

Curs 13

Petrescu Emil
Facultatea de Ingineria Sistemelor Biotehnice

1 Clasificarea substanțelor magnetice

Substanțele magnetice pot fi clasificate în trei categorii: substanțe feromagnetice, substanțe paramagnetice și diamagnetice. Substanțele paramagnetice și feromagnetice sunt constituite din atomi care au momentele magnetice permanente. Materialele diamagnetice sunt materiale ale căror atomi nu prezintă momente magnetice permanente. În cazul substanțelor diamagnetice momentele magnetice sunt induse de câmpul magnetic.

Pentru substanțele paramagnetice și diamagnetice omogene și izotrope densitatea de magnetizare este proporțională cu intensitatea câmpului magnetic \vec{H} :

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (1)$$

unde χ este un factor adimensional numit susceptibilitate magnetică relativă. Pentru substanțele paramagnetice $\chi > 0$ și \vec{M} este în același sens cu \vec{H} . Pentru substanțele diamagnetice $\chi < 0$ și \vec{M} are sensul opus lui \vec{H} . Inducția câmpului magnetic în aceste substanțe este:

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H} \quad (2)$$

unde μ_r este o constantă care poartă numele de permeabilitate magnetică relativă și este legată de susceptibilitatea magnetică prin relația:

$$\mu_r = (1 + \chi) \quad (3)$$

Se poate defini și o permeabilitate absolută prin relația

$$\mu = \mu_0(1 + \chi)$$

Pentru substanțele paramagnetice $\mu > \mu_0$ iar pentru cele diamagnetice $\mu < \mu_0$. Pentru substanțele paramagnetice și diamagnetice susceptibilitatea magnetică χ este foarte mică (de ordinul $10^{-6} - 10^{-4}$), astfel că practic $\mu \simeq \mu_0$ pentru aceste substanțe. Pentru substanțele feromagnetice μ poate fi de mii de ori mai mare decât μ_0 .

Relația simplă (1) dintre \vec{H} și \vec{M} nu este valabilă pentru substanțele feromagnetice. Se găsește că pentru acest tip de substanțe \vec{M} nu mai este o funcție

liniară de \vec{H} . Mai mult densitatea de magnetizare \vec{M} depinde nu numai de intensitatea câmpului magnetic \vec{H} ci și de stările anterioare prin care trece substanța, adică de istoria ei. Acest lucru este valabil și pentru inducția câmpului magnetic din substanțele feromagnetice, deoarece aceasta este legată de densitatea de magnetizare prin relația $\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M}$.

În Tabelul 5.5 sunt prezentate câteva susceptibilități pentru substanțe paramagnetice și diamagnetice.

Tabel 5.5
Susceptibilități magnetice pentru substanțe paramagnetice și diamagnetice

Substanțe paramagnetice		Substanțe diamagnetice	
<i>Aluminiu</i>	$2,3 \times 10^{-5}$	<i>Bismut</i>	$-1,66 \times 10^{-5}$
<i>Calciu</i>	$1,9 \times 10^{-5}$	<i>Cupru</i>	$-9,8 \times 10^{-5}$
<i>Crom</i>	$2,7 \times 10^{-5}$	<i>Diamant</i>	$-2,2 \times 10^{-5}$
<i>Litiu</i>	$2,1 \times 10^{-5}$	<i>Aur</i>	$-3,6 \times 10^{-5}$
<i>Magneziu</i>	$1,2 \times 10^{-5}$	<i>Plumb</i>	$-1,7 \times 10^{-5}$
<i>Niobiu</i>	$2,6 \times 10^{-4}$	<i>Mercur</i>	$-2,9 \times 10^{-5}$
<i>Oxigen</i>	$2,1 \times 10^{-6}$	<i>Azot</i>	-5×10^{-5}
<i>Platină</i>	$2,9 \times 10^{-4}$	<i>Argint</i>	$-2,6 \times 10^{-5}$
<i>Tungsten</i>	$6,8 \times 10^{-5}$	<i>Siliciu</i>	$-4,2 \times 10^{-5}$

1.1 Feromagnetism

Un mic număr de substanțe pot prezenta o magnetizare permanentă. Ele sunt substanțele feromagnetice. Aceste substanțe conțin momente magnetice permanente care au tendința să se alinieze în câmpuri magnetice. Odată momentele magnetice aliniate, substanța rămâne magnetizată după ce câmpul extern este anulat. Acest fapt se datorează faptului că între momentele magnetice vecine există o cuplare puternică ce poate fi explicată cu ajutorul mecanicii cuantice.

