

Electromagnetism

Electromagnetismul este domeniul cu cele mai multe aplicații. Undele electromagnetice, propagându-se atât prin spațiul liber, cât și prin ghiduri de undă, stau la baza telecomunicațiilor și a măsurătorilor la distanță, în medii inaccesibile, sau periculoase.

Energetica și electrotehnica se ocupă de producerea, transportul și distribuția la consumatori a celei mai versatile forme de energie – energia electrică.

În informatică și în industria electronică, interacția radiației electromagnetice cu substanța este fundamentală pentru ingineria și proiectarea dispozitivelor opto-electro-magneto-acustice, a materialelor inteligente, nano-structurate, a calculatoarelor optice etc.

Procesele biologice sunt însoțite de fenomene electrice și magnetice, cu aplicații în investigații paraclinice și măsurători de mediu.

Cuprins

I. Modelul câmpului electromagnetic

Interacția electromagnetică

Câmpul electromagnetic în materiale

Alte mărimi fizice caracteristice

II. Circuite electrice

Elemente de circuit

Transportul energiei electrice la distanță

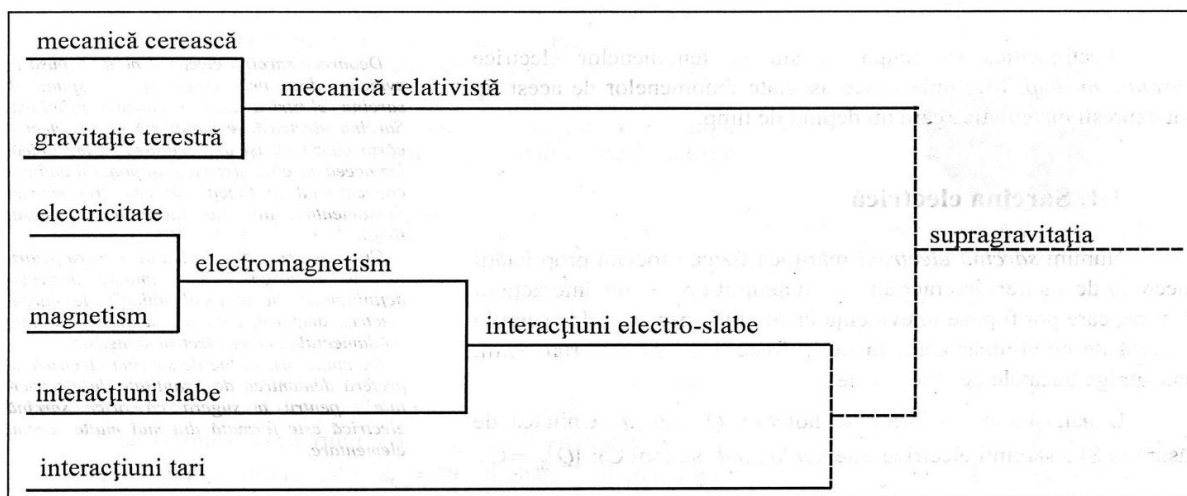
III. Curent alternativ

Inducția electromagnetică

I. Modelul câmpului electromagnetic

Interacția electromagnetică

În Univers există câteva tipuri de interacțiuni (de exemplu gravitațională, nucleară, electromagnetică), care, în limitele cunoștințelor actuale, se pot explica prin teorii separate. O astfel de interacție este cea electromagnetică, care pune în evidența proprietăți specifice, care necesită măsurători adecvate. Aceste tipuri de forțe pot fi evidențiate în spațiul în care este un câmp (de forțe) electromagnetic.



Tipuri de interacțiuni fundamentale

Existența câmpului electromagnetic este pusă în evidență de o *forță electromagnetică* ce se exercită asupra unui obiect în mișcare, cu viteza \vec{v}

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (\text{FEM})$$

unde q este *sarcina electrică* a obiectului, iar \vec{E} și \vec{B} sunt mărimi caracteristice câmpului electromagnetic.

Dacă ar exista o singură sarcină electrică în Univers, atunci interacțiile electromagnetice nu ar putea fi puse în evidență, iar problema nu ar avea sens. Toate tipurile de interacțiuni presupun existența a cel puțin *două* obiecte cu proprietăți de aceeași natură, care *interacționează* reciproc. Analog câmpului gravitațional, unul dintre obiecte, cel de studiu, este păstrat ca atare, iar celălalt este înlocuit prin câmpul pe care îl produce.

Sarcina electrică

Sarcina electrică q este mărimea fizică asociată proprietății obiectului de a suferi o interacție electromagnetică.

Unitatea de măsură a sarcinii electrice: $[q]_{SI} = \text{Coulomb}$, simbol C.

Sarcina electrică este de două tipuri, notate convențional *sarcină pozitivă*, respectiv *sarcină negativă*. Unele particule elementare¹ au aceste proprietăți. Cele mai cunoscute sunt electronul (simbol e^-) și protonul.

Exemple

Atomii sunt formați din nucleu și electroni. Electronii sunt particule cu masa $m_e = 9,1091 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ și cu proprietatea numită “sarcină electrică negativă”. Orice electron din Univers este caracterizat de aceeași sarcină electrică, anume $q_{e^-} = e^- = -1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Nucleul este format, la rândul său, din protoni și neutroni. Masa unui neutron este $m_n = 1,67482 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. El nu are proprietăți electrice. Protonii sunt particule cu masa $m_p = 1,67252 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ și cu proprietatea numită “sarcină electrică pozitivă”. Sarcina electrică a oricărui proton din Univers este egală, în valoare absolută, cu cea a electronului $q_p = |e^-| = +1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Din acest motiv, vom nota $e^- = -e$, unde $e = 1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

În limitele cunoștințelor actuale, sarcina electrică $e = 1,6021 \cdot 10^{-19}$ (pozitivă sau negativă) este indivizibilă.

Orice sarcină electrică este multiplu întreg de această *cuantă*.

Sarcinile electrice pot fi *libere*, caz în care se pot deplasa fără restricții, neexistând forțe care acționează asupra lor, sau *legate*, prin câmpuri de forțe care le constrâng să ocupe zone spațiale limitate. Spre exemplu, sarcini aproximativ libere există în spațiul interstelar, în conductoare metalice (electronii), în electroliți (ioni pozitivi și negativi) etc.; sarcini legate sunt în molecule, în atomi, sau în structurile macroscopice constituite din ansambluri moleculare. Nu există sarcină absolut liberă, nici sarcină în repaus absolut. În materiale, sarcinile legate au o anumită libertate de mișcare, formând *distribuții* de sarcină. Modul în care sunt distribuite sarcinile electrice în spațiul material este determinant pentru proprietățile acestuia. La scară microscopică, distribuțiile dinamice de sarcină dau naștere la *momente electrice* și *momente magnetice*, cu ajutorul cărora putem explica mărimile fizice de material cum sunt indicele de refracție, coeficientul de absorbție, conductivitatea electrică s.a.m.d.

Câmpul electromagnetic

Interacția electromagnetică se manifestă în *câmpul electromagnetic*. **Câmpul electromagnetic este produs de sarcini în mișcare, aflate în altă parte a spațiului.** Câmpul se propagă în spațiu, dinspre sursa de câmp către zona unde se manifestă interacția, cu viteză finită, sub formă de *undă electromagnetică*.

¹ A se vedea fascicula *Structura materiei*.

Pentru scopul cursului de față, ne limităm la a constata că vidul permite propagarea câmpului electromagnetic, comportându-se ca un mediu cu proprietăți elastice pentru interacția electromagnetică².

Proprietățile de tip elastic ale vidului sunt caracterizate prin mărimile fizice **constanta electrică³ a vidului** $\epsilon_0 \cong 8,8 \cdot 10^{-12} \text{F/m}$ (Farad pe metru) și **constanta magnetică⁴ a vidului** $\mu_0 \cong 4 \cdot 10^{-7} \text{H/m}$ (Henry pe metru).

Celelalte materiale au, și ele, astfel de proprietăți de tip elastic, caracterizate prin mărimile ϵ , μ . Viteza undei electromagnetice⁵ în vid este viteza maximă în Univers, și depinde de constantele vidului⁶:

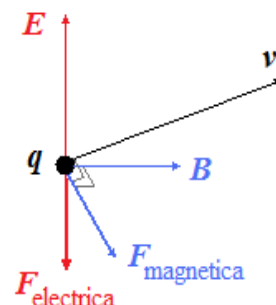
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cong 3 \cdot 10^8 \text{m/s.}$$

Câmpul electromagnetic este o entitate unitară a dualismului *câmp electric-câmp magnetic*, caracterizat de perechea vectorilor $(\vec{E}(t), \vec{B}(t))$, unde \vec{E} este *intensitatea câmpului electric*, iar \vec{B} este *inducția câmpului magnetic*.

Pentru scopurile cursului de față, se acceptă că un câmp electromagnetic poate fi separat în *câmp electric* și *câmp magnetic*. În electrodinamica relativistă, se poate arăta însă că, în funcție de sistemul de referință, un câmp electric se poate manifesta ca un câmp magnetic, și reciproc, un câmp magnetic poate apărea ca un câmp electric, adică aceste revelații sunt comportări duale ale unei singure entități, *câmpul electromagnetic*.

În limitele observației de mai sus, forța electromagnetică are două componente: forța electrică (pe direcția lui \vec{E}), și forța magnetică⁷ (perpendiculară pe planul format de vectorii \vec{v}, \vec{B}):

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{electrică}} + \vec{F}_{\text{magnetică}}, \quad \vec{F} = \underbrace{q\vec{E}}_{\text{forța electrică}} + \underbrace{q\vec{v} \times \vec{B}}_{\text{forța magnetică}}.$$



Intensitatea câmpului electric este forța electrică ce se exercită asupra unității de sarcină $q=+1\text{C}$, aflată în repaus:

$$\vec{E} = \frac{1}{q} \vec{F}_{\text{electrică}} \quad \text{sau, în modul} \quad E = \frac{1}{q} F|_{v=0}, \quad [E]_{\text{SI}} = \text{N/C.}$$

Referindu-ne acum la forța magnetică, ea este rezultatul unui produs vectorial

$$\vec{F}_{\text{magnetică}} = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow F_{\text{magnetică}} = qvB \cdot \sin(\vec{v}, \vec{B}).$$

² A se vedea fascicula *Oscilații* - cap. „Cauzele oscilațiilor”.

