

1

Notiuni despre interacția radiațiilor cu substanța

1.1 Introducere

Proprietatea radiațiilor nucleare de a interacționa cu substanța și de a depune o parte din energia lor în mediul prin care se deplasează face posibilă detecția lor. Pentru a putea construi detectori de radiații și a interpreta rezultatele măsurătorilor este necesară cunoașterea mecanismelor de interacție cu substanța a fiecarui tip de radiație. De asemenea, aplicațiile fizice nucleare se bazează în principal pe fenomene de interacție a radiației cu substanța. Teoria detaliată a interacției radiației cu substanța a fost dezvoltată chiar de la începuturile fizicii atomice și nucleare [15] și, în forma ei actuală, implică utilizarea mecanicii cuantice, a teoriilor de câmp și a relativității speciale [16]. În acest capitol este prezentat un sumar al noțiunilor necesare pentru înțelegerea unor aplicații ale fizicii nucleare.

Pentru discuția care urmează este utilă împărțirea radiațiilor ionizanți în următoarele 3 categorii

1. **Particule încărcate:** electroni (e^-), pozitroni (e^+), ioni ușori ($A \leq 4$) și ioni grei ($A > 4$)
2. **Fotoni:** gamma (γ) și raze X
3. **Neutroni** (n)

interacționa în primul rând prin intermediul forțelor Coulomb cu electronii și nucleele din acel mediu. Ca rezultat al acestor interacții, particula încărcată va pierde energie în mod quasi-continuu și se va opri în final după parcurgerea unei anumite grosimi de material numită *parcurs*. Mărimea parcursului unei particule încărcate va depinde de tipul particulei și de natura mediului în care se deplasează.

Radiațiile gamma și neutronii își pierd energia în mediile materiale prin mecanisme specifice care vor fi descrise în secțiunile următoare.

1.2 Mecanisme de pierdere a energiei de către particulele încărcate

Particulele încărcate își pierd energia atunci când parcurg un mediu material prin următoarele mecanisme

- Interacția Coulomb cu electronii și nucleele
- Emisia de radiație electromagnetică de frânare (bremsstrahlung)
- Interacții nucleare
- Emisia de radiație Cerenkov

Primele două mecanisme sunt dominante la energiile de interes pentru cele mai multe dintre aplicațiile abordate în această lucrare. Interacțiile nucleare au secțiuni cu multe ordine de mărime mai mici decât interacțiile electomagneticice. Radiația Cerenkov este radiație electromagnetică vizibilă emisă de particulele care transversează un mediu material cu viteze mai mari decât viteza luminii în acel mediu. Ea este importantă pentru construcția detectorilor de tip Cerenkov [7] utilizati în fizica energiilor mari.

1.2.1 Interacțiile Coulomb

Intr-un mediu material o particulă încărcată electric interacționează Coulomb cu electronii atomici distribuiți pe o raza de 10^{-10}m și

10^{-14}m . Într-o aproximare geometrică simplă putem estima că:

$$\frac{\text{Numarul de interacții cu electronii atomici}}{\text{Numarul de interacții cu sarcina nucleului}} = \frac{(10^{-10})^2}{(10^{-14})^2} \simeq 10^8$$

Acest argument simplu indică faptul că numărul de ciocniri cu electronii atomici este cu mult mai mare decât numărul de ciocniri cu nucleul. Din acest motiv, într-o primă aproximare, se pot neglija interacțiile cu sarcina electrică nucleară.

Ionizarea apare atunci când electronii atomici primesc de la particula în mișcare suficientă energie pentru a părăsi atomul și a deveni o particulă liberă. Acest electron devenit liber poate avea suficientă energie pentru a produce o secvență de noi ionizări sau excitări atomice, fiind în final complet stopat. Electronii rapizi apărăuți în urma ionizărilor produse de particulele încărcate ce se deplasează prin substantă poartă numele de *electroni δ*.

Excitarea este un proces în care particula incidentă transferă energie unui electron atomic pe care îl deplasează de pe orbita sa pe o orbită mai ridicată în energie. Într-un interval de timp de ordinul nanosecundei, electronul excitat revine pe o orbită mai joasă emițând *raze X caracteristice* și/sau *electroni Auger*.

1.2.2 Emisia radiației de frânare

Orice particulă încărcată electric care efectuează o mișcare accelerată sau decelerată pierde o parte din energia sa cinetică prin emisie de radiație electromagnetică, numită radiație de frânare sau *bremsstrahlung*. Spectrul energetic al acestei radiații este continuu, cu energia maximă egală cu energia cinetică inițială a particulei. Electrodinamica clasică [17] prezice faptul că o sarcină electrică accelerată emite radiație de frânare cu intensitatea proporțională cu pătratul accelerării.

Să considerăm o particulă cu sarcina electrică ze și masa M care se deplasează într-un mediu format din atomi cu numărul atomic Z . Forța Coulomb dintre particulă și un nucleu din mediu este

$$F \sim \frac{zeZe}{r^2}$$

ulei incidente va fi

$$a = \frac{F}{M} \sim \frac{zZe^2}{M}$$

. Intensitatea radiației de frânare emise va fi

$$I \propto a^2 \sim \left(\frac{zZe^2}{M} \right)^2 \sim \frac{z^2 Z^2}{M^2} \quad (1.1)$$

din care se pot trage următoarele concluzii:

1. Pentru două particule care trec prin același mediu, particula mai usoară va emite radiație de frânare mai intensă. Așadar, ne așteptăm ca pierderea de energie prin emisie de radiație de frânare să fie mult mai semnificativă pentru electroni și pozitroni decât pentru protoni sau particule alfa.
2. Radiația de frânare va fi mai intensă pentru medii cu Z mai ridicat.

1.2.3 Putere de stopare și parcurs

- **Puterea de stopare liniară** S se definește ca raportul dintre energia dE pierdută de o particulă încărcată atunci când străbate o grosime dx de substanță și valoarea acelei grosimi

$$S \stackrel{\text{def}}{=} -\frac{dE}{dx} \quad \text{MeV(g} \cdot \text{cm}^{-2}\text{)}^{-1} \quad (1.2)$$

unde E este energia particulei în MeV iar x este grosimea (în $\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}$). Trebuie remarcat faptul că definiția anterioară se referă numai la o valoare medie pentru procesul de pierdere de energie. Această valoare medie are sens deoarece procesul de stopare este compus dintr-o mulțime de ciocniri succesive în care particula își pierde energia în mod discret. Calculul puterii de stopare (prin excitări și ionizări atomice) poate fi făcut în diverse grade de complexitate [16]. Expresia ei dedusă în cadrul mecanicii cuantice poartă numele de *formula Bethe-Bloch* și este de forma

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_0 v^2} \mathfrak{N} \frac{Z}{A} \left(\ln \frac{2m_0 v^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 \sum_i \frac{c_i}{Z_i} - \delta \right) \quad (1.3)$$