Toate substanțele feromagnetice sunt formate din microdomenii în care momentele magnetice sunt aliniate. Aceste domenii au volume cuprinse în intervalul $10^{-12} - 10^{-8} \text{ m}^3$ și conțin în jur de $10^{17} - 10^{21}$ atomi. Frontierele dintre diversele domenii cu orientări diferite ale magnetizării sunt numite pereți. Într-o probă nemagnetică momentele magnetice ale microdomeniilor sunt orientate aleatoriu astfel că momentul magnetic total este nul. Când proba este plasată într-un câmp magnetic extern de intensitate \vec{H} dimensiunile domeniilor magnetice ale căror momente sunt paralele cu \vec{H} își cresc volumul rezultând astfel o probă magnetizată. Când câmpul magnetic devine foarte puternic domeniile în care momentele nu sunt aliniate devin foarte mici. Când câmpul magnetic este anulat proba rămâne cu o magnetizare în sensul câmpului inițial. La temperaturi obișnuite, agitația termică nu este suficient de puternică pentru a distruge orientarea momentelor magnetice.

Dacă se măsoară B în funcție de H se observă că atunci când H crește, inducția câmpului magnetic ajunge la o valoare de saturație. Când H scade la zero (punctul b) inducția magnetică nu ajunge la zero. Valoarea poartă numele

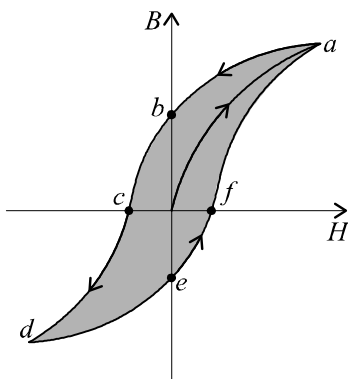


Figure 1: Curba de histerezis

de inducție magnetică remanentă. Dacă sensul lui \vec{H} se schimbă, momentele magnetice se reorientează până ce proba devine nemagnetizată când $\vec{B} = 0$. Valoarea intensității câmpului magnetic la care inducția magnetică \vec{B} ajung din nou la zero poartă numele de intensitate a câmpului magnetic coercitiv. O creștere în sens invers determină o magnetizare în sens invers ajungând în punctul de saturație. O comportare similară se petrece când H se reduce din nou. În acest caz curba urmează drumul d, e, f . Dacă H crește suficient de mult se ajunge din nou în punctul de saturație a . Efectul poartă numele de histerezis și arată că magnetizarea substanțelor feromagnetice depinde de istoria substanței și de intensitatea câmpului magnetic.

Curba închisă reprezentată în Fig. 1 se numește curbă de histerezis. Curba de magnetizare este importantă din alt punct de vedere: aria închisă de curba de magnetizare reprezintă energia necesară pentru realizarea ciclului histerezis.

Când temperatura unei substanțe feromagnetice crește și depășește o anumită temperatură numită temperatură Curie substanța își pierde magnetizarea permanentă și devine paramagnetică. Sub temperatura Curie momentele magnetice sunt aliniat și substanța este feromagnetice. Deasupra acestei temperaturi agitația termică este suficient de puternică să determine o orientare haotică a momentelor magnetice.

1.2 Paramagnetism

Substanțele paramagnetice au susceptibilitatea magnetică mică și pozitivă $\chi > 0$, fiind determinată de prezența atomilor și a ionilor care posedă un moment magnetic. Aceste momente interacționează slab unele cu altele și sunt orientate haotic în lipsa unui câmp extern. Când o substanță paramagnetică este plasată într-un câmp magnetic extern, momentele magnetice tind să se alinieze cu câmpul magnetic (Fig. 2). Acest proces este în competiție cu procesul de agitație termică care se opune alinierii momentelor magnetice.