³ Numită și *permitivitate electrică*.

⁴ Numită și *permeabilitate magnetică*.

⁵ Lumina este o undă electromagnetică vizibilă.

⁶ Relația este o consecință a teoriei ondulatorii a lui Maxwell.

⁷ Cunoscută și sub denumirea de *forță Lorentz*.

În consecință, modulul forței magnetice depinde de $B_{\perp} = B \cdot \sin(\vec{v}, \vec{B})$, care este componenta transversală (normală) pe viteza \vec{v} a inducției magnetice. Componenta longitudinală nu are niciun efect asupra forței.

Inducția câmpului magnetic⁸ - componenta transversală pe direcția vitezei - este forța magnetică ce se exercită asupra unității de sarcină $q=+1C$, aflată în mișcare cu viteza de $1m/s$:

$$B_{\perp} = \frac{1}{qv} F_{\text{magnetica}}, \quad [B]_{SI} = \text{Tesla, simbol T.}$$

Exemple

1. Un electron, aflat într-un câmp electric constant, cu intensitatea $E=100N/C$, suferă o forță electrică

$$F_{\text{electrică}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^2, \text{ adică } F_{\text{electrică}} = 1,6 \cdot 10^{-17} N.$$

Deși extrem de mică, această forță imprimă electronului o accelerație uriașă, deoarece masa de repaus a particulei este extrem de mică $m_{0,\text{electron}} \cong 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$, astfel că, în lipsa ciocnirilor, după un timp $\Delta t = 0,1 \mu s$, viteza devine

$$v_{\text{electron}} = \frac{F_{\text{electrică}}}{m_{0,\text{electron}}} \cdot \Delta t, \quad \text{adică} \quad v_{\text{electron}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-17}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot 10^{-7} \cong 1,76 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

Astfel de viteze sunt atinse în tuburile fluorescente comerciale, unde coliziunile atomilor de mercur cu electronii accelerați conduc la excitarea celor dintâi, care, ulterior, de dezexcită radiativ, cu emisie de lumină. “Temperatura” unui astfel de electron accelerat este

$$T_{\text{electron}} = \frac{\frac{1}{2} m_{\text{electron}} \cdot v^2}{k_B} \Rightarrow \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \times (1,76 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \cong 120000 \text{ K !}$$

2. Dacă electronul, având viteza de mai sus, intră în câmpul magnetic terestru, cu componenta transversală a inducției $B_{\perp} = 2 \cdot 10^{-5} T$, atunci el va suferi o forță magnetică (Lorentz)

$$F_{\text{magnetica}} = e \cdot v \cdot B_{\perp}, \text{ adică } F_{\text{magnetica}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 1,76 \cdot 10^6 \times 2 \cdot 10^{-5} \cong 5,63 \cdot 10^{-18} N.$$

Forța magnetică este cu un ordin de mărime mai mică decât forța electrică. Din acest motiv, accelerarea particulelor cu sarcină (electroni, protoni) se face cu ajutorul câmpurilor electrice, iar traiectoria se ajustează cu ajutorul câmpurilor magnetice⁹.

Temă: Să se arate că unitatea de măsură “Tesla” are dimensiune de $NC^{-1}m^{-1}s$.

⁸ Pentru scopul cursului de față, considerăm suficientă această definiție.

⁹ Este cazul acceleratoarelor de la *Organizația Europeană pentru Cercetare Nucleară* (CERN).

Câmpul electromagnetic în materiale

Materialele sunt constituite din molecule, atomi (eventual ioni), în interiorul cărora sarcina electrică este parțial legată, parțial liberă, ocupând preferențial anumite zone spațiale (nucleu, orbitali atomici etc.), având așadar anumite *distribuții* spațiale¹⁰. Aceste distribuții sunt dinamice, modificându-se în timp. Materialele sunt neutre din punct de vedere electric, adică sarcina electrică în exces este nulă, sarcina pozitivă compensând aproape exact pe cea negativă. În metale există un număr mare de sarcini libere, de unde și proprietatea lor de a fi bune conducătoare electric.

Exemplu

Fie o monedă de cupru cu masa $m = 6,4$ g. Masa atomică a cuprului este $A_{\text{Cu}} = 64$, numărul sau de ordine în sistemul periodic este $Z_{\text{Cu}} = 29$, numărul lui Avogadro $N_A = 6,02217 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, iar masa molară a cuprului este $M_{\text{Cu}} = 64$ g/mol. Prin urmare, moneda conține $\nu = \frac{m}{M_{\text{Cu}}} = \frac{6,4}{64} = 0,1$ moli de cupru, și, deoarece $N = \nu N_A$, rezultă, în total, $N = 0,1 \cdot 6,02217 \cdot 10^{23} = 6,02217 \cdot 10^{22}$ atomi de cupru.

Așadar, sarcina electrică totală pozitivă va fi

$$q^+ = NZ_{\text{Cu}}q_p = 6,02217 \cdot 10^{22} \cdot 29 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,7943 \cdot 10^5 \text{ C},$$

iar sarcina electrică totală negativă va fi

$$q^- = NZ_{\text{Cu}}q_e = 6,02217 \cdot 10^{22} \cdot 29 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19}) = -2,7943 \cdot 10^5 \text{ C}.$$

În metale, o parte dintre electroni nu sunt legați de atomii de cupru, ci se mișcă aproape liber prin metal. Concentrația acestora este aproximativ $n_e = 8,5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, adică în moneda sunt aproximativ 8×10^{22} electroni liberi (am presupus că volumul monedei este de $0,9 \text{ cm}^3$, pentru o densitate masică a cuprului de $5,6 \text{ g/cm}^3$). Adică, fiecare atom contribuie aproximativ cu câte un electron la conducție. Există posibilitatea ca, în anumite condiții - de exemplu sub influența unui câmp electric exterior -, electronii liberi să se redistribuie în interiorul monedei, formând zone cu sarcină spațială în exces, deși moneda, în ansamblu, este neutră electric.

Electronii și protonii din atomi interacționează cu câmpurile electromagnetice prin forțele electromagnetice indicate prin relația (FEM). Deși sarcina electrică în exces a obiectelor (inclusiv a majorității ansamblurilor moleculare și atomice) este aproximativ nulă, rezultanta forțelor electromagnetice care acționează asupra obiectului poate fi nenulă, tocmai din cauza distribuțiilor asimetrice de sarcină electrică.

Asimetria dispunerii spațiale a sarcinilor în material, ca și deplasarea preferențială a acestora prin anumite zone spațiale (curenți electrici locali) este caracterizată cantitativ prin mărimile fizice *moment electric* și *moment magnetic*, care sunt esențiale pentru modul în care obiectele

¹⁰ A se vedea fascicula *Structura materiei*.

materialele *neutre electric* (fără sarcină în exces) interacționează cu câmpurile electromagnetice externe.

Deoarece, în general, poziția obiectelor în câmpuri este caracterizată de mărimea fizică de stare numită *energie potențială*¹¹, ne așteptăm ca și în câmpul electromagnetic poziția în câmp a momentelor electrice și magnetice să fie caracterizată de astfel de energii potențiale.

Moment electric, polarizație, energia potențială de interacție cu dipolul electric

Din cauză că distribuția spațială de sarcini pozitive și negative nu este simetrică, în zona respectivă se formează un *dipol electric*.

Momentul electric al dipolului (electric) este $\vec{\mu}^e = q\vec{d}$.

Energia potențială de interacție dintre dipolul electric și un câmp electric exterior \vec{E} este:

$$\mathcal{E}^e = -\vec{\mu}^e \cdot \vec{E} = -\mu^e E \cdot \cos(\mu^e, \vec{E}).$$

Momentele electrice tind să se orienteze pe direcția câmpului exterior $\vec{\mu}^e \uparrow\uparrow \vec{E}$, astfel că energia potențială de interacție să fie minimă

$$\mathcal{E}_{\min}^e = -\mu^e E \cdot \cos 0 = -\mu^e E.$$

La scară macroscopică, *polarizația* unui material este *momentul electric total* (ca sumă a momentelor electrice microscopice) din unitatea de volum

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i^e.$$

Atomii fie au moment electric permanent (cazul celor cu asimetrie spațială), fie se pot polariza temporar (moment indus de câmpul exterior):

$$\vec{P} = \underbrace{\epsilon_0 \chi^e \vec{E}}_{\text{polarizație temporară}} + \vec{P}_{\text{permanent}},$$

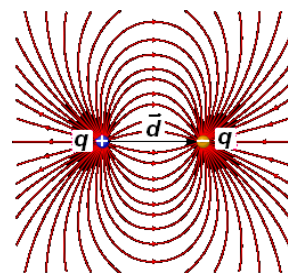
unde χ^e este *susceptivitatea electrică* a materialului.

Polarizația materialului modifică câmpul exterior, influența materialului fiind caracterizată de *inducția câmpului electric* \vec{D} :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \underbrace{(1 + \chi^e)}_{\epsilon_r} \vec{E} + \vec{P}_{\text{permanent}}.$$

În cazul materialelor fără polarizație permanentă, relația dintre inducția câmpului magnetic și intensitatea câmpului electric este

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad \text{sau} \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E}.$$



Dipol electric $\vec{\mu}^e = q\vec{d}$

¹¹ A se vedea fascicula *Mecanică* - Cap. *Mărimi energetice de stare și mărimi energetice de proces*.

Observație

În funcție de mărimea susceptivității electrice, materialele se clasifică în *dielectrice*, *paraelectrice* și *feroelectrice*. Spre exemplu, apa este o substanță paraelectrică, proprietate datorată moleculelor sale polare, care posedă moment de dipol electric molecular.

Materialele care au polarizație permanentă se numesc *electreți*. Momentele electrice se comportă, de fapt, ca microelectreți.

Aplicații

1. Traductoarele electro-acustice cu electreți sunt stabili în timp și se pretează la miniaturizare, în industria electronică.
2. Materialele cu molecule puternic polare (susceptivitate electrică mare) sunt utilizate la condensatoare.