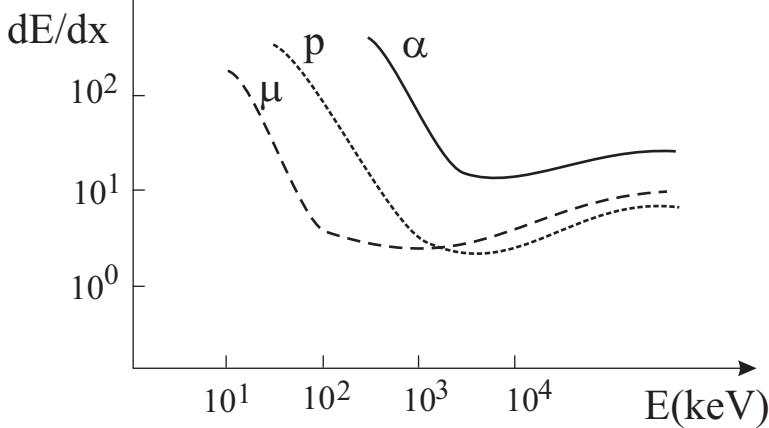


Figure 1.1: Dependența puterii de stopare de energia cinetică a particulei stopate

în care \mathfrak{N} este numărul lui Avogadro, v este viteza particulei, m_0 este masa de repaus a electronului, $\beta = v/c$, I - potențialul mediu de ionizare al atomului iar c_i/Z_i , δ sunt corecții datorate considerării păturilor atomice și respectiv a densității (importante la viteze mici ale particulei incidente). Viteza unei particule nerelativiste cu energia cinetică $K(MeV)$ și numărul de masă m este

$$v = 1.384 \sqrt{\frac{K}{m}} 10^9 \quad \text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}$$

iar potențialul de ionizare poate fi dedus din următoarele relații semi-empirice

$$\frac{I}{Z} = 12 + \frac{7}{Z} \text{ eV} \quad \text{pentru } Z < 13 \quad (1.4)$$

$$\frac{I}{Z} = 9.76 + 58.8Z^{-1.19} \text{ eV} \quad \text{pentru } Z \geq 13$$

Relația (1.3) relevă următoarele dependențe importante ale puterii de stopare:

2. Este proporțională cu pătratul sarcinii electrice a particulei
3. Depinde de viteza particulei
4. Este proporțională cu densitatea materialului attenuator

In Figura 1.1 este prezentată dependența puterii de stopare de energia cinetica a particulei stopate, pentru diverse particule ionizante. Se poate observa existența unei anumite energii (aproximativ aceeași pentru diverse particule) la care ionizarea este minimă. Tot pe baza acestei figuri se poate trage concluzia că pe masură ce o particulă încărcată se încetinește în substanță, rata cu care ea pierde energie se schimbă pe măsură ce se schimbă energia sa cinetică. In Figura 1.2 este reprezentată puterea de stopare a unei particule încărcate grele funcție de adâncimea de pătrundere în material. Se poate observa o creștere a puterii de ionizare spre sfârșitul traectoriei. Această curbă, numita *curba Bragg*, are aplicații deosebite în iradierea medicală în care se dorește iradierea puternică a unor tumorи maligne aflate în interiorul organismului, fără a afecta puternic țesuturile exterioare.

Dacă particula încărcată se deplasează într-un mediu care este compus dintr-un amestec de L elemente chimice pure, atunci puterea de stopare a compusului este dată de relația

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \right)_{compus} = \sum_{i=1}^L w_i \frac{1}{\rho_i} \left(\frac{dE}{dx} \right)_i \quad (1.5)$$

în care

ρ = densitatea compusului

ρ_i =densitatea elementului i

w_i =fracția masică a elementului i

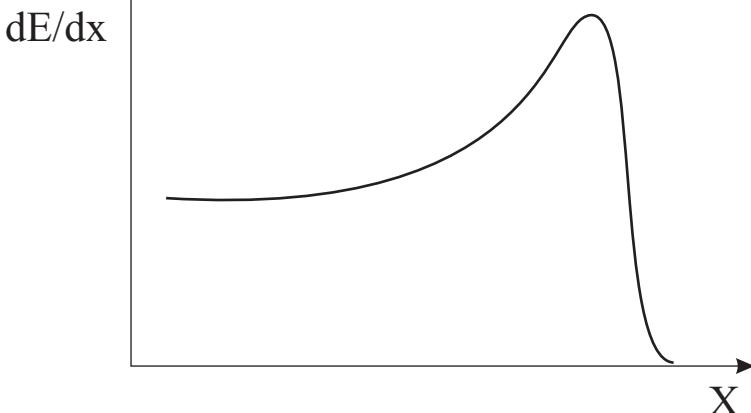


Figure 1.2: Dependența puterii de stopare de distanța parcursă în material

- **Parcursul (R)** este o mărime a cărei definiție este legată de grosimea minimă de material în care un fascicul monoenergetic de particule încărcate își pierde complet energia cinetică. Având în vedere că procesul de încetinire a particulelor încărcate este o succesiune de împrăștieri inelastice, parcursul este o mărime care se poate defini doar într-o manieră statistică. Se poate defini un *parcurs mediu*, un *parcurs extrapolat* și o anumită *fluctuație* a lor, care determină o împrăștiere (straggling) în parcurs [18]. În cele ce urmează, prin parcursul R se va înțelege un *parcurs mediu*. Au fost dezvoltate diferite formule semiempirice care exprimă valoarea parcursului în funcție de energia cinetică K a particulelor [16]. Spre exemplu, parcursul particulelor α în aer în condiții normale de presiune și temperatură este dat de formulele [19]

$$R(\text{mm}) = e^{1.61\sqrt{K(\text{MeV})}} \quad 1 < K < 4 \text{ MeV}$$

$$R(\text{mm}) = (0.05K + 0.85)K^{2/3}(\text{MeV}) \quad 4 < K < 15 \text{ MeV}$$

unde K este energia cinetică a particulei exprimată în MeV. Dacă parcursul este cunoscut pentru un anumit material, el

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\sqrt{A_1}}{\sqrt{A_2}} \quad (1.6)$$

unde ρ și A sunt densitățile și respectiv numerele atomice ale materialelor. Pentru compuși, o aproximare pentru parcurs poate fi obținută din relația (1.6), folosind însă masa moleculară efectivă A_{ef}

$$\sqrt{A_{ef}} = \left(\sum_{i=1}^L \frac{w_i}{\sqrt{A_i}} \right)^{-1} \quad (1.7)$$

în care mărimele ce apar au următoarele semnificații

L =numărul de componente în amestec

A_i =masa atomică a componentei i

w_i =fracțiunea masică a componentei I

Pentru un compus cu masa moleculară M , fracțiunea masică a componentei I este data de relația

$$w_i = \frac{N_i A_i}{M}$$

unde N_i reprezintă numărul de atomi ai elementului i în compus.