Pierre Curie (1859-1906) a găsit experimental că densitatea de magnetizarea

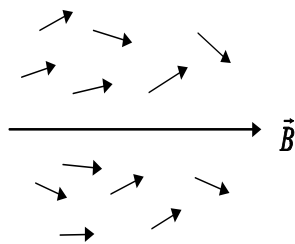


Figure 2: Orientarea momentelor magnetice în câmp extern în cazul unei substanțe paramagnetice.

substanțelor paramagnetice este proporțională cu câmpul magnetic aplicat și invers proporțională cu temperatura absolută:

$$M = C \frac{H}{T} \quad (4)$$

unde C este o constantă. Această lege poartă numele de Legea Curie iar C este constanta Curie.

1.3 Diamagnetism

Când un câmp magnetic extern este aplicat unei substanțe diamagnetice, apare un moment magnetic slab în direcție opusă câmpului magnetic aplicat. Deși diamagnetismul este prezent în toate materialele, efectele sunt mult mai mici decât acelea determinate de paramagnetism și feromagnetism.

Pentru a înțelege diamagnetismul să considerăm doi electroni care se învârtesc în jurul nucleului în direcții opuse. Deoarece momentele magnetice ale celor doi electroni sunt egale în mărime și opuse în direcție ele se anulează reciproc.

Când un câmp extern este aplicat asupra electronilor acționează o forță Lorentz $q\vec{v} \times \vec{B}$. Aceasta se adaugă forței coulombiene și crește viteza orbitală a electronului al cărui moment magnetic este antiparalel cu câmpul și scade viteza electronului al cărui moment magnetic este paralel cu câmpul. Ca rezultat al compunerii celor două momente magnetice rezultă un moment magnetic invers câmpului magnetic aplicat.

2 Inducția electromagnetică

2.1 Introducere

Fenomenul de inducție electromagnetică a fost descoperit de Faraday în 1831 și el constă în faptul că variația fluxului inducției magnetice prin suprafața unui circuit electric determină apariția unui curent electric prin acel circuit. Acest curent se numește curent de inducție.

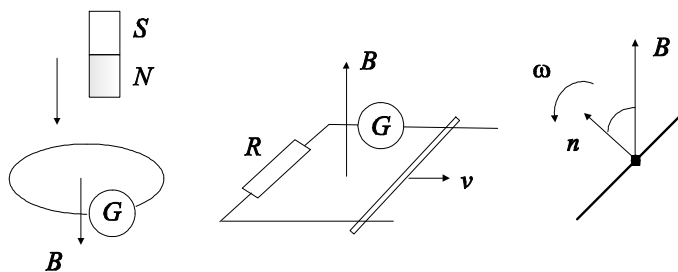


Figure 3: Metode de obținere a fenomenului de inducție electromagnetică

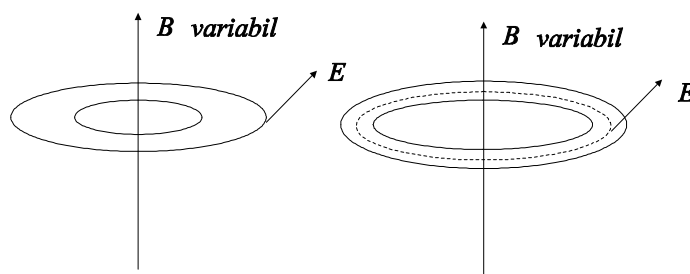


Figure 4: Liniile câmpului electric într-o regiune cu un câmp magnetic variabil

Pornind de faptul că fluxul câmpului magnetic are expresia:

$$\Phi = BS \cos \alpha \quad (5)$$

există mai multe moduri de a crea un flux magnetic variabil (Fig.3).