Moment magnetic, magnetizație, energia potențială de interacție cu dipolul magnetic

Din cauză că sarcinile sunt în mișcare, ele dau naștere unor curenți electrici locali. În zona respectivă se formează un *dipol magnetic*.

Momentul magnetic al dipolului (magnetic) este $\vec{\mu}^m = i \vec{s}$, unde i este intensitatea curentului electric local, iar s este suprafața închisă de acesta.

Energia potențială de interacție dintre dipolul magnetic și câmpul magnetic extern este:

$$E^m = -\vec{\mu}^m \cdot \vec{B} = -\mu^m B \cdot \cos(\mu^m, \vec{B}),$$

unde \vec{B} este inducția câmpului magnetic exterior.

Momentele magnetice tind să se orienteze pe direcția câmpului exterior $\vec{\mu}^m \uparrow \vec{B}$, astfel că energia potențială de interacție să fie minimă

$$E_{\min}^m = -\mu^m B \cdot \cos 0 = -\mu^m B.$$

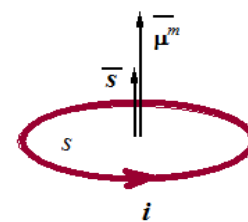
La scară macroscopică, magnetizația unui material este **momentul magnetic total** (ca sumă a momentelor magnetice microscopice) din unitatea de volum

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i^m.$$

Atomii fie au moment magnetic permanent (cazul orbitalilor cu asimetrie spațială), fie se pot magnetiza temporar (moment indus de câmpul exterior):

$$\vec{M} = \underbrace{\chi^m \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \vec{B}}_{\text{magnetizație temporară}} + \vec{M}_{\text{permanent}}, \quad \mu_r = 1 + \chi^m,$$

unde χ^m este *susceptivitatea magnetică* a materialului.



Dipol magnetic $\vec{\mu}^m = i \vec{s}$

Magnetizația materialului modifică câmpul exterior, influența materialului fiind caracterizată de *intensitatea câmpului magnetic* \vec{H} . Între intensitatea câmpului magnetic și inducția câmpului magnetic există o relație asemănătoare (nu identică!) cu cea dintre intensitatea câmpului electric și inducția câmpului electric

$$\mu_0(\vec{H} + \vec{M}_{\text{temporar}} + \vec{M}_{\text{permanent}}) = \vec{B}$$

Materialele care au magnetizație permanentă se numesc *magneți*.

În cazul materialelor fără magnetizație permanentă, ultima relație se poate scrie sub o formă asemănătoare celei din cazul electric, relația dintre inducția și intensitatea câmpului magnetic fiind

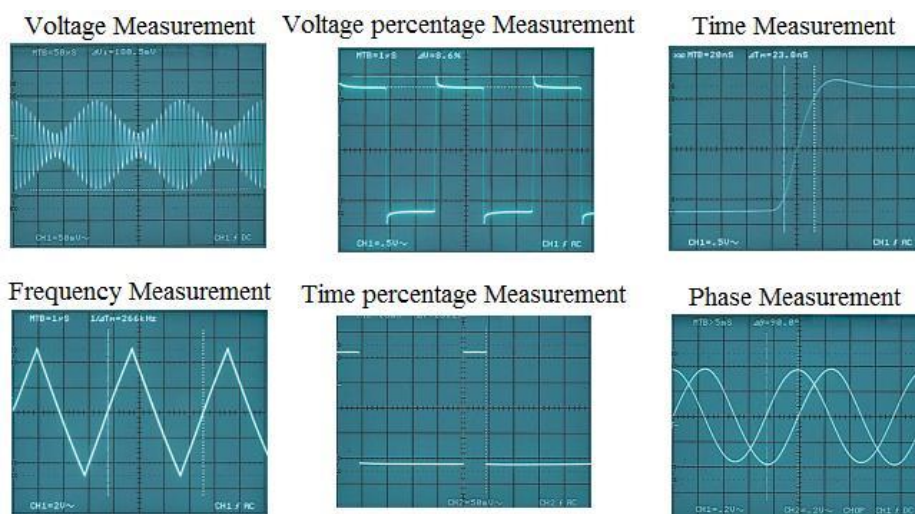
$$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H}, \quad \text{sau } \vec{B} = \mu\vec{H}.$$

Observație

În funcție de mărimea susceptivității magnetice, materialele se clasifică în *diamagnetice*, *paramagnetice* și *feromagnetice*. Spre exemplu, fierul, cobaltul și nichelul sunt substanțe feromagnetice, cu susceptivitate și constantă magnetică mare $\chi^m > 10^3$, datorată alinierii structurale a momentelor magnetice atomice¹².

Aplicații

1. Traductoarele magneto-acustice (difuzoarele audio) sunt dispozitive cu magneți permanenți.
2. Memoriile magnetice („hard disk”-urile) sunt memorii care utilizează materiale cu susceptivitate magnetică și constantă magnetică relativă extrem de mare $\mu_r \sim 10^6$.
3. În industria electronică se folosesc pe scară largă *condensatoarele* (caracterizate de *capacitate* electrică) și *bobinele* (caracterizate de *inductanță*), care sunt elemente nedisipative, cu ajutorul cărora se pot modela formele de undă $i(t)$ și $u(t)$ ale curentului și tensiunii, transformându-le în semnale utile pentru transferul de date, sau semnale de comandă și control etc. (v. figura).

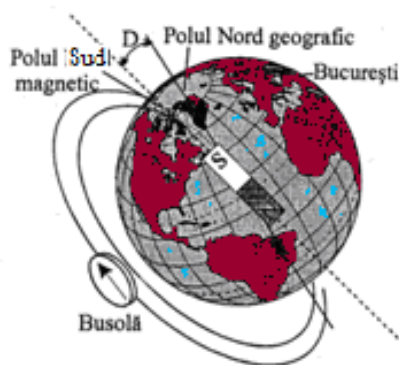


Forme de undă vizualizate pe osciloscop

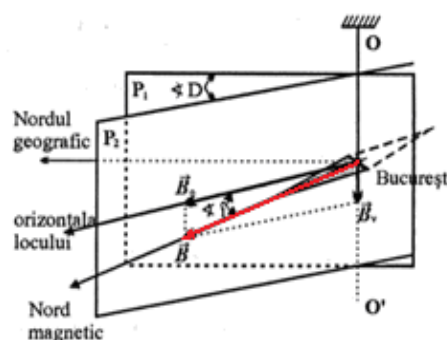
¹² Cunoscut sub denumirea de “domenii Weiss”.

Aplicație: câmpul magnetic terestru și busola.

Pământul se comportă ca un magnet permanent, înclinat cu 11° față de axa de rotație. Locul de pe glob, aflat la 1300km de nordul geografic, undeva în Canada, este de fapt, polul sud magnetic. Acul magnetic al unei busole (un mic magnet permanent), suspendat la mijloc, se orientează paralel cu inducția magnetică din locul respectiv, indicând acest pol „nord” (în realitate, pol sud magnetic).



În emisfera nordică, acul magnetic suspendat nu este situat în planul meridianului geografic, cu care formează un *unghi de declinație*; de asemenea, axa acului nu se află nici în planul orizontal al locului, cu care formează un *unghi de înclinație*.



OO'-verticală localului; P₁ -planul meridianului geografic; P₂ -planul meridianului magnetic; $\vec{B} \cong 2 \cdot 10^{-5} \text{T}$ inducția magnetică a câmpului magnetic terestru; \hat{D} -unghi de declinație; \hat{I} -unghi de înclinație.

Constanta electrică și constanta magnetică a materialelor

La scară macroscopică, momentele electrice și momentele magnetice se regăsesc în *constantă electrică* și *constantă magnetică* a materialului. Aceste mărimi fizice sunt asociate cu proprietatea materialului (ca distribuție de sarcini electrice) de a interacționa cu unda electromagnetică, atunci când este plasat în câmpul acesteia. Modificarea vitezei de propagare a undelor electromagnetice în materiale, fenomenele de absorbție, dispersie, refracție¹³ etc. depind de aceste constante de material.

1. *Constanta electrică*¹⁴ a materialului, notată ϵ ; pentru vid, valoarea acesteia este $\epsilon_0 \cong 8,8 \cdot 10^{-12} \text{F/m}$ (Farad pe metru). Pentru oricare alt material, constanta electrică este dată prin constanta electrică relativă $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$.

2. *Constanta magnetică*¹⁵ a materialului, notată μ ; pentru vid, valoarea acesteia este $\mu_0 \cong 4 \cdot 10^{-7} \text{H/m}$ (Henry pe metru). Pentru oricare alt material, constanta magnetică este dată prin constanta magnetică relativă $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$.

¹³ A se vedea fascicula *Oscilații și unde*.

¹⁴ Numită și *permitivitate electrică*.

¹⁵ Numită și *permeabilitate magnetică*.

Exemple

1. *Viteza luminii*¹⁶ în vid este viteza maximă în Univers, și depinde de constantele vidului¹⁷:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

Viteza unei electromagnetice în orice alt material este *mai mică* decât viteza luminii în vid

$$c_{\text{material}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} < c.$$

2. *Indicele de refracție* al unui material este

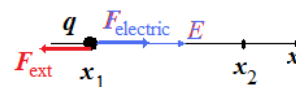
$$n_{\text{ref}} = \frac{c}{c_{\text{material}}} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} > 1.$$

Alte mărimi fizice caracteristice

Tensiunea electrică

Lucrul mecanic elementar al forței electrice, pentru a deplasa o sarcină pozitivă pe distanța dx împotriva unei forțe exterioare F_{ext} este¹⁸ $d\mathcal{L}_{\text{camp}} = F_{\text{electric}}(x) \cdot dx$, iar lucrul mecanic al forței electrice pentru a deplasa sarcina pe distanța $d = x_2 - x_1$ este:

$$\mathcal{L}_{\text{camp}} = \int_{x_1}^{x_2} F_{\text{electric}}(x) \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} qE(x) \cdot dx = q \int_{x_1}^{x_2} E(x) \cdot dx.$$



Tensiunea electrică dintre două puncte din câmp este lucrul mecanic necesar pentru a deplasa unitatea de sarcină pozitivă $q = +1\text{C}$ între cele două puncte:

$$U_{12} = \frac{\mathcal{L}_{F_{\text{ext}}}}{q} = -\frac{\mathcal{L}_{\text{camp}}}{q} \quad \text{sau} \quad U_{12} = -\int_{x_1}^{x_2} E(x) \cdot dx.$$

Observație

Mărimea $\Delta\mathcal{E}_{P12} = -qU_{12}$ este variația energiei potențiale electrice. Variația energiei potențiale este legată de lucrul mecanic al forțelor câmpului prin relația $\Delta\mathcal{E}_{P12} = -\mathcal{L}_{\text{camp}12}$. Interpretarea semnului negativ este convențională: spre exemplu, dacă forțele câmpului efectuează lucru mecanic, atunci energia potențială a ansamblului sarcină-câmp va scădea $\Delta\mathcal{E}_{P12} = -\mathcal{L}_{\text{camp}12} < 0$.