Din punct de vedere teoretic se poate evalua valoarea medie a parcursului unei particule încărcate având energia cinetică K_0 prin integrarea puterii de stopare

$$R(K_0) = \int_0^{K_0} \frac{dE}{S(E)} = \int_0^{K_0} \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE \quad (1.8)$$

relație valabilă în aproximarea încetinirii continue a particulei în mediu. Această integrală este în fapt o estimare a întregului parcurs al particulei de la energia K_0 cu care pătrunde în mediu până la oprire ($K = 0$). Pentru particulele încărcate grele (protoni, alfa, ioni grei) aproximarea încetinirii continue este bună și prin urmare integrala anterioară este o bună aproximare pentru parcurs. În practică însă, apar diferențe semnificative între teorie și valorile

integrala (1.8) se separă ușual în două părți

$$R(K_0) = R_0(K_{min}) + \int_{K_{min}}^{K_0} \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE \quad (1.9)$$

unde K_{min} este energia minimă pentru care formula teoretică pentru puterea de stopare este încă validă. Pentru $R_0(K_0)$ se utilizează diverse relații empirice rezultate din potrivirea datelor experimentale. O discuție detaliată a acestor relații este facută de către *Bethe și Ashkin* [20].

- **Timpul de stopare** a unei particule încărcate poate fi dedus din valorile parcursului și ale vitezei sale medii. Pentru particulele nerelativiste de masă m (număr de masă A) și energie cinetică K viteză este

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = c^2 \sqrt{\frac{2K}{c^2 m}} = (3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}) \sqrt{\frac{2K}{(931 \text{MeV}/\text{amu})A}} \quad (1.10)$$

Dacă notăm viteza medie a particulei prin \bar{v} , atunci timpul de stopare mediu este

$$t = \frac{R}{\bar{v}} = \frac{R}{Kc} \sqrt{\frac{mc^2}{2K}}$$

In cazul în care particula ar fi uniform încetinită în mediu, \bar{v} este egală cu $v/2$ iar K are valoarea 0.5. In realitate, particulele încărcate pierd energie cu viteză mai mare aproape de sfârșitul parcursului lor și deci K trebuie să reprezinte o fracție mai mare. In general $K = 0.6$ este o aproximație de multe ori rezonabilă, timpul de stopare devenind

$$t \simeq 1.2 \times 10^{-7} R \sqrt{\frac{A}{K}} \quad (1.11)$$

în care t este exprimat în secunde, R în metri, iar K în MeV. Această aproximație este bună pentru particulele încărcate grele dar nu este valabilă pentru particulele relativiste cum sunt electronii.

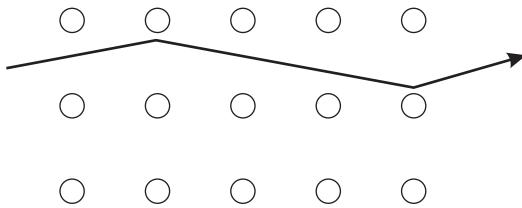


Figure 1.3: Reprezentarea schematică a efectului de canalizare

1.2.4 Efectul de canalizare

O excepție importantă de la formula Bethe-Bloch este cazul *canalizării* în materiale cu structură cristalină. Acum efect apare numai atunci când particula este incidentă pe rețeaua cristalină la un unghi mai mic decât un unghi critic în raport cu axa de simetrie a cristalului. Pe măsură ce particula pătrunde printre planele cristaline, ea suferă o serie de împrăștieri la unghiuri mici, împrăștieri care ghidează particula incidentă printre planele cristaline (vezi Figura 1.3).

Efectul net al acestei ghidări este acela că particula incidentă întâlnește mult mai puțini electroni comparativ cu incidența pe o substanță amorfă - situație considerată în deducerea relației Bethe-Bohr. Ca urmare, atunci când particulele sunt canalizate, ele suferă o pierdere de energie pe unitatea de lungime mult mai mică decât predicția teoretică (1.3).

Unghiul critic pentru producerea efectului de canalizare este mic ($\simeq 1^\circ$ pentru $\beta \simeq 0.1$) și scade cu creșterea energiei. El a fost estimat în lucrarea [21] și are valoarea

$$\Phi_c \simeq \frac{\sqrt{zZa_0Ad}}{1670\beta\sqrt{\gamma}} \quad (1.12)$$

unde a_0 este *razaBohr* iar d reprezintă spațierea între planele cristaline. Pentru $\Phi > \Phi_c$ canalizarea nu mai are loc și materialul poate fi tratat ca fiind amorf.

Fluctuația statistică în numărul de ciocniri cu electronii de-a lungul traiectoriei este cea care determină efectul numit straggling sau împraștiere energetică a unui fascicul monoenergetic de particule încărcate. Fenomenul este deosebit de important pentru aplicații și din acest motiv ne vom referi la el în mai multe detalii.

In scopul modelării fenomenului de straggling să considerăm un fascicul cu energia inițială K_0 care pătrunde într-un mediu amorf omogen. El pierde energie prin ciocniri inelastice succesive cu electronii atomilor din mediu și ajunge la energia K_1 după ce parcurge distanța medie \bar{x}

$$\bar{x} = \int_{K_1}^{K_0} \frac{dE}{S(E)} \quad (1.13)$$

Pierdere medie de energie Δ_0 pe distanța x este

$$x = \int_{K_0 - \Delta_0}^{K_0} \frac{dE}{S(E)} \quad (1.14)$$

iar pierderea de energie Δ corespunzătoare distantei x este evident o mărime supusă fluctuațiilor statistice, fiind distribuită în jurul valorii Δ_0 cu o funcție de distribuție pe care o notăm $f(x, \Delta)$. Energia corespunzătoare pierderii de energie Δ este

$$W = K_0 - \Delta$$

fiind din nou o mărime supusă fluctuațiilor statistice, având funcția de distribuție

$$F(W) = f(x, \Delta)$$

Această distribuție a fost calculată pentru prima dată de către Landau și Vavilov [22] în aproximarea pierderilor mici de energie la fiecare interacție cu electronii atomici. Distribuția Vavilov are în cazul general forma [10]

$$f(x, \Delta) = \frac{1}{\pi \xi} \chi e^{\chi(1+\beta^2 C)} \int_0^\infty e^{\chi f_1} \cos(y\lambda_1 + \chi f_2) dy \quad (1.15)$$

în care

$$f_1 = \beta^2 (\ln(y) - Ci(y)) - \cos(y) - y Si(y)$$

unde Si și Ci sunt funcțiile integrale sinus și cosinus [23], $\beta = v/c$ iar $C=0.577$ este constanta Euler. Ceilalți parametri din (1.15) sunt definiți după cum urmează

$$\xi = 0.3 \times \left(\frac{m_0 c^2}{\beta^2} \right) \frac{Z}{A} z^2 \quad (1.16)$$

unde m_0 este masa electronului.

$$\chi = \frac{\xi}{K_{max}} \quad (1.17)$$

în care K_{max} este energia maximă care poate fi transferată electronului atomic la o ciocnire.

$$\lambda_1 = \frac{\Delta - \Delta_0}{K_{max}} - \chi(\beta^2 - 0.423) \quad (1.18)$$

Expresia (1.15) a fost evaluată numeric și tabelată de către Seltzer și Berger [25] pentru diverse valori ale parametrilor determinanți.