1. Existența unui câmp magnetic variabil. Aceasta se realizează prin apropierea unui magnet permanent de circuitul considerat. Apropierea magnetului face ca inducția câmpului magnetic să crească pe suprafața circuitului. Dacă magnetul este oprit \vec{B} rămâne constant, fluxul magnetic rămâne constant și curentul prin circuit se anulează.

2. Varierea suprafeței circuitului într-un câmp magnetic constant. Aceasta se poate realiza prin deplasarea unei bare mobile AB pe două conductoare paralele fixe legate printr-o rezistență afla într-un câmp magnetic.

3. Varierea unghiului α dintre \vec{n} și \vec{B} . Aceasta se poate realiza prin rotirea unei spire într-un câmp magnetic în jurul unui ax perpendicular pe B .

4. Un flux magnetic variabil se obține și atunci când există combinații ale celor trei cazuri prezentate anterior.

Trebuie remarcat însă că apariția fenomenului de inducție electromagnetică nu este neapărat legată de existența circuitului:

În cazul general fenomenul de inducție electromagnetică se poate defini ca fiind fenomenul de apariție a unui câmp electric cu liniile închise în regiunile din spațiu unde există un câmp magnetic variabil.

Liniile câmpului electric indus sunt în plane perpendiculare pe \vec{B} . Fie un inel introdus într-un câmp magnetic variabil astfel ca acesta să conțină o linie a câmpului electric indus \vec{E} . Linia de câmp este reprezentată punctat în Fig.4. Se consideră o porțiune dl foarte mică din acest conductor. Deoarece în interiorul său există un câmp electric \vec{E} sarcinile din interiorul acestuia vor fi puse în mișcare. Lucrul mecanic efectuat de câmpul indus pentru a deplasa sarcina q pe lungimea dl este:

$$\delta L = Fdl = qEdl \quad (6)$$

Definim tensiunea electromotoare (t.e.m) indusă pe porțiunea dl ca fiind:

$$d\mathcal{E} = \frac{\delta L}{q} = Edl \quad (7)$$

Mai general relația (7) se scrie ca:

$$d\mathcal{E} = \vec{E}d\vec{l} \quad (8)$$

Pe întregul conductor tensiunea electromotoare indusă va fi o sumă a tensiunilor electromotoare induse pe fiecare porțiune de circuit. Rezultă că într-un circuit a cărui suprafață este constantă și în care apare fenomenul de inducție tensiunea electromotoare indusă este distribuită de-a lungul întregului circuit.

2.2 Legea lui Lentz

Într-un circuit închis t. e. m indusă și curentul indus au un astfel de sens ca variația fluxului magnetic indus să se opună variației fluxului magnetic inductor.

Legea lui Lentz se referă la curenții induși, ceea ce înseamnă că ea se aplică numai la circuite închise. Dacă circuitul este deschis putem raționa în funcție de ce s-ar întâmpla dacă circuitul ar fi închis. Vom exemplifica legea lui Lentz în cazul unui magnet ce se apropie de o spiră fixă (Fig. 5a). Deoarece magnetul se apropie de spiră, să zicem cu polul nord inducția câmpului magnetic inductor crește.

Atunci:

$$\Phi_{inductor} = \vec{B}_{inductor} \vec{n} S = - B_{inductor} S \quad (9)$$

Cum $\vec{B}_{inductor}$ crește rezultă că $\Phi_{inductor}$ crește "în sens negativ". Pentru a se opune unei astfel de variații a fluxului magnetic inductor, fluxul magnetic indus trebuie să crească " în sens pozitiv", adică $\Phi_{indus} > 0$ de unde rezultă că \vec{B}_{indus} trebuie să fie în același sens cu \vec{n} . Curentul va circula prin spiră în sens trigonometric.

În cazul circuitelor închise pentru care suprafața nu variază, putem realiza raționamentul luând în considerație numai vectorul inducție magnetică. În cazul de mai sus \vec{B}_{indus} trebuie să se opună variației lui $\vec{B}_{inductor}$. Aceasta se realizează dacă \vec{B}_{indus} este în sens contrar lui $\vec{B}_{inductor}$.