Potențialul electric. Poziția sarcinilor în câmp definește¹⁹ mărimea de stare *energie potențială* a ansamblului sarcini-câmp electric; din teorema de variație a energiei potențiale:

$$\mathcal{L}_{\text{camp}} = -(\mathcal{E}_{P2} - \mathcal{E}_{P1}),$$

¹⁶ Lumina este o undă electromagnetică vizibilă.

¹⁷ Relația este o consecință a teoriei undulatorii a lui Maxwell.

¹⁸ Semnul minus este luat prin convenție; a se vedea fascicula *Mecanică*.

¹⁹ A se vedea fascicula *Mecanică* – cap. *Energia potențială*.

așadar

$$qU_{12} = -(\mathcal{E}_{p2} - \mathcal{E}_{p1}).$$

Relația precedentă permite definirea *potențialului* electric cu ajutorul energiei potențiale a unității de sarcină

$$\mathcal{V}(x) = \frac{1}{q} \mathcal{E}_p.$$

Relațiile dintre potențial și intensitatea câmpului sunt cele cunoscute din mecanică:

$$\mathcal{V}(x) = -\int E(x) \cdot dx \quad \text{și} \quad E = -\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x}.$$

Semnul negativ semnifică faptul că intensitatea câmpului (forța) este orientată în sensul scăderii potențialului (energiei potențiale).

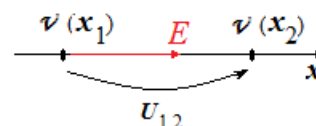
Tensiunea electrică dintre două puncte din câmp este diferența de potențial dintre acestea:

$$U_{12} = \mathcal{V}(x_1) - \mathcal{V}(x_2).$$

Tensiunea electrică (și potențialul electric) se măsoară în volți:

$$[\mathcal{V}]_{SI} = [U]_{SI} = \text{Volt, simbol V.}$$

Tensiunea electrică dintre două puncte este orientată, convențional, de la primul punct spre al doilea punct.



Temă

Să se arate că unitatea de măsură N/C a intensității câmpului electric are dimensiune de V/m.

Curentul electric

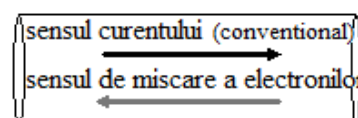
Curentul electric este o mișcare ordonată (convecție) de sarcini electrice.

Intensitatea curentului electric este sarcina pozitivă care trece în unitatea de timp printr-o suprafață fixă:

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad [i]_{SI} = \text{Amper, simbol A.}$$

Aplicație: sensul convențional al curentului electric

Numărul de electroni care trec, într-o secundă, prin secțiunea conductorului de alimentare a unui telefon mobil, prin care trece un curent mediu cu intensitatea $i=0,1\text{mA}$, este dat de



$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i = \frac{d(N_{e^-} \cdot e^-)}{dt} \Rightarrow \frac{dN_{e^-}}{dt} = \frac{i}{e^-}.$$

Efectuând calculele, rezultă:

$$\frac{dN_{e^-}}{dt} = \frac{10^{-4} \text{ A}}{-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cong -6,25 \cdot 10^{14} \text{ electroni pe secundă!}$$

Semnul minus înseamnă faptul că electronii trec în sens invers sensului curentului electric, care, **prin convenție, este sensul de mișcare al unor sarcini pozitive.**

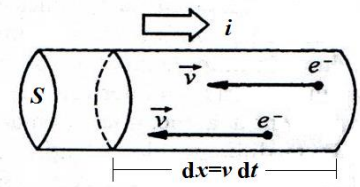
Aplicație: viteza de transport a electronilor în conductoare.

Printr-un fir de cupru cu secțiunea $S=1\text{mm}^2$ trece un curent cu intensitatea $i=10\text{A}$. Densitatea volumică de electroni liberi în cupru este aproximativ $n_e=8,5 \times 10^{22} \text{cm}^{-3}$.

Sa calculăm viteza medie a mișcării ordonate, de transport, a electronilor prin firul conductor.

Cu notațiile din figura alăturată, intensitatea curentului este

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i = \frac{d(en_e Sx)}{dt} \Rightarrow i = en_e Sv,$$



de unde viteza electronilor

$$v = \frac{i}{en_e S} \Rightarrow v = \frac{10}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,5 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6}} \Rightarrow v \cong 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ m/s, adică de ordinul a doar 1mm/s!}$$

Observație

Sarcina transportată în unitatea de timp prin unitatea de suprafață, orientată perpendicular pe direcția de curgere, este *densitatea de flux de sarcină* J_q , sau *densitatea superficială de curent electric*²⁰:

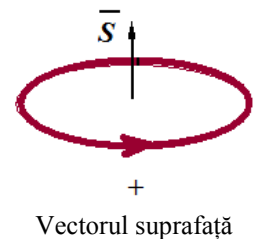
$$J_q = \frac{1}{S} \cdot \underbrace{\underbrace{\Phi_q}_{\text{fluxul de sarcină}}}_{\text{densitatea de flux = densitatea superficială de curent electric}} = \frac{1}{S} \frac{\partial q}{\partial t}, \quad [J_q]_{\text{SI}} = \text{A/m}^2.$$

Reciproc, intensitatea curentului electric este *fluxul densității de curent electric* prin suprafața fixă S .

Fluxuri

Fluxul electric, sau fluxul intensității câmpului electric prin suprafața S , este definit de mărimea

$$\Phi^e = \vec{E} \cdot \vec{S}, \quad [\Phi^e]_{\text{SI}} = \text{Vm}.$$



²⁰ A se vedea fascicula *Fenomene de transport* - cap. "Fenomene de drift".

Fluxul magnetic, sau fluxul inducției câmpului magnetic prin suprafața S , este definit de mărimea

$$\Phi^m = \vec{B} \cdot \vec{S}, \quad [\Phi^e]_{SI} = \text{Wb (Weber)}, \quad 1 \text{Wb} = 1 \text{T} \cdot 1 \text{m}^2.$$

Observații

Mărimile \vec{E} și \vec{B} pot fi considerate *densități de flux*, care, în cazul de mai sus, au fost considerate uniforme pe suprafață. Acest tip de mărime a fost definit în fascicula *Fenomene de transport*. Fluxurile sunt esențiale pentru înțelegerea fenomenelor electromagnetice și pentru proiectarea dispozitivelor electronice și electrotehnice. Aceste fenomene sunt descrise în mod unitar de patru ecuații cu derivate parțiale, *ecuațiile lui Maxwell*.

Ecuațiile lui Maxwell descriu interacția dintre sarcini electrice în mișcare (q, i) dintr-o zonă a spațiului fizic, cu alte sarcini electrice în mișcare (q', i') dintr-o altă zonă a spațiului, utilizând modelul câmpului electromagnetic (\vec{E}, \vec{B}). Aceste ecuații sintetizează teoria ondulatorie a câmpului electromagnetic.

Ecuațiile (legile) lui Maxwell

Ecuațiile lui Maxwell sunt cunoscute sub două forme: forma locală și forma integrală.

Forma locală (a se vedea figura alăturată) se obține din cea integrală, la limita elementelor de volum infinitezimale $\Delta V \rightarrow 0$.

Reciproc, prin sumarea contribuțiilor peste elementele de volum ale spațiului, se obține forma integrală.

Ecuațiile lui Maxwell sunt în număr de patru. Primele două ecuații se referă la sursele de câmp, iar celelalte două la efectele câmpului asupra materialelor (incluzând vidul).

În cele ce urmează este prezentată forma integrală a celor patru ecuații.

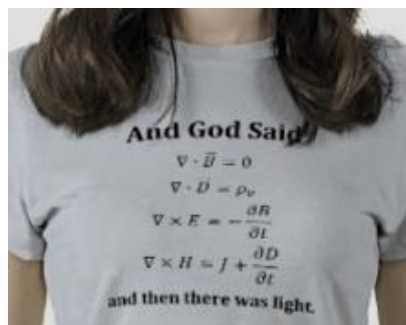
1. Legea fluxului electric²¹: fluxul electric printr-o suprafață închisă Σ este proporțional cu sarcina electrică din interiorul suprafeței, constanta de proporționalitate fiind $1/\epsilon$:

$$\Phi^e \Big|_{\Sigma} = \frac{1}{\epsilon} q_{\text{int}\Sigma}.$$

Legea permite aflarea configurației câmpului electric produs de o distribuție arbitrară de sarcini electrice. *Câmpul electric este produs de sarcini electrice.*

2. Legea fluxului magnetic: fluxul magnetic printr-o suprafață închisă Σ este nul:

$$\Phi^m \Big|_{\Sigma} = 0.$$



Forma locală a ecuațiilor lui Maxwell

După http://en.wikipedia.org/wiki/File:Illustration_of_Maxwell%27s_equations_in_relati_on_to_Genesis_1.3.jpeg

²¹ Aceasta lege a fost descoperită, independent, de Gauss, motiv pentru care se mai numește *legea lui Gauss*.

Legea exprima faptul că nu exista “sarcini” magnetice. **Câmpul magnetic este generat tot de sarcini electrice, aflate în mișcare, adică de curenți electrice.**

3. Legea inducției electromagnetice: tensiunea electromotoare indusă într-un circuit este proporțională cu viteza de variație a fluxului magnetic prin suprafața circuitului:

$$u = -\frac{d\Phi^m}{dt}$$

Legea explică generarea câmpurilor electrice $E(t)$ de câmpurile magnetice variabile în timp $B(t)$. Fenomenul se utilizează la producerea energiei electrice.