Pentru $1 < \chi < 10$ și particule nerelativiste ($\beta = \simeq 0$) funcția de distribuție Vavilov (1.15) devine Gaussiană

$$f(x, \Delta) = \frac{1}{2\eta(a\pi)^{1/2}} e^{(\Delta - \Delta_0)^2 / 4a\eta^2} \quad (1.19)$$

unde

$$a = (2\chi)^{1/3}, \quad \eta = \xi(2\chi)^{-2/3}$$

iar abaterea standard corespunzătoare este

$$\sigma = 0.395z \left(\frac{Z}{A} x \right)^2 \text{ MeV}$$

unde z este numărul atomic al proiectilului, Z și A sunt numărul atomic, respectiv numărul de masă al atomilor mediului atenuator. Formula importantă (1.19) a fost dedusă clasic de către N. Bohr în anul 1915 [15] și este în acord cu faptele experimentale pentru parcursuri x care satisfac condiția

$$x \geq 3 \times 10^{-4} \frac{A}{Z} \frac{K_0^2}{A_p^2} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2} \quad (1.20)$$

Atunci când drumul particulei în substanță este suficient de scurt încât nu este satisfăcută relația (1.20) estimarea stragglingului energetic se face folosind distribuția Vavilov (1.15). În acest caz se face evaluarea numerică sau se utilizează tabelele existente. Mult mai frecvent întâlnită este situația în care drumul parcurs de către particulă este mare, fiind satisfăcută condiția (1.20). În acest caz distribuția este Gaussiană, și este dată de relația lui Bohr (1.19), relație care pentru utilizare practică are forma

$$f(x, \Delta) = \frac{1}{1.06 \cdot \Gamma} e^{-\frac{(\Delta - \Delta_0)^2}{0.36\Gamma^2}} \quad (1.21)$$

iar

$$\Gamma = 0.93z \left(\frac{\bar{Z}}{\bar{A}} x \right)^2 \text{ MeV} \quad (1.22)$$

iar Δ_0 este evaluată din relația (1.14)

$$x = \int_{K_0 - \Delta_0}^{K_0} \frac{d\epsilon}{S(\epsilon)} = R(K_0) - R(K_0 - \Delta_0) \quad (1.23)$$

sau

$$\Delta_0 = x \overline{S(K)}$$

$\overline{S(K)}$ fiind valoarea medie a puterii de stopare în intervalul energetic $(K_0 - \Delta_0, K_0)$.

1.2.6 Pierderea de energie în cazul electronilor și pozitronilor

Fiind particule încărcate, electronii și pozitronii pierd energia prin excitarea sau ionizarea atomilor mediului ca și prin emisia de radiație de frânare, procese discutate în secțiunile precedente. Datorită masei lor reduse comparativ cu protonii, ciocnirile inelastice cu electronii atomilor mediului deviază puternic particulele incidente de la traectoria inițială producând accelerări semnificative. Radiația de frânare fiind produsă cu o intensitate proporțională cu pătratul accelerării particulei, rezultă că pierderea de energie datorată emisiei de radiație de frânare va crește puternic cu energia electronilor sau a pozitronilor incidenti. În acest caz, pierderea

ca mărime între pierderea de energie prin coliziuni atomice (coll) atomice și pierderea de energie prin emisie de radiație electromagnetică (rad)

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{tot} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{rad} + \left(\frac{dE}{dx} \right)_{coll} \quad (1.24)$$

Termenul

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{rad}$$

reprezintă suma dintre pierderea de energie prin emisie radiativă în câmpul nucleului și al electronilor atomici. Se definește *energia critică* (E_c) ca fiind energia electronilor (pozitronilor) incidenti pentru care pierderea de energie în modul radiativ egalează pierderea de energie prin coliziuni atomice

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{rad} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{coll} \text{ pentru } E = E_c \quad (1.25)$$

Valorile lui E_c sunt de 100 MeV (pentru aer NTP), 92 MeV (pentru H₂O) 9.51 MeV pentru Pb și 17.4 MeV pentru NaI. O relație empirică des utilizată pentru estimarea energiei critice este [19]

$$E_c \simeq \frac{800}{Z + 1.2} \text{ MeV} \quad (1.26)$$

unde Z este numărul atomic al mediului attenuator.

Altă mărime utilizată în fizica interacției electronilor cu mediiile materiale este aceea de *lungimea radiației* (radiation length) definită ca fiind distanța pe care energia electronilor este redusă cu un factor $1/e$ numai datorită pierderilor radiative de energie. Evident această mărime devine foarte utilă la energii mari ale electronilor, începând cu ordinul zecilor de MeV.

1.2.7 Pierdere de energie în cazul ionilor grei

Prin *ion greu* se înțelege un nucleu cu numărul de masă $A > 4$. Aceste particule se pot afla într-o stare de ionizare multiplă. Un

tate anterior am presupus că sarcina particulei incidente ramâne constantă în cursul procesului de stopare și doar la finalul traiectoriei, când ajunge în repaus captează electroni din mediul în care se deplasează și se neutralizează. Această imagine este validă pentru particulele cu una sau cel mult două unități de sarcină electrică (electroni, protoni, deuteroni, alfa). Pentru ionii grei însă, are loc schimbarea sarcinii electrice în timpul procesului de încetinire. Acest aspect specific face foarte dificilă obținerea unor relații analitice simple pentru puterea lor de stopare. Datorită masei lor mari în comparație cu electronii atomici, pierderea de energie prin radiație de frânare este neglijabilă. Modul principal de pierdere a energiei este prin intermediul ciocnirilor cu electronii atomici și cu nucleele

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_e + \left(\frac{dE}{dx} \right)_n \quad (1.27)$$

Northcliffe și Lindhard [24] au studiat procesele de stopare a ionilor grei pe diverse domenii energetice, producând în fiecare caz un set de curbe empirice a căror parametrii sunt determinați prin potrivirea cu datele experimentale. În timp ce stoparea electronică scade continuu cu micșorarea energiei ionului, ciocnirile nucleare devin tot mai importante pe măsură ce viteza ionului scade, trec printr-un maxim și apoi scad din nou [14].

1.3 Interacția fotonilor cu materia

Principalele procese prin care fotonii din domeniul radiațiilor X și gamma transferă energie mediilor materiale sunt

1. Efectul fotoelectric
2. Imprăștiera Compton (incluzând împrăștierile Thomson și Rayleigh)
3. Producerea de perechi

Sunt de asemenea posibile reacții nucleare induse de fotoni, procese care au însă secțiunea eficace de producere cu multe ordine de mărime mai mică. În cele ce urmează le vom neglijă.