În mod asemănător putem judeca situația când un magnet se depărtează de o spiră fixă, polul sud al magnetului fiind îndreptat spre spiră (Fig .5b)

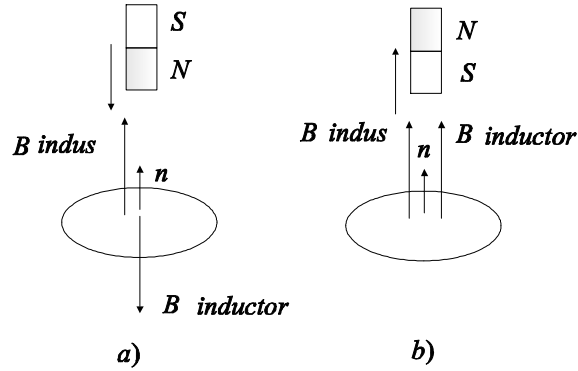


Figure 5: Legea lui Lentz

$\vec{B}_{inductor}$ este îndreptat înspre polul sud al magnetului și el scade când magnetul se îndepărtează de spirală. Atunci \vec{B}_{indus} trebuie să se opună acestei variații și el va fi în sensul lui $\vec{B}_{inductor}$.

2.3 Legea inducției electromagnetice

Apariția tensiunii electromotoare induse \mathcal{E} într-un circuit este datorată variației unui flux magnetic prin acesta. Faraday a ajuns la concluzia că tensiunea electromotoare indusă \mathcal{E} este proporțională cu viteza de variație a fluxului prin circuitul respectiv:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (10)$$

Semnul minus ia în considerare legea lui Lentz. Dar

$$\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S}$$

Atunci:

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (11)$$

Tensiunea electromotoare pentru circuit se obține din relația (8):

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} d\vec{l} \quad (12)$$

Dinrelațiile (11) și (12) se obține:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (13)$$

Câmpul electric produs datorită fenomenului de inducție electromagnetică nu este asociat unor sarcini electrice ci variației câmpului magnetic. Deși ambele tipuri de câmpuri electrice determină forțe asupra sarcinilor electrice, ele totuși se deosebesc. Astfel liniile câmpului datorat sarcinilor sunt deschise în timp ce liniile câmpului electric indus sunt închise. În cazul câmpului electric produs de sarcini diferența de potențial dintre două punct este:

$$V_2 - V_1 = - \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$$

Dacă punctele 1 și 2 coincid $V_2 = V_1$ integrala se realizează pe o curbă închisă. Rezultă condiția ca acest câmp să fie unul conservativ:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$$

În cazul câmpului electric datorat variației câmpului magnetic, $\oint \vec{E} d\vec{l} \neq 0$. Un astfel de câmp nu mai este unul conservativ și nu se mai poate defini un potențial.

2.4 T.e.m. indusă într-un conductor deplasat în câmp magnetic

Considerăm cazul în care conductorul este deplasat perpendicular pe liniile câmpului magnetic. Când conductorul se deplasează cu viteza v , el mătură suprafața $dS = lvdt$ unde l este lungimea conductorului respectiv. Fluxul magnetic măturat este:

$$d\Phi = BdS = Blvdt \quad (14)$$

Atunci t.e.m. indusă este, fără a ține cont de sensul ei:

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi}{dt} = Blv \quad (15)$$

Sensul t. e. m. poate fi stabilit cu ajutorul regulii mâinii drepte: Se așează mâna în lungul conductorului, astfel ca vectorul \vec{B} să intre în palmă, iar degetul mare să fie în sensul vitezei de deplasare a conductorului. Celelalte patru degete vor indica sensul t. e. m. induse.

Pentru un conductor rectiliniu perpendicular pe liniile de câmp, deplasat cu o viteză \vec{v} perpendiculară pe conductor și care face un unghi α cu vectorul inducție magnetică \vec{B} tensiunea electromotoare indusă are expresia:

$$\mathcal{E} = Blv \sin \alpha \quad (16)$$

2.5 Autoinducția

Autoinducția este fenomenul de inducție electromagnetică produs într-un circuit datorită variației intensității curentului prin acel circuit.