4. Legea circuitelor magnetice: intensitatea totală a curentului (denumită și *tensiune magnetomotoare*) printr-un circuit este suma dintre curentul electric de conducție prin circuit și așa numitul *curent de deplasare*, care este proporțional viteza de variație a fluxului electric printr-o secțiune a circuitului

$$i_{\text{total}} = \varepsilon \frac{d\Phi^e}{dt} + i_{\text{conducție}}$$

Legea explică generarea câmpurilor magnetice $B(t)$ de către câmpurile electrice variabile în timp $E(t)$. Fenomenul are aplicații la proiectarea și fabricarea *electromagnetilor, a motoarelor electrice și a transformatoarelor.*

Ecuatiile lui Maxwell permit deducerea ecuației de propagare a câmpului electromagnetic: oricare componenta Ψ a câmpului electromagnetic (\vec{E}, \vec{B}) satisface ecuația

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{1}{\varepsilon\mu} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = 0, \quad (\text{Ecuția undelor})$$

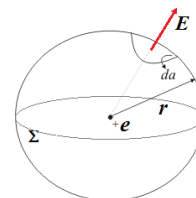
a cărei soluție este de forma $\Psi(t, x) = \Psi_0 \sin(\omega t - kx)$, cu $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{\omega}{k}$, adică o undă

electromagnetică. **În concluzie, ecuațiile lui Maxwell explică propagarea câmpului electromagnetic, prin generarea reciprocă a câmpurilor electrice și magnetice variabile în timp.**

În cazul câmpurilor staționare $\partial/\partial t=0$ câmpurile electric și magnetic sunt decuplate, nu există generare reciprocă, nici propagare prin undă electromagnetică.

Exemple

1. Câmpul electric generat de un proton în spațiul din jurul său este un câmp cu simetrie sferică. Se aplică prima ecuație Maxwell pe suprafața sferică închisă Σ , de rază r . Din considerente de simetrie, vectorul \vec{E} nu poate fi orientat decât radial, iar modulul său depinde exclusiv de raza sferei:

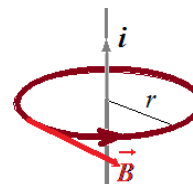


$$\Phi^e \Big|_{\Sigma} = \frac{1}{\varepsilon} q_{\text{int}\Sigma} \Rightarrow 4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon} e \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{e}{r^2}$$

1. Configurații ale unor câmpuri magnetice uzuale. Deși nu este evident, rezultatele următoare decurg din aplicarea ecuației a patra a lui Maxwell: $i_{\text{total}} = \varepsilon \frac{d\Phi^e}{dt} + i_{\text{conducție}}$

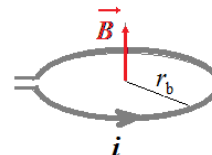
i/ Câmpul magnetic din jurul unui conductor parcurs de curent electric este un câmp circular, a cărui inducție magnetică la distanța r este:

$$B = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}.$$



ii/ Inducția magnetică în centrul unei spire de rază r_b , parcursă de curentul i (buclă de curent) este consecința relației precedente:

$$B = \mu \cdot \frac{i}{2r_b}.$$

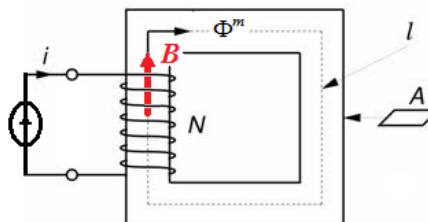


Acest rezultat se poate generaliza în cazul a N spire, adică la bobine:

$$B = \mu \cdot \frac{Ni}{2r_b}.$$

iii/ În cazul unui *solenoid* (bobină de construcție specială, cu un singur strat, spiră lângă spiră), cu lungimea l și având N spire, inducția magnetică în centrul acestuia este:

$$B = \mu \cdot \frac{Ni}{l}.$$



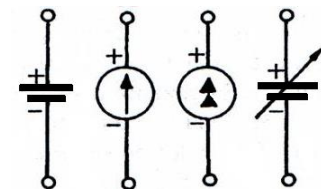
II. Circuite electrice

Circuitele electrice sunt ansambluri de generatoare și consumatoare interconectate prin medii conductoare. Rolul circuitelor este acela de a transporta lucrul mecanic de la locul unde se produce la locul unde este necesar consumului. Circuitele asigură mediul conductor prin care se mișcă sarcina electrică, cu pierderi minime de energie cinetică.

Elemente de circuit

Generatoare și consumatoare de energie electrică

Din punct de vedere economic, metoda cea mai convenabilă de a transporta energia din locul unde se produce în locul unde se consuma, este sub forma de câmp electromagnetic, prin medii adecvate, care permit propagarea câmpului cu cât mai puține pierderi. Astfel de medii sunt ghidurile de undă (fibre optice, cabluri coaxiale), sau chiar spațiul liber (cazul luminii solare, al undelor de radiofrecvență etc.). În particular, atunci când sunt necesare energii mari, este necesar *transportul sarcinii electrice*, nu doar al câmpului; este cazul rețelelor electrice, compuse din medii conductoare, care permit transportul sarcinii electrice de la dispozitivul generator (dynam, alternator, pilă chimică) la dispozitivul consumator (motor electric, plită, filtru electronic etc.).



Simboluri pentru generatoare de energie electrica

Transportul de sarcină electrică înseamnă energie cinetică de mișcare a sarcinilor. În regim staționar, energia cinetică a acestora rămâne constantă în timp, adică variația ei este nulă $\Delta E_C = 0$. Din teorema de variație a energiei totale rămâne doar termenul de variație a energiei potențiale. La consumator, lucrul mecanic este cedat în exteriorul circuitului L_{ext} , fiind efectuat pe seama scăderii energiei potențiale electrice

$$E_{P_{jos}} - E_{P_{sus}} = L_{ext} < 0$$

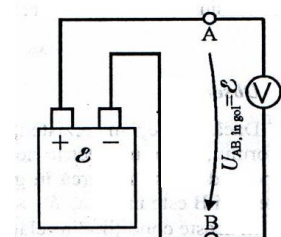
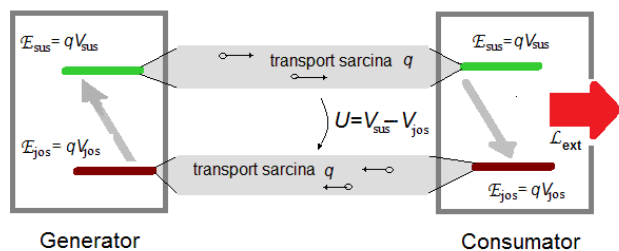
sau

$$qU = -L_{ext} > 0.$$

Uzual, lucru mecanic este denumit “energie” electrică. Aceasta energie este furnizată de generator. Dispozitivele care produc, între borne, o tensiune electrică sustenabilă în timp, se numesc *generatoare*, sau *surse de energie electrică*. Generatorul conectat la consumator formează, împreună, un *circuit simplu*.

Tensiunea electromotoare este tensiunea care se măsoară la bornele generatorului, în absența oricărui consumator, adică la funcționarea în gol:

$$\mathcal{E} = U_{AB, \text{ in gol}}$$



Există două mari clase de generatoare:

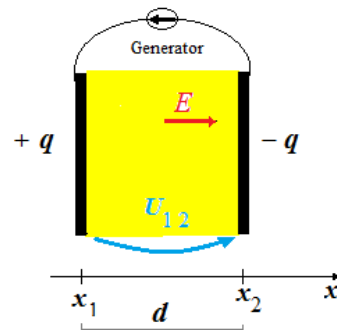
1. Generatoare de tensiune continuă, la care tensiunea electromotoare este constantă $\mathcal{E}=\text{constant}$ (de exemplu, bateriile comerciale de 1,5V, 12V etc., unde energia de compensare este de tip chimic, prin reacții plumb-acid sulfuric, litiu-oxigen etc.).
2. Generatoare de tensiune *alternativă* (de exemplu, rețeaua publică de alimentare, unde energia de compensare este de tip mecanic, putând proveni de la motoarele termice din termocentrale, sau de la turbinele hidro sau eoliene), unde tensiunea oscilează cu frecvența $f=50\text{Hz}$, având o variație descrisă de prin $u(t)=U_0 \sin(2\pi ft)$.

Exemplu

Lucrul produs de o baterie comercială cu tensiunea electromotoare de 1,5V pentru a transporta un electron între cei doi poli ai săi este (în valori absolute) $\mathcal{L}=e\mathcal{E} \Rightarrow \mathcal{L}=2,4 \cdot 10^{-19}\text{J}$, sau $\mathcal{L}=1,5\text{eV}$ (electron-volt). Acest lucru este convertit, la consumator, fie în lucru mecanic (dacă elementul consumator este un motor), fie în radiație luminoasă (dacă elementul consumator este o diodă luminiscentă), fie în căldură (dacă elementul consumator este un rezistor). Transportul energiei de la generator la consumator se face prin medii conductoare, care permit deplasarea sarcinii electrice.