Efectul fotoelectric constă în interacția dintre foton și un electron legat în atom, interacție în urma la care fotonul dispare iar electronul respectiv este eliberat din atom cu energia

$$K = E_\gamma - B_e$$

unde E_γ reprezintă energia fotonului incident iar B_e energia de legatură a electronului în atom. Deoarece un electron liber nu poate absorbi complet energia unui foton conservând în același timp impulsul, efectul fotoelectric apare întotdeauna în interacția cu electronii legați, nucleul preluând o parte din impuls, pentru a putea fi satisfăcută simultan conservarea energiei și impulsului. Dependența probabilității de producere a efectului fotoelectric (secțiunea eficace de producere) de energia fotonului γ este prezentată în Figura 1.4. Se poate observa din această figură că secțiunea eficace de producere crește pe masură ce energia fotonului se apropiă de energia de legatură electronului în pătura atomică K . După acest punct secțiunea eficace scade drastic deoarece electronii K sunt prea puternic legați pentru a putea fi dislocați din atom. Situații similare se întâlnesc atunci când fotonii au energii apropiate de energia de legătură a electronilor în celealte pături atomice (L, M, ...). În afara fotoelectronului, în urma interacției fotoelectrice rezultă o vacanță în păturile atomice, vacanță care poate conduce la emisia razelor X caracteristice sau a electronilor Auger.

Efectul fotoelectric constituie modul dominant de interacție pentru radiațiile gamma (sau X) de energie relativ joasă. Procesul are secțiune eficace de producere mai ridicată pentru materiale cu număr atomic Z ridicat. Tratarea teoretic riguroasă a fotoefectului se face în cadrul electrodinamicii cuantice. Fenomenologic, se poate estima următoare dependență simplă a probabilității de producere a efectului fotoelectric (τ) de energia fotonului gamma (E_γ) și de numărul atomic al atomului țintă Z

$$\tau \simeq ct. \times \frac{Z^n}{E_\gamma^{3.5}} \quad (1.28)$$

în care parametrul numeric n variază între 4 și 5 în funcție de domeniul energetic al radiației incidente [16]. Această dependență

primară pentru care ecranele de protecție împotriva radiațiilor gamma se construiesc din materiale grele cum sunt Plumbul sau Uraniul.

1.3.2 Absorbția prin împrăștierea Compton

Efectul Compton constă în împrăștierea fotonilor pe electronii liberi. În condiții normale, electronii din solid nu sunt liberi ci sunt legați, cu energii de legătură de ordinul electronvoltului (eV). Dacă fotonii incidenti au energii de ordinul keV atunci electronii pot fi considerați liberi. Fotonul *nu dispără* după împrăștierea Compton, își modifică doar energia și direcția de miscare. Energia fotonilor incidenti se modifică cu o cantitate care este preluată de către electron. În una dintre cele mai recente aplicații este de mare interes utilizarea *efectului Compton invers* în care o parte din energia electronilor dintr-un inel de stocare este transferată prin efect Compton unor fotoni de energie joasă emisi de un laser. Dacă θ este unghiul de împrăștiere a fotonului iar $h\nu$ și $h\nu'$ sunt energiile fotonului initial și respectiv final, atunci legile conservării energiei și impulsului conduc la următoarele relații binecunoscute [1]

$$h\nu' = h\nu \frac{1}{1 + \gamma(1 - \cos(\theta))} \quad (1.29)$$

$$K_e = h\nu - h\nu' = h\nu \frac{\gamma(1 - \cos(\theta))}{1 + \gamma(1 - \cos(\theta))} \quad (1.30)$$

în care

$$\gamma = h\nu/m_e c^2$$

Energia *minimă* a fotonului împrăștiat se obține pentru $\theta = \pi$ și corespunde unei energii maxime transferate electronului

$$K_e^{max} = h\nu \frac{2\gamma}{1 + 2\gamma} \quad (1.31)$$

Energia maximă a fotonului împrăștiat se obține pentru $\theta = 0^\circ$ când în esență înseamnă că nu are loc ciocnirea. În acest caz

transferarea întregii energii a fotonului incident electronului liber. Energia transferată electronului este disipată în materialul atenuator prin împrăștieri multiple. Fotonul împrăștiat Compton poate părăsi materialul fără a-și depozita energia în el. Calculul secțiunii eficace pentru acest proces a constituit una din primele aplicații ale electrodinamicii cuantice și a condus la formula Klein-Nishina [26]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1 + \gamma(1 - \cos(\theta))]^2} \left(1 + \cos^2(\theta) + \frac{\gamma^2(1 - \cos(\theta))^2}{1 + \gamma(1 - \cos(\theta))} \right) \quad (1.32)$$

în care r_e este raza clasăcă a electronului. Reprezentarea grafică a acestei relații arată o puternică direcționare la unghiuri înainte a energiilor mari, ceea ce era de așteptat din discuția anterioară asupra valorilor extreme ale energiei transferate de către fotonul incident electronilor.

Din același grup de procese cu împrăștiera Compton fac parte împrăștierile Thomson și Rayleigh. Împrăștiera Thomson este împrăștiera fotonilor pe electronii liberi (Compton) în limita clasăcă. Formula Klein-Nishina se reduce în limita clasăcă la secțiunea eficace Thomson

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 \quad (1.33)$$

Imprăștiera Rayleigh constă în împrăștiera fotonilor pe întreg atomul. În acest proces toți electronii atomici participă într-o manieră coherentă, din acest motiv se mai numește și *împrăștirea coherentă*. În ambele procese nu se transferă energie mediului, are loc doar schimbarea direcției fotonului incident. Împrăștierile Thomson și Rayleigh sunt de intensitate slabă la energiile uzuale ale radiațiilor gamma emise de sursele de laborator și de aceea pot fi neglijate.

1.3.3 Absorbția prin generarea de perechi

Procesul de *generare de perechi* este un proces de interacție a unui foton cu un nucleu sau cu un electron urmat de dispariția fotonului și de apariția unei perechi electron-pozitron. Dacă fotonul

generare de perechi prin interacția cu un electron este de Z ori mai mică decât generarea de perechi prin interacția cu nucleul. Conservarea energiei conduce la următoarea relație

$$K_{e^-} + K_{e^+} = (mc^2)_{e^-} + (mc^2)_{e^+} = E_\gamma - 1.022 \text{ MeV} \quad (1.34)$$

unde K reprezintă energia cinetică. Din această relație se observă că generarea de perechi este un proces cu prag - fotonul trebuie să aibă cel puțin energia de 1.022 MeV pentru a putea avea loc. Probabilitatea generării de perechi κ este o funcție complexă de energia cuantei gamma E_γ și de numărul atomic Z al mediului [16]. Ea poate fi exprimată sub forma

$$\kappa(m^{-1}) = N \cdot Z^2 f(E_\gamma, Z) \quad (1.35)$$

κ este probabilitatea producerii unei perechi pe unitatea de lungime, N reprezintă numărul de atomi pe unitatea de volum, iar $f(E_\gamma, Z)$ este o funcție care variază slab cu Z și crește semnificativ cu E_γ . Dacă probabilitatea generării de perechi κ_1 este cunoscută pentru un anumit element (Z_1, A_1) atunci ea poate fi calculată în baza relației (1.35) pentru orice alt element (Z_2, A_2)

$$\kappa_2(m^{-1}) = \kappa_1 \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{Z_2}{Z_1} \right)^2 \quad (1.36)$$