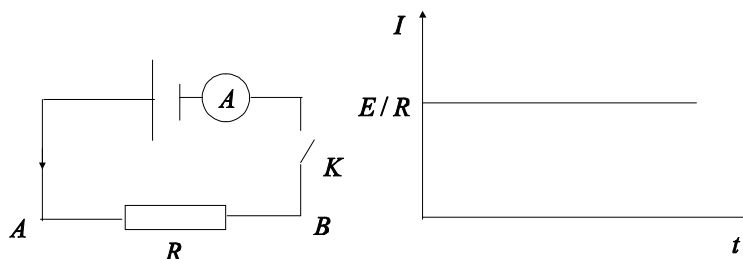


Figure 6: Curentul într-un circuit cu rezistență după închiderea comutatorului

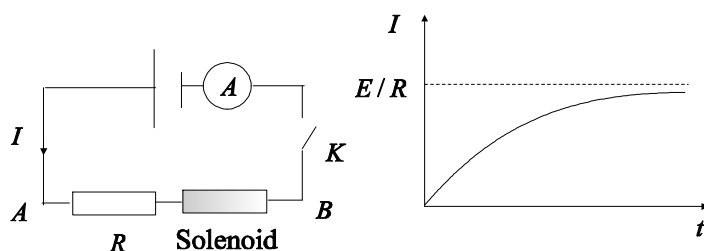


Figure 7: Curentul într-un circuit cu rezistență și bobină după închiderea comutatorului

Pentru punerea în evidență a fenomenului de autoinducție se pot realiza o serie de experiențe. Astfel prin închiderea comutatorului K din circuitul din Fig.6 intensitatea curentului ajunge practic instantaneu la valoarea:

$$I = \frac{E}{R} \quad (17)$$

În cazul că în serie cu rezistența R se pune un solenoid ideal (Fig. 7) se constată că intensitatea curentului crește lent până la valoarea E/R . În acest caz prin închiderea comutatorului, curentul având o tendință de creștere prin bobină, determină un flux magnetic variabil care are ca efect apariția unei t.e.m. induse. Această t.e.m. indusă conform Legii lui Lentz trebuie să aibă un astfel de sens încât să se opună variației fluxului magnetic inductor, deci și a curentului din circuit. Ea poartă numele de t.e.m. autoindusă și apariția ei determină o încetinire a creșterii a curentului în circuit.

În cazul unui circuit parcurs de un curent de intensitate I inducția câmpului magnetic produs B este proporțional cu I . Cum fluxul câmpului magnetic este proporțional cu B rezultă că fluxul magnetic propriu prin suprafața unui circuit este direct proporțional cu intensitatea curentului I din acel circuit

$$\Phi = LI \quad (18)$$

Mărimea L se numește inductanța circuitului și se măsoară în Henry ($H=Wb/m^2$).

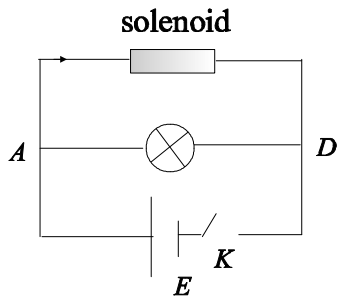


Figure 8: Circuit cu bobină și bec

Inductanța circuitului este o caracteristică a fiecărui circuit, ea depinde de forma geometrică a circuitului precum și de mediul aflat în interiorul circuitului.

Legea autoinducției se determină pornind de la legea inducției

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt} \quad (19)$$

Rezultă că t.e.m. autoindusă este proporțională cu viteza de variație a intensității curentului electric prin circuit.

2.6 Inductanța unui solenoid

Fluxul magnetic ce străbate un solenoid de lungime l cu secțiunea S și numărul de spire N străbătut de curentul I este $\Phi = NBS$. Deoarece

$$B = \mu_0\mu_r \frac{NI}{l} \quad (20)$$

rezultă

$$\Phi = \mu_0\mu_r \frac{N^2S}{l} I \quad (21)$$

Comparând cu $\Phi = LI$ rezultă că

$$L = \mu_0\mu_r \frac{N^2S}{l} \quad (22)$$

unde μ_r este permeabilitatea relativă a miezului solenoidului.