Condensator, capacitate electrică, energia în câmp electric, rigiditatea dielectrică

Două suprafețe metalice, așezate față în față, separate printr-un material izolator, formează un *condensator electric*. Dacă acest condensator este cuplat la un generator de tensiune continuă U_{12} , atunci acesta “se încarcă”, pe armăturile sale se acumulându-se sarcini electrice în exces, egale și de semne contrare ($+q, -q$). Transportul acestor sarcini electrice se efectuează pe seama lucrului efectuat de generator; formal, sarcinile pozitive trec de la armătura x_2 la armătura x_1 , împotriva câmpului care ia naștere între armăturile condensatorului. Sarcinile se distribuie uniform pe armături, și dau naștere, în spațiul dintre acestea, unui câmp electric constant $E=\text{constant}$, cu intensitatea câmpului dată de



$$U_{12} = - \int_{x_2}^{x_1} E(x) \cdot dx = E(x_2 - x_1) = Ed \Rightarrow E = \frac{U_{12}}{d}.$$

Raportul dintre sarcina electrică și tensiunea electrică se numește *capacitate electrică*

$$C_{\text{el}} = \frac{q}{U_{12}}, \quad [C_{\text{el}}]_{\text{SI}} = \text{Farad, simbol F; } 1\text{F} = 1\text{C}/1\text{V}.$$

Presupunând că încărcarea se face de la zero la q , lucrul mecanic efectuat de generator este

$$\mathcal{L}_{12} = \int_0^q u(q) \cdot dq \Rightarrow \mathcal{L}_{12} = \int_0^q \frac{q}{C_{\text{el}}} \cdot dq \Rightarrow \mathcal{L}_{12} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_{\text{el}}}.$$

Acest lucru se regăsește în energia potențială a ansamblului dipolilor electrici aflați în materialul izolator plasat în câmpul dintre armături, putând fi calculată cu oricare dintre relațiile

$$E_{P,el} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_{el}}, \text{ sau } E_{P,el} = \frac{1}{2} qU_{12}, \text{ sau } E_{P,el} = \frac{1}{2} C_{el}U_{12}^2.$$

Această energie poate fi eliberată în orice moment în circuitul exterior. Din acest motiv, **capacitatea electrică este o măsură a energiei potențiale ce poate fi stocată în câmpul materialului dielectric.**

Pe lângă proprietatea de a fi izolator electric, materialul dintre armăturile condensatoarelor trebuie să fie și *polarizabil*, adică să aibă constantă electrică relativă ϵ_r mare, pentru a putea “înmagazina” energie potențială. **Capacitatea electrică este proporțională cu constanta electrică relativă a materialului dielectric, în comparație cu situația în care materialul ar fi vidul:**

$$C_{el} = \epsilon_r \cdot C_{el0}.$$

Cu cât capacitatea electrică este mai mare, cu atât energia potențială din câmp este mai mare. La scară microscopică, această energie potențială este suma energiilor potențiale de

interacție ale dipolilor electrici din materialul dielectric $E_{P,el} = \sum_i \vec{\mu}_i^e \cdot \vec{E}$.

Se poate arăta că, dacă materialul dielectric are volumul V , atunci $E_{P,el} = \frac{1}{2} V \vec{E} \vec{D}$, iar densitatea volumică de energie electrică se scrie

$$w_{P,el} = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{D} = \frac{1}{2} \epsilon E^2.$$

Capacitățile electrice uzuale ale condensatoarelor din industria electronică sunt în domeniul nanofarazi-microfarazi.

Modelul condensatorului electric este util și când armăturile nu sunt neapărat metalice. *Orice* acumulări de sarcini electrice pe *orice* suport material poate fi privit ca o “armătură”, sau o parte a armăturii unui condensator. Ceea ce este important este că acumulările de sarcină electrică conduc la formarea de câmpuri electrice între diverse perechi de obiecte caracterizate de *capacități mutuale*. Spre exemplu, între trei obiecte distincte se formează trei perechi de capacități mutuale (fiecare cu fiecare), între patru obiecte se formează șase capacități mutuale s.a.m.d. Capacitățile electrice, câmpurile electrice și tensiunile electrice se definesc pentru fiecare pereche (fiecare cu fiecare):

$$C_{ij,el} = \frac{q_{ij}}{U_{ij}}; \quad E_{ij} = \frac{U_{ij}}{d_{ij}}.$$

Cu cât tensiunea de încărcare a condensatorului este mai mare, cu atât crește sarcina acumulată, ca și intensitatea câmpului electric dintre armături. Între armăturile condensatorului

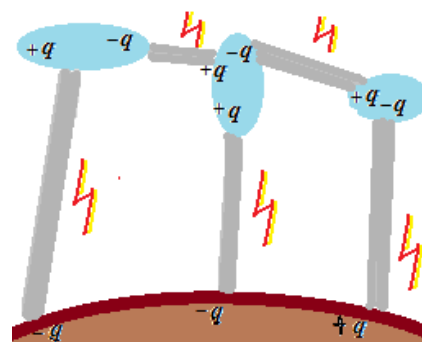
se află un material izolator electric. Acest material se poate *străpunge*, adică poate deveni conductor, dacă se depășește o valoare maximă a intensității câmpului electric, numită *rigiditate dielectrică*

$$E_R = \frac{U_{12,\max}}{d}.$$

Calitatea materialelor izolatoare este dată de mărimea rigidității dielectrice. Rigiditatea dielectrică a aerului uscat este aproximativ $E_R \cong 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Fulgerele, tunetele și trăznetele sunt străpungeri ale aerului atmosferic, prin depășirea rigidității sale dielectrice în sistemele de condensatoare mutuale nor-nor, sau nor-Pământ. Traseul străpungerii este format din *plasmă* (mediu gazos ionizat, conductor).

Aplicație: capacități mutuale și descărcări electrice atmosferice

Între norii atmosferici, sau între nori și Pământ (v. Fig.), se formează condensatoare mutuale, unde acumulările de sarcină se distribuie astfel încât condensatoarele se constituie în perechi, dar sarcina în exces, pe fiecare nor, sau pe Pământ (cu rol de armături), este, aproximativ, nulă (se spune că norii “se electrizează prin influență”). Pe aceste condensatoare se acumulează sarcini electrice în exces, iar între nori, ca și între nori și Pământ, apar tensiuni electrice de ordinul zecilor sau sutelor de milioane de volți. Dacă rigiditatea dielectrică a aerului (de aproximativ 1kV/mm) este depășită, atunci se formează canale de străpungere, unde intensitățile curenților electrici pot atinge milioane de amperi.



Liniile gri sugerează câmpurile mutuale și canalele de străpungere

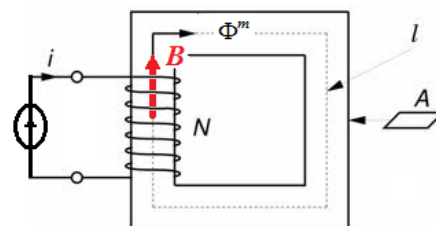
Teme

1. Explicați rolul paratrăznetului.
2. Explicați de ce, când sunteți la munte, în condiții de ploaie, nu este bine nici să vă adăpostiți sub copaci, nici să alergați.

Bobină, inductanță magnetică, energia în câmp magnetic

Curenții electrici (în general sarcinile electrice în mișcare) generează câmpuri magnetice. În particular, traiectoriile închise ale sarcinilor formează “bucle” de curent (electroni pe orbitali atomici, spire conductoare macroscopice, bobine din fire conductoare etc.).

În cazul unei bobine parcursă de curentul i , inducția magnetică B străbate suprafața $S=NA$ a circuitului format din spirele bobinei, astfel că fluxul magnetic este $\Phi^m = B \cdot NA$.



Raportul dintre fluxul magnetic prin circuit și intensitatea curentului electric se numește *inductanță*

$$L_m = \frac{\Phi^m}{i}, \quad [L_m]_{SI} = \text{Henry, simbol H; } 1\text{H} = 1\text{Wb}/1\text{A}.$$

Presupunând că intensitatea curentului crește de la zero la i , lucrul mecanic efectuat de generator este

$$\mathcal{L}_{12} = \int_0^i \Phi^m(i) \cdot di \Rightarrow \mathcal{L}_{12} = \int_0^i L_m i \cdot di \Rightarrow \mathcal{L}_{12} = \frac{1}{2} L_m i^2.$$

Acest lucru se regăsește în energia potențială a ansamblului dipolilor magnetici aflați în materialul plasat în câmpul dintre armături, putând fi calculată cu oricare dintre relațiile

$$\mathcal{E}_{P,m} = \frac{1}{2} L_m i^2, \quad \text{sau} \quad \mathcal{E}_{P,m} = \frac{1}{2} \Phi^m i, \quad \text{sau} \quad \mathcal{E}_{P,m} = \frac{1}{2} \frac{(\Phi^m)^2}{L_m}.$$

Această energie poate fi eliberată în circuitul exterior. Din acest motiv, *inductanța este o măsură a energiei potențiale ce poate fi stocată în câmpul materialului cu proprietăți magnetice.*

Materialul din miezul bobinelor (solenozilor) trebuie să fie *magnetizabil*, adică să aibă constantă magnetică relativă μ_r mare, pentru a putea “înmagazina” energie potențială. *Inductanța este proporțională cu constanta magnetică relativă a materialului miezului, în comparație cu situația în care materialul ar fi vidul:*

$$L_m = \mu_r \cdot L_{m0}.$$

Cu cât inductanța este mai mare, cu atât energia potențială din câmp este mai mare. La scară microscopică, această energie potențială este suma energiilor potențiale de interacție

$$\text{ale dipolilor magnetici din materialul miezului } \mathcal{E}_{P,m} = \sum_i \vec{\mu}_i^m \cdot \vec{B}.$$

Se poate arăta că, dacă materialul miezului are volumul V , atunci $\mathcal{E}_{P,m} = \frac{1}{2} V \vec{B} \vec{H}$, iar densitatea volumică de energie magnetică se scrie

$$w_{P,m} = \frac{1}{2} \vec{B} \vec{H} = \frac{1}{2\mu} B^2.$$

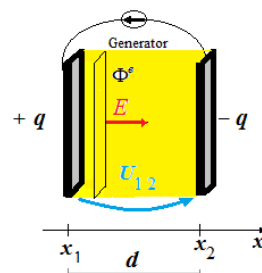
Inductanțele uzuale ale bobinelor din industria electronică sunt de ordinul zecilor de microhenry.

Observații

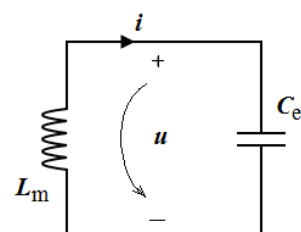
1. Pentru simetrie, relațiile energiei potențiale din câmpul electric dintre armăturile unui condensator pot fi scrise cu ajutorul fluxului electric, ținând cont de ecuația întâi a lui Maxwell:

$$E_{p,el} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon^2 (\Phi^e)^2}{C_{el}}, \text{ sau } E_{p,el} = \frac{1}{2} \varepsilon \Phi^e U_{12}.$$

Reciproc nu este adevărat, adică energia potențială din câmpul magnetic nu poate fi scrisă cu ajutorul unor eventuale sarcini magnetice, deoarece astfel de sarcini nu există, după cum stipulează ecuația a doua a lui Maxwell.