1.3.4 Coeficienții de atenuarea a radiației gamma

Atunci când un foton traversează un anumit material, el poate interacționa în cele 3 moduri descrise în secțiunile precedente (pentru generarea de perechi el trebuie să aibă energia de cel puțin 1.022 MeV). În Figura 1.4 se arată importanța relativă a celor 3 interacții în funcție de energia fotonilor. Pentru aplicații, este importantă înțelegerea dependenței probabilității de interacție atât de energia fotonilor incidenti cât și de natura mediului cu care interacționează. Spre exemplu, un foton gamma cu energia de 0.1 MeV va interacționa predominant prin efect Compton dacă parurge un atenuator de carbon ($Z=6$) dar va interacționa predominant prin efect fotoelectric dacă atenuatorul este alcătuit din

va domina indiferent de natura mediului atenuator. În schimb un foton cu energia de 10 MeV va interacționa predominant prin imprăștiere Compton cu un atenuator de carbon și va genera perechi în mod dominant într-un atenuator de iod.

Dacă notăm cu τ, σ, κ probabilitățile de interacție pe unitatea de lungime prin efecte fotoelectrice, Compton și respectiv generare de perechi, atunci coeficientul *total* de atenuare liniară μ este definit prin relația

$$\mu = \tau + \sigma + \kappa \quad [m^{-1}] \quad (1.37)$$

și are semnificația fizică de probabilitate de interacție cu mediul pe unitatea de lungime. Alternativ, se definește coeficientul *masic* de atenuare prin relația

$$\mu(m^2/kg) = \frac{\mu(m^{-1})}{\rho(\text{kg/m}^3)} \quad (1.38)$$

unde ρ reprezintă densitatea mediului atenuator. Tabelarea coeficientului de atenuare masică prezintă avantajul că nu mai este necesară specificarea densității mediului atenuator. Dacă I_0 este intensitatea unui fascicul monoenergetic de fotoni care cade pe un absorbant uniform de grosime x atunci definiția anterioară a lui μ ne permite să scriem pentru intensitatea fotonilor transmiși $I(x)$ expresia

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu x} \quad (1.39)$$

Probabilitatea ca un foton incident să traverseze mediul atenuator fără să suferă nici o interacție va fi

$$\frac{\text{numarul de fotoni transmisi}}{\text{numarul de fotoni incidenti}} = \frac{I(x)}{I_0} = e^{-\mu x} \quad (1.40)$$

O altă mărime utilizată în cuantificarea interacției fotonilor cu substanța este drumul liber mediu (λ) definit prin

$$\lambda = \frac{\int_0^\infty x e^{-\mu x} dx}{\int_0^\infty e^{-\mu x} dx} = \frac{1}{\mu} \quad (1.41)$$

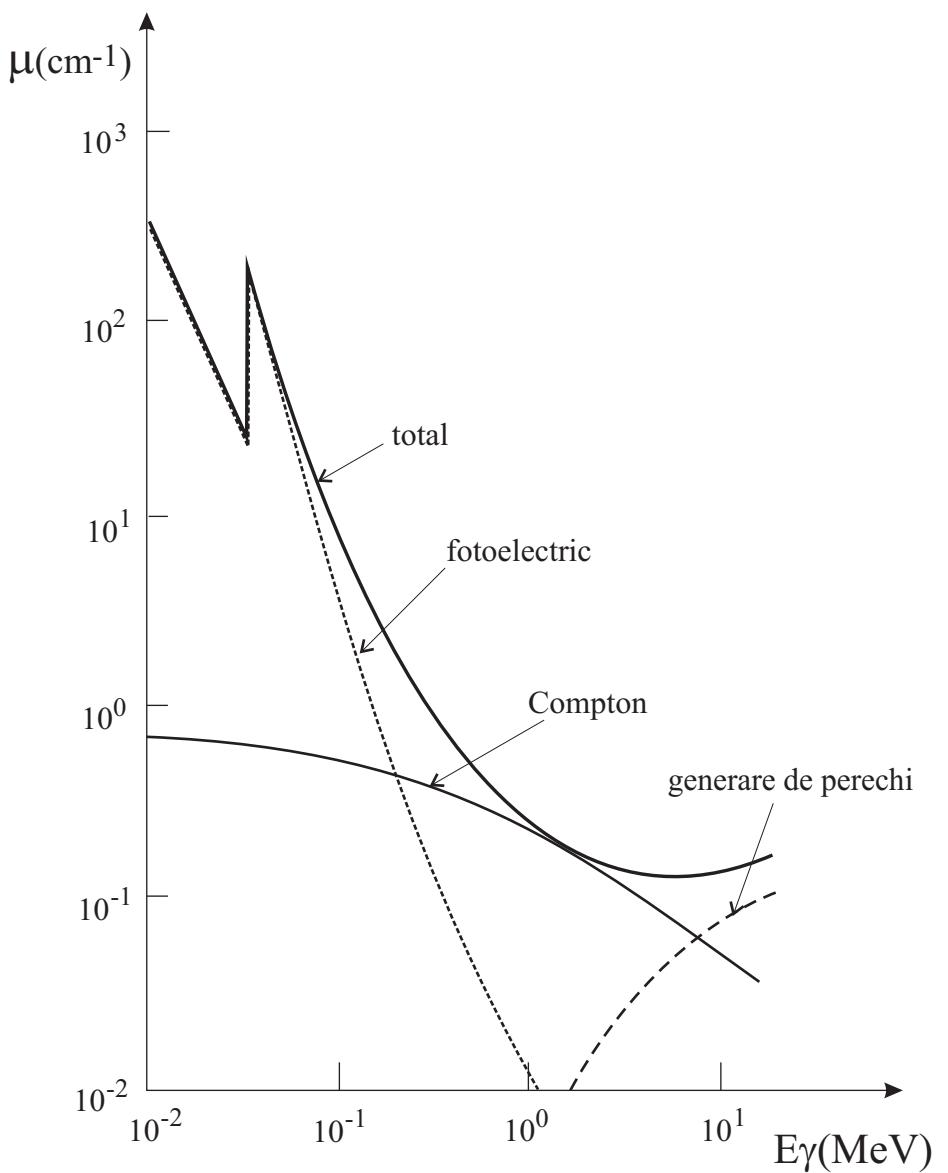


Figure 1.4: Dependența de energie a coeficientilor liniari de atenuare γ

de atenuare. Coeficientul total de atenuare masic pentru un mediu alcătuit dintr-un amestec de mai multe elemente se calculează prin relația

$$\mu_c = \sum_i w_i \mu_i \quad (1.42)$$

unde μ_c este coeficientul masic de atenuare al compusului, $\{\mu_i\}$ reprezintă coeficienții masici de atenuareal ai elementelor componente, iar $\{w_i\}$ reprezintă ponderile masice ale elementelor componente. In final trebuie remarcat fapul că evaluarea capacitatejii de atenuare a unui anumit mediu iradiat cu fotoni gamma necesită un model complex de simulare Monte Carlo. Raționamente simple de tipul atenuării liniare oferă o idee generală dar în multe situații conduc la valori eronate. In multe cazuri trebuie modelat precis fenomenul de *buildup* care se referă la radiația provenită prin împrăștieri în materialele vecine [14].

