{dk}\right)\Big|_{k=k_0} t - x\right]} exp[i(\omega_0 t - k_0 x)] = \tag{3.10}$$

$$= A(x,t) exp[i(\omega_0 t - k_0 x)]$$

Amplitudinea $A(x,t)$ prezintă un maxim în punctul x care verifică relația:

$$x = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)\Big|_{k=k_0} \cdot t \tag{3.11}$$

centrul grupului deplasându-se cu viteza

$$v_g = \frac{x}{t} = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)\Big|_{k=k_0} \tag{3.12}$$

Cum $\omega = \frac{\hbar}{2m_0}k^2$, $\left(\frac{d\omega}{dk}\right)\Big|_{k=k_0} = \frac{\hbar k_0}{m_0}$ ținând seama că $p_0 = \hbar k_0$ *și* $p_0 = m_0 v$ rezultă $v_g = v$. S-a obținut că *viteza de grup a undelor de Broglie este egală cu viteza particulei*. Menționăm că *este greşit să se considere că microparticulele ar fi pachete de unde.*

Dualitatea undă-corpuscul, deşi se impune ca o necesitate pur experimentală, nu poate fi aprofundată în cadrul fizicii clasice, lucru de altfel evident, dacă se are în vedere că *unele rezultate ale experimentului sunt incompatibile cu reprezentările clasice atribuite microparticulelor*. În acest sens, amintim că *noțiunea de* ***traiectorie,*** de exemplu, *este incompatibilă cu difracția*. ***Orbita electronică*** *în atom este, de asemenea, lipsită de sens ca şi noțiunea de* ***rază de lumină*** în cazul propagării luminii într-un domeniu comparabil ca dimensiuni cu lungimea de undă.

Pe de altă parte, *microparticula nu trebuie confundată cu unda asociată ei*. Diferența clasică între aceste două noțiuni este evidentă: *în timp ce o undă poate fi separată în două componente, prin intermediul unei oglinzi plane argintate(semitransparente*), nimeni nu poate afirma că *într-un experiment anume se poate obține o jumătate de electron.*

Diferența esențială între microparticula clasică şi cea cuantică constă în faptul că, în cazul microparticulei cuantice, al cărei impuls se cunoaşte cu precizie, localizarea la acelaşi moment de timp rămâne incertă.

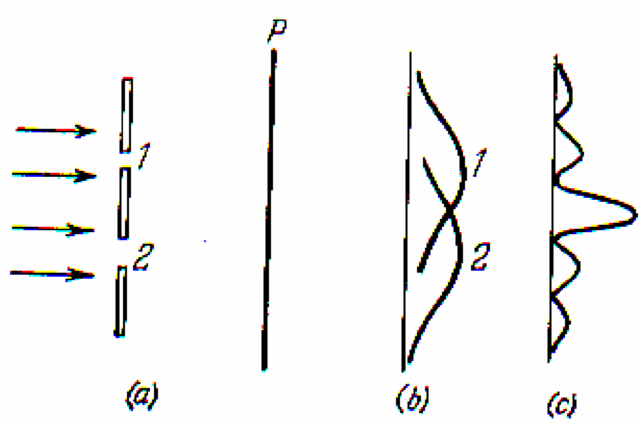

Figura 3.7

Pentru a dobândi informații suplimentare, vizând proprietățile specifice microparticulelor, să considerăm un fascicul paralel de electroni monoenergetici pe care îl vom trimite perpendicular pe un paravan, prevăzut cu două fante înguste, notate cu 1 şi 2, în figura 3.7 a). Figurile b) şi c) reprezintă figurile de difracție obținute prin developarea plăcii fotografice P, în situații ce vor fi precizate.

Experimentul va decurge astfel: obturăm mai întâi fanta 2 şi expunem fanta 1 un timp τ. După developare se va obține o distribuție a înnegririi aşa cum prezintă curba 1 din figura b). Obturăm apoi fanta 1 şi expunem fanta 2 pe o durată τ. Se obține ca rezultat al expunerii curba 2 a aceleiaşi figuri. În sfârşit, vom expune acum ambele fante, în acelaşi interval de timp τ. După developarea plăcii se obține distribuția prezentată de curba c, care în nici un caz nu reprezintă suprapunerea curbelor 1 şi 2, ci este materializarea figurii de interferență obținute prin interferența celor două unde de lumină coerentă, ce provin de la fantele 1 şi 2. De asemenea, prezența figurii de interferență evidențiază faptul că *mişcarea fiecărui electron este afectată de ambele fante*. Dacă noțiunea de traiectorie ar fi funcționat, fiecare electron din fascicul şi-ar fi parcurs traiectoria ce ar fi trecut, cel mult, printr-una din fante. *Difracția obținută dovedeşte că ambele fante sunt "vizitate" de toți electronii conținuți în fascicul.*