2. Condensatoarele și bobinele sunt elemente de circuit care au proprietatea de a stoca energie potențială electromagnetică (proprietate caracterizată de capacitatea electrică C_{el} și, respectiv, inductanța L_m), și pot, prin aceasta, să modeleze formele tensiunii și intensității curentului $u(t)$ și $i(t)$ în circuit, fiind utilizate în toate aparatele electrice și electronice. Dinamica schimbului de energie electrică-energie magnetică într-un circuit cu bobina-condensator, denumit „circuit LC” poate fi studiată la adresa http://en.wikipedia.org/wiki/File:Tuned_circuit_animation_3.gif.



Rezistența și conductivitatea electrică

Proprietatea unui material de a se opune transportului de sarcina electrica se numeste *rezistență electrică*.

$$[R]_{SI} = \text{Ohm}, \text{ simbol } \Omega.$$

Legea lui Ohm

Intensitatea curentului care trece printr-un rezistor este direct proporțională cu tensiunea electrică dintre capetele acestuia, factorul de proportionalitate depinzând de rezistența electrică

$$I = \frac{1}{R} U.$$



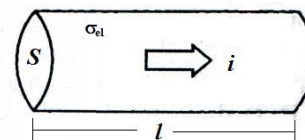
Exemplu

Printr-o lampă fluorescentă alimentată la 220V trece un curent electric cu intensitatea de 470mA. Rezistența electrică a lămpii este $R = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{220V}{0,47A} \cong 468\Omega$.

Din perspectiva materialului, măsura în care acesta permite transportul sarcinii electrice depinde de structura sa și de densitatea volumică a purtătorilor liberi de sarcină electrică. Aceste particularități sunt cuprinse în mărimea fizică de material denumită *conductivitatea*

electrică, notată σ_{el} ; în funcție de conductivitatea electrică, rezistența electrică a unui material cu secțiunea S și cu lungimea l este

$$R = \frac{1}{\sigma_{el}} \cdot \frac{l}{S}, \quad [\sigma_{el}]_{SI} = \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$$



În tabelul alăturat sunt indicate conductivitățile electrice ale celor mai bune materiale conductoare.

Material	$\sigma_{el} (\times 10^7 \Omega^{-1} m^{-1})$
Aur (Au)	4,5
Argint (Ag)	6,3
Cupru (Cu)	5,8
Aluminiu (Al)	3,8

Exemplu

Rezistența electrică a unui fir de cupru cu lungimea de 1m și aria secțiunii de $1mm^2$ este

$$R = \frac{1}{5,8 \cdot 10^7} \cdot \frac{1}{10^{-6}} \Rightarrow R = 17 m\Omega.$$

Dacă firul ar fi de zece ori mai lung, rezistența sa electrică ar fi de $0,17\Omega$. Un consumator aflat la distanța de 5m de sursă este alimentat printr-un cablu bifilar care, în total, are lungimea de 10m, așadar are o rezistență electrică de $0,17\Omega$.

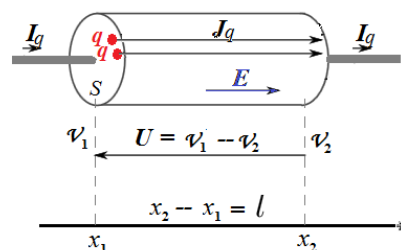
Teme

1. Calculați rezistența electrică a unei linii de alimentare cu lungimea de 1km, făcută din fir conductor de cupru cu diametrul de 1cm.
2. Indicați unde sunt folosite aurul, argintul, cuprul și aluminiul datorită proprietăților lor de materiale conductoare.

Legea lui Ohm ca fenomen de transport

Fie un mediu conductor cilindric, de secțiune S și lungime $l = x_2 - x_1$, între capetele căruia există o diferență de potențial $\Delta\mathcal{V} = \mathcal{V}(x_2) - \mathcal{V}(x_1)$. Ecuația de transport²² se scrie

$$\frac{1}{S} \Phi_q = -\sigma_{el} \frac{\mathcal{V}(x_2) - \mathcal{V}(x_1)}{x_2 - x_1}.$$



Ținând cont de notațiile din figură, relația devine

$$\Phi_q = \sigma_{el} S \frac{\Delta\mathcal{V}}{l}.$$

Rescriind tensiunea electrică $U = \mathcal{V}(x_1) - \mathcal{V}(x_2)$, relația ajunge la forma cunoscută a legii lui Ohm

²² A se vedea fascicula *Fenomene de transport*.

$$\Phi_q \stackrel{\text{notat}}{=} I_q = \frac{U}{R},$$

unde $R = \frac{1}{\sigma_{el}} \cdot \frac{l}{S}$ este rezistența electrică. În concluzie, legea lui Ohm, la scară macroscopică, se explică, microscopic, prin convecția, sau driftul purtătorilor de sarcină electrică.

Grupări serie

Generatoarele și rezistoarele, ca și alte elemente de circuit, se pot conecta în serie.

O grupare serie este cea din fig. 2.14. Bornele grupării sunt notate A și B. Conectăm la bornele grupării un generator. Prin circuit va trece un curent de intensitate I , iar tensiunea la bornele grupării va fi U_{AB} . Aplicând legea lui Ohm pe porțiunea de circuit dintre A și B, avem:

$$U_{AB} = R_{AB} \cdot I$$

Pe de altă parte:

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \mathcal{V}_A - \mathcal{V}_B = (\mathcal{V}_A - \mathcal{V}_M) + (\mathcal{V}_M - \mathcal{V}_N) + (\mathcal{V}_N - \mathcal{V}_B) = \\ &= U_{AM} + U_{MN} + U_{NB}. \end{aligned}$$

Aplicând din nou legea lui Ohm pentru fiecare rezistor:

$$U_{AM} = IR_1$$

$$U_{MN} = IR_2$$

$$U_{NB} = IR_3$$

Sumând relațiile de mai sus:

$$U_{AB} = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

În concluzie, identificând expresia tensiunii U_{AB} , se obține

$$R_{AB} = R_1 + R_2 + R_3.$$

În general, rezistența a n rezistoare conectate în serie este suma rezistențelor acestora (fig.2.15)

$$R_{\text{serie}} = R_{AB} = \sum_{k=1}^n R_k$$

Analog rezistoarelor, și generatoarele se pot conecta în serie (fig. 2.16). Tensiunea dintre bornele A și B ale grupării se poate scrie sub forma

$$U_{AB} = \mathcal{V}_A - \mathcal{V}_B = (\mathcal{V}_A - \mathcal{V}_M) + (\mathcal{V}_M - \mathcal{V}_N) + (\mathcal{V}_N - \mathcal{V}_B)$$

sau

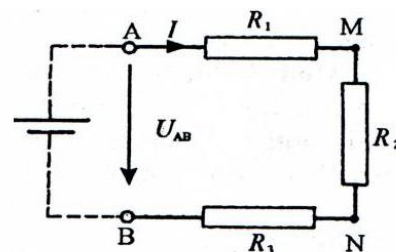


Fig. 2.14. Grupare serie

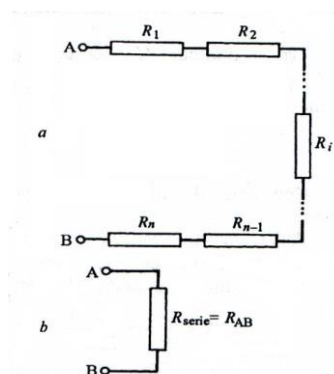


Fig. 2.15. Rezistoare legate în serie (a) și rezistorul echivalent (b)

$$U_{AB} = U_{AM} + U_{MN} + U_{NB}.$$

Când între bornele A și B nu este conectat niciun rezistor, intensitatea curentului este zero, iar circuitul funcționează în gol:

$$U_{AB, \text{ in gol}} = U_{AM, \text{ in gol}} + U_{MN, \text{ in gol}} + U_{NB, \text{ in gol}}.$$

La funcționarea în gol, tensiunea electrică la bornele fiecărui generator este chiar tensiunea electromotoare, așadar:

$$U_{AB, \text{ in gol}} = \mathcal{E}_{\text{serie}} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3$$

Tensiunea electromotoare echivalentă a n generatoare legate în serie este suma tensiunilor electromotoare ale generatoarelor din grupare.

$$U_{AB, \text{ in gol}} = \mathcal{E}_{\text{serie}} = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i$$

Temă

Câte elemente sunt înseriate la un acumulator auto?

Rezistența internă a generatoarelor

Orice generator electric real se caracterizează printr-o tensiune electromotoare \mathcal{E} și o rezistență internă r .

Fie circuitul simplu format dintr-un generator real conectat la un consumator R (fig. 2.28 a). Rezistența internă a generatorului este în serie cu rezistența exterioară R , prin urmare, rezistența întregului circuit este (fig. 2.28 b):

$$R_{\text{serie}} = R + r$$

La capetele rezistenței R_{serie} se aplică tensiunea \mathcal{E} , deci, conform legii lui Ohm, intensitatea curentului este:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{serie}}} = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

Relația de mai sus este cunoscută și sub denumirea de legea lui Ohm pentru un circuit simplu (fără ramificații).