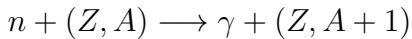
1.4 Interacția neutronilor cu materia

1.4.1 Procese de interacție a neutronilor cu substanța

Neutronii sunt particule elementare fără sarcină electrică. Așadar, nu pot interacționa prin forțe Coulomb, mecanismul prin care pierd energia fiind principal diferit de cazul protonilor sau al electronilor. Neutronii pot pătrunde în substanțe pe distanțe de mai mulți centrimetri fără a suferi nici un fel de interacție. Atunci când interacționează, interacția are loc cu nucleele din mediul respectiv prin intermediul forțelor nucleare tari. In urma ei neutronul incident își poate păstra identitatea , având loc un proces de împrăștiere (elastică sau inelastică) sau poate să declanșeze o reacție nucleară cu transmutație. Procesele de împrăștiere sunt deosebit de importante pentru încetinirea neutronilor în reactorul nuclear. Neutronii emiși în procesele de fisiune nucleară au energia de ordinul a 2 MeV. Probabilitatea ca neutronii să inducă procese de fisiune este cu mult mai mare când ei au energii "termice" (de ordinul eV). Incetinirea neutronilor de la energii de

moderatorului. Interacția nucleară între neutron și nucleele din mediu absorbant pot conduce la reacții nucleare cu rearanjare. Cele mai importante pentru aplicații sunt următoarele

- Captura radiativă a neutronilor



In general, secțiunea eficace a acestui proces este proporțională cu $1/v$ unde v este viteza neutronilor. Peste această dependență tipică se pot suprapune rezonanțe care conduc la creșteri semnificative ale probabilităților de interacție.

- Reacții nucleare în care neutronul incident este captat în nucleu, fiind emisă una sau mai multe particule încărcate diferite. Exemple de astfel de reacții sunt: (n, p) , (n, d) , (n, α) , (n, t) , $(n, \alpha t)$, etc. Aceste reacții apar pentru energii ale neutronilor în domeniul keV sau eV. Ca și la captura radiativă, secțiunea eficace este proporțională cu $1/v$, putând să apară suprapuse rezonanțe.
- Fisiunea nucleară (n, f) este mult mai probabilă la energii din domeniul termic. In mediile atenuatoare obișnuite nu se produc acte de fisiune, materialele fisile (fisionabile) fiind din zona elementelor actinide.

1.4.2 Secțiunile eficace neutronice

Secțiunea eficace totală σ_t de interacție a neutronilor cu substanța se poate scrie astfel

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma_i + \sigma_\gamma + \sigma_a + \sigma_f + \dots \quad (1.43)$$

în care

σ_e =secțiunea eficace pentru împrăștierea elastică

σ_i =secțiunea eficace pentru împrăștierea inelastică

σ_a =secțiunea eficace pentru absorția neutronului

σ_γ =secțiunea eficace de captură radiativă

σ_f =secțiunea eficace de fisiune

neutronilor se utilizează frecvența de secțiune eficace macroscopică Σ definită prin relația

$$\Sigma_i(m^{-1}) = N(\text{nuclee}/\text{m}^3)[\sigma_i(m^2)] \quad (1.44)$$

și are următoarea semnificație fizică

Σ_i =probabilitatea ca o interacție de tipul i să aibă loc pe unitatea de lungime parcursă de neutron într-un mediu ce are N nuclee/ m^3 . Această mărime are aceeași semnificație cu coeficien-tul de atenuare liniară definit pentru interacția radiației gamma cu substanța. In mod analog se poate arăta că numărul de neutrii care reușesc să străbată o grosime x de material va scădea exponențial cu grosimea acestuia. Dacă un fascicul paralel și monoenergetic de neutroni cu intensitatea I_0 va bombardă normal suprafața unui atenuator de grosime x atunci numărul de neutroni care vor străbate acel atenuator fără să suferă nici o interacție va fi

$$I(x) = I_0 e^{-\Sigma_t x} \quad (1.45)$$

unde

$$\Sigma_t = \Sigma_e + \Sigma_i + \Sigma_a + \dots$$

iar mărimea $\exp(-\Sigma_t x)$ va fi probabilitatea ca un neutron să străbată distanța x fără să suferă nici o interacție. Drumul liber mediu (λ) se definește ca fiind distanța medie parcursă de neutron între două interacții succesive

$$\lambda = \frac{\int_0^\infty x e^{-\Sigma_t x} dx}{\int_0^\infty e^{-\Sigma_t x} dx} = \frac{1}{\Sigma_t} \quad (1.46)$$

Pentru un mediu atenuator format din amestecul mai multor izo-topi, secțiunea eficace macroscopică pentru procesele de interacție de tip i se calculează prin relația

$$\Sigma_i = \sum_j \frac{w_j \rho_j}{A_j} \sigma_{ij} \quad (1.47)$$

în care

σ_{ij} reprezintă secțiunea eficace a reacției de tip i produsă de în interacția neutronului incident cu izotopul j ,

A_j = numărul de masă al componentei j
 w_j = fracțiunea masică a izotopului j în amestec.

1.4.3 Rata reacțiilor neutronice

In studiul interacției neutronilor este convenabilă introducerea conceptului de *flux neutronic* Φ . Spre deosebire de particulele încărcate, în cele mai multe cazuri sursele de neutroni nu produc un fascicul paralel de neutroni care bombardează țintă. Spre exemplu neutronii din miezul unui reactor nuclear se deplasează în toate direcțiile și au o distribuție energetică specifică tipului de reactor. În acest caz rata reacțiilor neutronice se calculează în mod diferit de cazul interacției unui fascicul de particule încărcate cu o țintă aflată în repaus.

Să considerăm cazul unui mediu material care conține neutroni cu aceeași viteză v dar care se deplasează în toate direcțiile. Să notăm cu n numărul de neutroni pe unitatea de volum dintr-un anumit punct. Dacă se plasează o țintă în acest punct, rata reacțiilor nucleare induse de neutroni în acea țintă va fi caracterizată de mărimea R [reactii/(m³s)]. R este egală (din definiția lui Σ și λ) cu produsul dintre [distanța parcursă de toți neutronii din unitatea de volum în unitatea de timp] și [probabilitatea de interacție pe unitatea de lungime a unui neutron]. Așadar

$$R = [n(\text{neutroni}/\text{m}^3) \ v(\text{m}/\text{s})][\Sigma(\text{m}^{-1})] = nv\Sigma \quad [\text{reactii}/(\text{m}^3\text{s})]$$

Produsul nv are dimensiunea de [neutroni/(m²s)], cu semnificația drumului total parcurs pe secundă de către toți neutronii dintr-un m³ și este numit fluxul neutronilor Φ .