Aşadar, constatăm că *microparticulele au proprietăți cu o specificitate pronunțată, în raport cu particulele materiale*. În unele cazuri, observațiile experimentale par a fi în contradicție cu afirmația că microparticulele nu se mişcă pe traiectorii. De exemplu, într-o cameră Willson microparticulele desenează traiectorii marcate de picăturile de ceață, iar mişcarea electronilor în tubul cu raze catodice se desfăşoară în perfectă concordanță cu legile fizicii clasice. Această aparentă contradicție se explică prin aceea că, *în condiții cunoscute, conceptul de traiectorie poate fi aplicat la microparticule numai cu o anumită imprecizie*. Lucrurile stau exact ca în optică. Dacă fantele unui dispozitiv Young sunt de dimensiuni suficient de mari, lumina va trece prin ele nedeviată, iluminând uniform ecranul. Pe măsura reducerii dimensiunilor fantelor, creşte imprecizia în determinarea traiectoriei, raza luminoasă îşi pierde semnificația şi pe ecran se va produce interferența prin difracție.

În sfârşit, să observăm că, de pildă, contorii de particule înregistrează prezența individuală a fiecărei particule sau că atât în experiențele de împrăştiere Rutherford, cât şi în cele referitoare la comportarea fotonică a luminii, caracterul corpuscular este evident. Ajungem astfel la concluzia că *întotdeauna particula se manifestă ca un corpuscul, diferit radical de corpusculii clasici, cel puțin prin aceea că mişcarea sa nu are loc pe o traiectorie definită, ci este descrisă de o undă.*

3.4. RELAȚIILE DE INCERTITUDINE.

Ne vom îndrepta, în cele ce urmează, atenția asupra propagării unidimensionale, de exemplu, în lungul axei $\boldsymbol{Ox}$ a undelor asociate, sub forma unor unde plane. În baza relației $e^{-i\alpha} = \cos\alpha - i\sin\alpha$, ***forma unidimensională a undei de Broglie*** **(3.7)** se scrie:

$$\psi(x,0) = Ae^{\frac{-i}{\hbar}p_x x} = A\left(\cos\frac{p_x x}{\hbar} - i\sin\frac{p_x x}{\hbar}\right)$$

şi *constă în suma a doi termeni, unul real şi unul complex.*
Prezentăm în figurile 3.8 a-c partea imaginară a funcției $\psi(x,0)$. Graficele prezintă "unde sinusoidale întrerupte" descrise, în regiunea în care funcția de undă nu se anulează, de funcția $-\sin\left(\frac{1}{\hbar}p_x x\right)$. Nici una din reprezentările conținute în figurile a-d nu descrie o formă sinusoidală, toate aceste reprezentări fiind întrerupte la capete, motiv pentru care *în aceste reprezentări lungimea de*

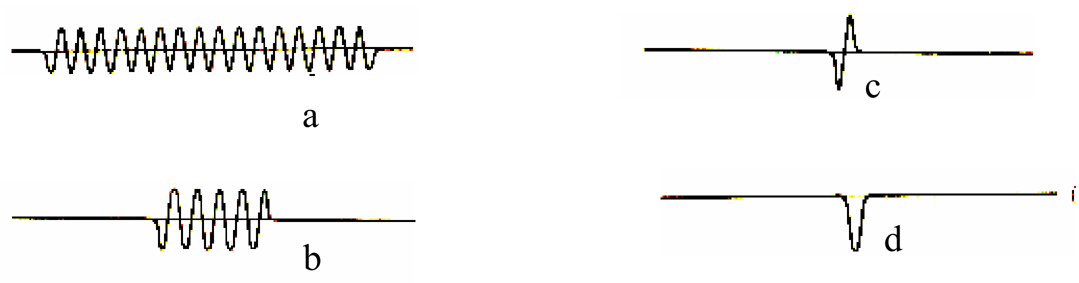

Figura 3.8

undă (şi impulsul) nu sunt definite cu precizie, ele putând fi bine precizate numai dacă sinusoida se desfăşoară între $-\infty$ ***şi*** $+\infty$.