2.7 Energia câmpului magnetic

Se consideră circuitul din Fig.8 realizat astfel ca atunci când comutatorul K este închis becul să nu lumineze. Când se deschide comutatorul K se constată, că pentru un scurt timp becul luminează. Aceasta o putem explica prin faptul că energia câmpului magnetic al solenoidului se transformă în energie electrică.

Deschiderea comutatorului K determină apariția unei tensiuni electromotoare autoinduse:

$$\mathcal{E} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -L \frac{(0 - I)}{\Delta t} = + \frac{LI}{\Delta t} \quad (23)$$

unde I este intensitatea curentului prin solenoid înainte de deschiderea comutatorului K . Energia electrică transferată W circuitului după deconectarea sursei, când datorită apariției t. e. m. autodinduse prin circuitul format din bec și solenoid trece sarcina Δq este:

$$W = \mathcal{E} \Delta q \quad (24)$$

Cum prin solenoid intensitatea curentului scade în Δt de la valoarea I la valoarea 0, intensitatea medie a curentului este

$$I_m = \frac{I + 0}{2} = \frac{I}{2} \quad (25)$$

Atunci

$$\Delta q = I_m \Delta t = \frac{I}{2} \Delta t \quad (26)$$

Energia câmpului magnetic este egală cu cea transferată circuitului:

$$W = \mathcal{E} \Delta q = \frac{LI^2}{2} \quad (27)$$

Considerând că nu există nici un miez în interiorul solenoidului ($\mu_r = 1$), relația (27) se scrie ținând cont de (22) astfel:

$$W = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S I^2}{2l} = \frac{Sl}{2} \left(\frac{NI}{l} \right) \left(\mu_0 \frac{NI}{l} \right) = V \frac{HB}{2}$$

unde V este volumul ocupat de câmpul magnetic. Astfel densitatea de energie a câmpului magnetic este

$$w = \frac{W}{V} = \frac{HB}{2} \quad (28)$$

Deși expresia densității de energie a câmpului magnetic a fost dedusă într-un caz particular, ea este valabilă pentru orice câmp magnetic.

Aplicație

Să se determine tensiunea electromotoare indusă într-o spiră de arie S care se rotește cu viteză unghiulară constantă în jurul unui ax perpendicular pe vectorul inducție câmp magnetic \vec{B} al unui câmp uniform.

Soluție:

Aceasta constituie o metodă de producere a curentului alternativ. Fluxul magnetic ce străbate spira la un moment dat este

$$\Phi = \vec{B} \vec{n} S = BS \cos \alpha$$

unde $\alpha = \alpha_0 + \omega t$ și α_0 reprezintă unghiul dintre normala \vec{n} și vectorul \vec{B} la începutul mișcării.

$$\phi = BS \cos(\omega t + \alpha_0)$$

Atunci:

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = BS\omega \sin(\omega t + \alpha_0) = \mathcal{E}_{\max} \sin(\omega t + \alpha_0)$$

3 Probleme

1. În circuitul exterior al unei surse cu t.e.m. E sunt legate în serie un rezistor cu rezistența R și o bobină cu inductanța L . Rezistorul și bobina se conectează în circuit prin intermediul unui comutator, care inițial este deschis. Cu variaza intensitatea curentului în circuit după închiderea comutatorului?

2. O bară conductoare OE se rotește în jurul axei AB cu viteza unghiulară constantă ω pe un conductor perfect circular de rază R . Bara intersectează liniile unui câmp magnetic uniform de inducție B perpendiculare pe suprafața inelului conductor. Să se determine tensiunea ce poate fi măsurată între punctele C și F .

3. Într-un solenoid cu 500 de spire având diametrul de 10 cm se formează un câmp magnetic de 0,2 T. Cât de repede trebuie adus acest câmp la zero pentru a induce o tensiune electromotoare de 10 kV?