$$\Phi = nv \quad [\text{neutroni}/(\text{m}^2\text{s})]$$

Rata reacțiilor nucleare de un anumit tip i , caracterizate de secțiunea macroscopică Σ_i va fi

$$R_i = \Phi\Sigma_i \quad [(\text{reactii de tip } i)/(\text{m}^3\text{s})]$$

Spre exemplu fluxul tipic dintr-un reactor nuclear este

$$\Phi = 2.5 \times 10^{14} \quad \text{neutroni}/(\text{m}^2\text{s})$$

siunea macroscopică a uraniului este $\sigma_f = 577$ barni. Secțiunea macroscopică core-sunzătoare a fisiunii uraniului va fi

$$\Sigma_f = N\sigma_f = (19.1 \times 10^3) \frac{0.6023 \times 10^{24}}{235 \times 10^{-3}} (577 \times 10^{-28}) = 2824 \text{ m}^{-1} = 28.24 \text{ cm}^{-1}$$

iar rata reacțiilor de fisiune va fi

$$R_f = \Sigma_f \Phi = (2.5 \times 10^{14}) 2824 = 7.06 \times 10^{17} \text{ fisiuni/(m}^3\text{s)}$$

In unele cazuri se folosește noțiunea de fluență neutronică definită prin relația

$$F[\text{neutroni/m}^3] = \int_t \Phi(t) dt$$

In cazurile reale, câmpurile neutronice sunt polienergetice, mărimele flux și secțiunea macroscopică devinând funcții de energie cinetică a neutronilor K . Rata de reacție devine în acest caz

$$R = \int \Phi(K) \Sigma(K) dK = \int \Phi(K) N\sigma(K) dK = \Phi N \bar{\sigma} \quad (1.48)$$

unde fluxul total Φ este

$$\Phi = \int \Phi(K) dK$$

iar secțiunea eficace mediată pe fluxul neutronilor

$$\bar{\sigma} = \frac{\int \Phi(K)\sigma(K) dK}{\int \Phi(K) dK} \quad (1.49)$$

mărimea frecvent utilizată în aplicațiile reacțiilor neutronice.

Bibliography

- [1] I.M. Popescu, *Fizică, vol. I (1982), vol. II (1983)*, Editura Didactică și Pedagogică - București
- [2] A.H. Wapstra, G. Audi and R. Hoekstra, Atomic and Nuclear Data Tables 39 (1988) 1988
- [3] K. Heyde, *Basic Ideas and Concepts in Nuclear Physics*, Institute of Physics Publishing, London (1994)
- [4] W. Greiner, J.A. Maruhn, *Nuclear Models*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1996
- [5] G. Vlăduță, *Elemente de Fizică Nucleară*, partea I (1988), partea a II-a (1990), Tipografia Universității București
- [6] J. Kantele, *Handbook of Nuclear Spectrometry*, Academic Press Limited 1995
- [7] E. Segree, *Nuclei and Particles*, W.A. Benjamin, Inc., Reading, Massachusetts 1977
- [8] C.M. Leaderer, V.S. Shirley (eds), *Table of Isotopes*, John Wiley & Sons, New York 1987
- [9] A. Messiah, *Mecanică Cuantică*, Editura Științifică, București 1974
- [10] G. Deconninck, *Introduction to Radioanalytical Physics*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam 1978
- [11] A. Berinde, G. Vlăduță, *Reacții Nucleare Neutronice în Reactor*, Editura Tehnică, București 1978

- [13] S. Râpeanu, I. Pădureanu, I. Cristian, V. Cuculeanu, Gh. Rotărescu, M. Avrigeanu, *Tehnici și Măsuări la Reactorii Nucleari*, Editura Academiei, București 1983
- [14] G.F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, John Wiley & Sons Inc., New York 1989
- [15] R.D. Evans, *The Atomic Nucleus*, Krieger, New York 1982
- [16] P. Marmier, E. Sheldon, *Physics of Nuclei and Particles*, Academic Press Inc. New York and London, 1971
- [17] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2nd Ed., John Wiley & Sons, New York 1975
- [18] W.R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg 1987, 1994
- [19] N. Tsoulfanidis, *Measurement and Detection of Radiation*, Taylor & Francis, 1984
- [20] H.A. Bethe, J. Ashkin, *Passage of Radiations through Matter*, in *Experimental Nuclear Physics*, Vol.1, ed. by E.Segree, John Wiley & Sons, New York, N.Y. 1953
- [21] S.P. Ahlen, Rev. Mod. Phys. 52, 121 (1980)
- [22] F. Fano, *Penetration of Protons, Alpha Particles and Mesons*, Annual Review of Nuclear Science, v.13, p.1-66 (1963)
- [23] E.M. Abramovitz, I. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publ. Inc. New York (1965)
- [24] L.C. Northcliffe and R.F. Schiling, Nuclear Data Tables A7,233(1970)

tons and mesons: Tabulations of Vavilov Distribution", in National Academy of Sciences Publication 1133, Nuclear Science Series Report No.39 (1964)

- [26] W. Heitler, *The Quantum Theory of Radiation*, 3rd ed., Oxford Univ. Press (Clarendon), London and New York 1954
- [27] J.F. Ziegler and W.K. Chu, "Stopping Cross Sections and Backscattering Factors for ${}^4\text{He}$ Ions in Matter, Atomic Data and Nuclear Data Tables v.13, p.463 (1974)
- [28] P.A.M. Dirac, Proc. Royal Soc. v.126,p.361 (1930)
- [29] A.T. Steward, L.O. Roelling, *Pozitron Anihilation*, Academic Press, New York (1967)
- [30] P. Hantjarvi, A. Vehanen, *Applications of positron annihilation*, AIEA Conference (1978)
- [31] G.L. Brownell, C.A. Burnham, in *Instrumentation in Nuclear Medicine*, Vol.2, p.135, Academic Press, New York (1974)
- [32] M. Alonso, E. Finn, *Physics*, Addison - Wesley Publishing Company, 1992
- [33] A. Septier (ed.) *Focusing of Charged Particles*, Academic Press, New York 1967
- [34] E. Rodean, *Aparate și metode de măsură, analiză și control cu radiații*, Editura Academiei, București, 1986
- [35] E. Ligeon, M. Bruel, A.Bonetemps, "Analyse du Phosphore dans le Silicium par Réactions Nucléaires", Journal of Radioanalytical Chemistry v.16,p.537 (1973)
- [36] J. H. Fremlin, *Applications of Nuclear Physics*, The English Universities Press Limited, London (1964)
- [37] P. Theodorsson, *Measurement of Weak radioactivity*, World Scientific Co.,1996

John Wiley & Sons, New York, 1990

- [39] R. Muller, Science, v.196, p.489 (1977)
- [40] M. Ivascu et al. *Accelerator Mass Spectrometry - Applications*
Romanian Reports in Physics, vol.46, no.4, p.283 (1994)
- [41] R.P. Gardner, R.L. Ely, *Radioisotope Measurement - Applications in Engineering*, Reinhold Publishing Co. New York
1967