Cu cât reprezentarea constă într-o sinusoidă "mai desfăşurată", cu atât poziția microparticulei este mai neprecizată, iar lungimea de undă (şi impulsul) ar fi mai bine precizate.

În acest sens, observăm că cea mai mare imprecizie în localizarea particulei este redată de figura 3.8 a, iar cea mai bună localizare este exprimată de figura d. Asta înseamnă că *figura a) defineşte cel mai precis impulsul, iar figura d) exprimă cea mai mare imprecizie în determinarea impulsului.* Ca o măsură aproximativă a incertitudinii asupra poziției se poate alege lungimea trenului de undă. Notând cu $\boldsymbol{\lambda}$ lungimea de undă, pentru oricare din trenurile de undă reprezentate în figura 3.8 imprecizia $\boldsymbol{\Delta x}$ a localizării microparticulei, se scrie:

$$\Delta x \sim n\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p_x}n \qquad (3.13)$$

în care $\boldsymbol{n}$ reprezintă *numărul oscilațiilor complete* conținute în configurația trenului de unde considerat. Este evident că *lungimea de undă este cu atât mai bine definită cu cât sunt conținute mai multe oscilații complete în trenul de* *undă.* Mărimea $\frac{1}{n} \sim \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta p_x}{p_x}$ se poate alege ca *măsură aproximativă a incertitudinii procentuale a lungimii de undă*. Combinând ultimele două relații, obținem:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim \hbar \qquad (3.14)$$

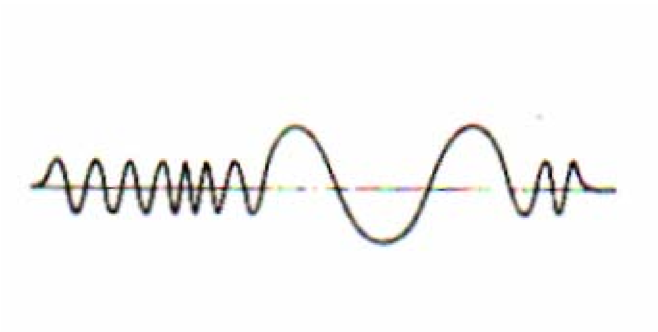

Figura 3.9

Urmărind figurile 3.8 şi 3.9 care au aproximativ aceeaşi incertitudine în localizare, constatăm că pentru trenul de undă prezentat în figura 3.9 incertitudinea asupra impulsului este mai mare, rezultând de fapt că ***relația generală de incertitudine*** *adevărată pentru toate undele* se scrie:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar \qquad (3.15)$$

Stabilirea relației (3.15) a presupus o direcție ***Ox*** oarecare.

Un raționament analog permite scrierea altor două relații:

$$\begin{aligned} \Delta y \cdot \Delta p_y &\geq \hbar \\ \Delta z \cdot \Delta p_z &\geq \hbar \end{aligned} \qquad (3.16)$$

Aceste relații de incertitudine au fost stabilite pentru prima oară în 1927, de fizicianul german ***Werner Karl Heisenberg*** (1901-1976) şi au fost denumite ***relațiile lui Heisenberg***.

Mărimile fizice A şi B ale căror abateri ΔA şi ΔB verifică relația $\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{\hbar}{2}$ se numesc ***conjugate canonic.*** Observația conform căreia *produsul abaterilor a două variabile conjugate nu poate scade ca ordin de mărime sub constanta lui Planck*, exprimă ***principiul de incertitudine al lui Heisenberg.***

Energia şi *timpul* sunt alte două mărimi conjugate canonic, care verifică relația:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (3.17)$$

Această relație arată că *pentru determinarea energiei cu o imprecizie* ΔE *este necesar cel puțin un timp egal cu* $\frac{\hbar}{\Delta E}$.

Relația (3.15) rezultă, de asemenea, din următorul exemplu: urmărim să estimăm coordonata x a unei microparticule ce evoluează liber, plasând în drumul său o fantă de lărgime Δx , perpendicular pe direcția sa de zbor, aşa cum se poate observa în figura 3.10.

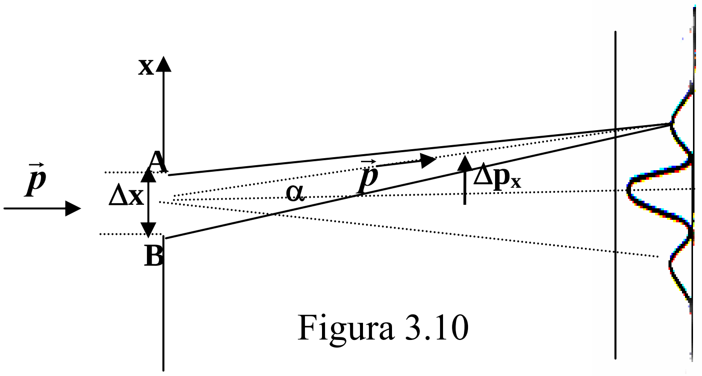

Figura 3.10

Fie $\vec{p}$ impulsul particulei ce se deplasează pe o direcție perpendiculară pe axa Ox. În acest caz, $p_x = 0$ şi $\Delta p_x = 0$. Trecând prin fantă, particula suferă o deviere în sus sau în jos, adică dobândeşte o componentă a impulsului

$$\Delta p_x \cong p \sin \alpha.$$

Este evident că locul prin care particula a străbătut fanta rămâne incert, imprecizia acelei poziții fiind definită de întreaga lărgime Δx a fantei, iar modificarea direcției de zbor este motivată de figura de difracție ce se formează pe ecranul E. Formarea primului maxim de difracție, în punctul P, presupune ca diferența drumului optic între undele ce pleacă din A şi B egală cu $\Delta x \sin \alpha$ să fie egală cu λ:

$$\Delta x \cdot \sin \alpha \cong \lambda = \frac{\hbar}{p}.$$

Rezultă:

$$\Delta p_x \cong \frac{\hbar}{\lambda} \sin \alpha = \frac{\hbar}{\Delta x \sin \alpha} \sin \alpha \qquad (3.18)$$

sau, în definitiv, $\Delta x \cdot \Delta p_x \cong \hbar$.

Dacă m_0 este masa nerelativistă a microparticulei, această relație se transformă în forma echivalentă

$$\Delta x \cdot \Delta v_x \geq \frac{\hbar}{2 m_0}.$$

care se pretează unei interpretări relevante ce arată că *la o creştere a masei, scade imprecizia în localizare şi în viteză*, rezultat ce apropie tabloul corpuscular de o tratare clasică, implicând noțiunea de traiectorie.

Relația de incertitudine exprimă unul din principiile fundamentale ale mecanicii cuantice, care poate conduce la rezultate importante. Astfel, în baza unei astfel de relații *se poate explica motivul pentru care electronul nu se prăbuşeşte pe nucleu* sau *se pot stabili dimensiunile minime ale celui mai simplu atom, atomul de hidrogen şi energia minimă posibilă a electronului* adică energia electronului aflat pe prima orbită Bohr, într-un astfel de atom. *Dacă electronul ar cade într-un punct pe nucleu, coordonatele sale şi impulsul s-ar anula concomitent, ceea ce ar contrazice relația de nedeterminare* $\Delta p \cdot \Delta r \geq \hbar$.

Relațiile de incertitudine stabilesc imposibilitatea principială de determinare simultană, cu precizie oricât de mare, a ambelor variabile din fiecare pereche de variabile canonic conjugate şi afectează semnificativ noţiunea de stare a sistemului definită clasic prin ansamblul variabilelor canonice p_i, q_i ale unui sistem mecanic. În acest fel, *relaţiile lui Heisenberg constituie un criteriu de apreciere a nivelului de organizare a materiei la scară microscopică,* ***nivelul cuantic***. Vom distinge, aşadar, de acum în continuare, ***particulele clasice*** *a căror stare mecanică este definită de valorile simultane ale variabilelor canonice* $p_1, p_2, ..., p_f$ *şi* $q_1, q_2, ..., q_f$ *, f reprezentând numărul gradelor de libertate*, de ***particulele cuantice*** pentru care *noţiunea clasică de stare îşi pierde semnificaţia*, astfel că *la nivel cuantic se dovedeşte necesară reformularea fizicii şi, implicit, definirea coerentă a noţiunii de stare cuantică, într-o deplină compatibilitate cu fenomenele cuantice*. Va fi, prin urmare, necesară reexaminarea operaţiei de măsurare a variabilelor dinamice, care va impune definirea unor noi mărimi, capabile să caracterizeze complet starea particulelor cuantice şi dobândirea unui formalism matematic ce va trebui să exprime terminologia proprie obiectelor şi fenomenelor cuantice şi care să permită formularea principiilor şi a legilor cuantice, ce vor fi enunţate astfel încât să permită o deducere logică a reprezentărilor compatibile cu dualismul corpuscul-undă şi cu cuantificarea variabilelor dinamice ce caracterizează anumite stări ale microsistemelor.