Din cauza rezistenței interne, tensiunea la bornele generatorului este mai mică decât tensiunea electromotoare

$$U_{AB} = IR = \mathcal{E} \cdot \frac{R}{r + R} \leq \mathcal{E}$$

Dacă $r=0$, generatorul ar fi unul ideal, iar tensiunea la bornele sale ar fi egală cu tensiunea electromotoare

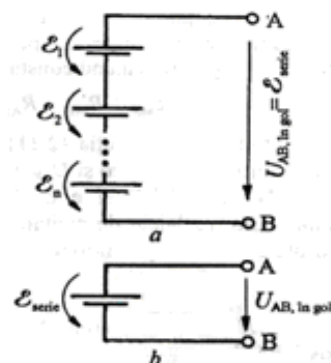


Fig. 2.17. Generatoare în serie (a) și generatorul echivalent (b)

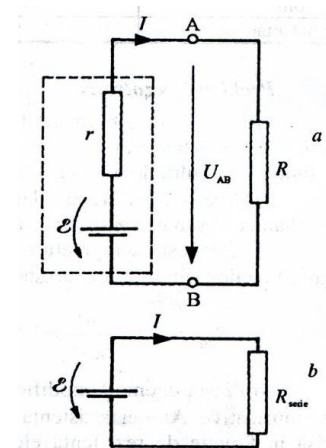


Fig. 2.28. Circuitul simplu (a) și modelul său echivalent (b)

$$U_{AB, r=0} = \mathcal{E}$$

Exemplu

1. Un acumulator auto are tensiunea electromotoare (măsurată în gol) $\mathcal{E}=13,2\text{V}$. La pornirea motorului, intensitatea curentului în circuit este de $I=54\text{A}$, iar tensiunea la bornele acumulatorului scade la $U_{AB}=10,8\text{V}$ (este valabilă fig.2.28 a).

$$\text{Rezistența internă a acumulatorului este } r = \frac{\mathcal{E} - U_{AB}}{I} \Rightarrow R = \frac{13,2 - 10,8}{54} \cong 44 \text{ m}\Omega.$$

Această rezistență internă este dată de electrozii de plumb, de electrolit (acid sulfuric) etc.

Teme

1. „Creioanele” de tensiune sunt dispozitive cu ajutorul cărora se verifică prizele (“faza” și “nulul”) de la rețelele casnice. Explicați funcționarea acestora.
2. Explicați de ce nu puteți porni un electromotor auto cu zece elemente comerciale AA înseriate, fiecare având tensiunea nominală de 1,5V, așadar 15V în total.

Transportul energiei electrice la distanță

Efectul Joule

Efectul Joule constă în disipația energiei electrice (conversia în căldură): $Q = \mathcal{L}_{\text{ext}}$ sau $Q = uq$, unde sarcina q și tensiunea u pot fi funcții de timp.

În cazul curentului continuu: $q = It$ deci $Q = UIt$.

Spre deosebire de condensatoare și bobine, rezistoarele sunt elemente disipative, transformând energia cinetică a sarcinilor electrice în căldură: $Q = I^2Rt$, sau $Q = \frac{U^2}{R}t$.

Puterea este energia în unitatea de timp: $P = I^2R$, sau $P = \frac{U^2}{R}$.

De obicei, transformarea lucrului în căldură este nedorită. Elemente de circuit nedisipative sunt condensatoarele și bobinele, cu ajutorul cărora se obțin formele de undă pentru tensiunea electrică $u(t)$ și intensitatea curentului $i(t)$ necesare, de exemplu, pentru formarea imaginilor pe monitoare.

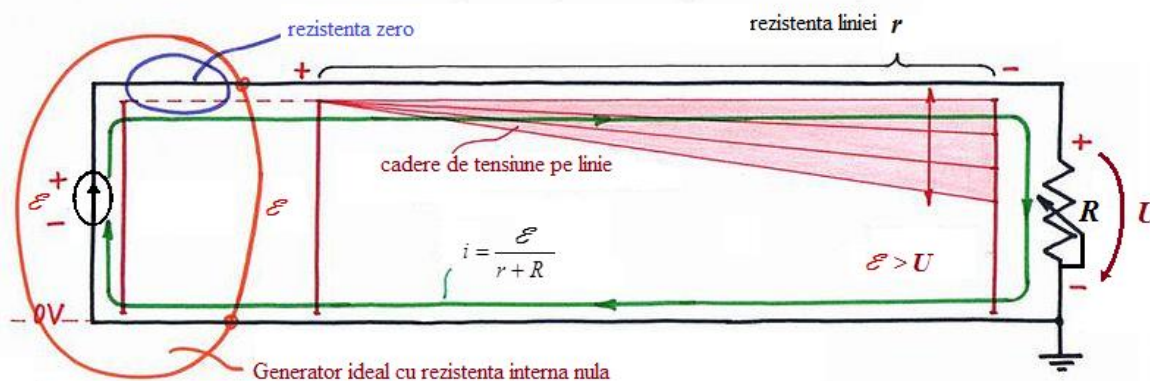
Exemple

1. Mașinile de spălat încălzesc apa cu ajutorul unei rezistențe electrice cu puterea de 2,2kW, alimentată la rețeaua de 220V.

Valoarea rezistenței electrice este:

$$R = \frac{U}{I}, \text{ sau } R = \frac{U^2}{P} \Rightarrow R = \frac{220^2}{2,2 \cdot 10^3}, \text{ de unde } R=22\Omega.$$

2. În cazul rețelei casnice de 220V, rezistența internă a generatorului echivalent este dată practic de conductoarele instalației electrice. Rezistența electrică a unui fir de cupru cu lungimea de 10m și aria secțiunii de 1mm² a fost calculată anterior $r=0,17\Omega$. Pentru intensități ale curentului de până la câțiva amperi, căderea de tensiune pe aceasta nu influențează semnificativ funcționarea consumatorilor casnici. În cazul în care există consumatori de putere mare (mașină de spălat, boiler sau calorifer electric, sau toate acestea), intensitatea curentului este de ordinul a 20A, iar căderea de tensiune pe rezistența firelor de legătură este $u=0,17\Omega \cdot 20A=3,4V$. Această cădere de tensiune înseamnă pierdere de putere $P=ui$, care se disipează (efect Joule), astfel că la consumator rămâne disponibilă mai puțină energie.

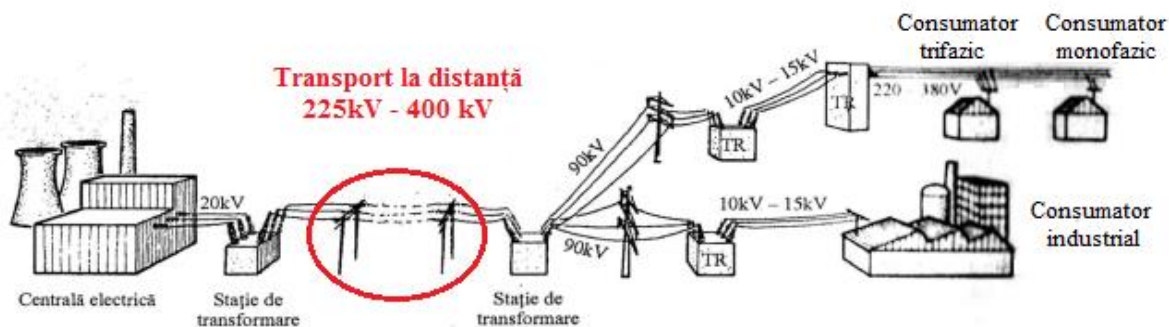


Schița pierderilor de tensiune pe firele de legătură, în funcție de rezistența de sarcină

(adaptat după http://en.wikipedia.org/wiki/File:Line_voltage_diagram.jpg).

În concluzie, în cazul când există consumatori de putere mare, se recomandă alimentarea prin circuite separate, cu conductoare groase, care reduc rezistența electrică, și, prin urmare, căderea de tensiune pe firele de legătură.

Schema de transport la distanță a energiei electrice



Centralele electrice se află, cel mai adesea, departe de zonele industriale sau de orașe. Energia electrică este transmisă la consumatori prin cabluri cu secțiuni destul de mari (diametre de ordinul centimetrilor), făcute de obicei din cupru, care oferă cel mai bun compromis între preț

și conductivitate electrică. O linie de transport, formată din două cabluri paralele, are, totuși, o rezistență de aproape 1Ω pentru fiecare kilometru de lungime, și de aceea pierderile de energie prin efect Joule sunt importante.

Deoarece rezistența liniei de transport nu poate fi micșorată²³, soluția este să micșorăm intensitatea curentului prin linii. Doarece puterea $P=ui$, pentru a nu limita puterea transmisă, micșorarea intensității trebuie însoțită de mărirea corespunzătoare a tensiunii la bornele de intrare pe linii. Pentru aceasta se folosesc transformatoarele electrice. Deoarece transformarea are sens exclusiv pentru mărimi $u(t)$ și $i(t)$ variabile în timp, rețelele de alimentare funcționează în curent alternativ.

Stațiile de transformare de înaltă tensiune situate la ieșirea din centralele electrice ridică tensiunea de la la valorile produse de generatoarele primare (20kV) la valori cuprinse între 225kV și 400kV, cu scăderea proporțională a intensității curentului necesar prin liniile de transport. Alte stații de transformare, situate la sfârșitul liniilor de transport, coboară tensiunea în trepte, întâi la valori medii (10-15kV), apoi la tensiunea joasă de 220V, utilizată de consumatori.

Rețele electrice: teoremele lui Kirchoff.

Teoremele lui Kirchoff permit soluționarea problemei generale a circuitelor: fiind date $i/$ configurația rețelei, și $ii/$ valorile elementelor de circuit (generatoare și consumatoare), să se afle intensitățile curenților prin fiecare element de circuit și tensiunile la bornele fiecărui element de circuit.

Generatoarele și consumatoarele (rezistoare, condensatoare etc) se pot interconecta în diverse moduri, formând ceea ce numim *circuite* sau *rețele electrice* ca în fig. 2.31. Din acest motiv, generatoarele și consumatoarele se mai numesc *elemente de circuit*.

Vom caracteriza rețelele electrice prin trei concepte: nodul de rețea, latura de rețea și ochiul de rețea.

Punctul în care se întâlnesc cel puțin trei elemente de circuit se numește *nod de rețea* (v. fig. 2.32, a).

Porțiunea de rețea dintre două noduri, pe care există cel puțin un element de circuit, se numește *latură de rețea*.

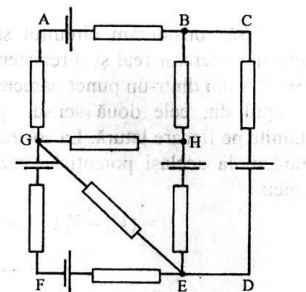


Fig. 2.31. Exemplu de rețea electrică

Observații

- 1) În figura 2.32, b, punctele N_1 și N_2 formează un *singur nod* N, deoarece între ele nu există nici un element de circuit.
- 2) Între două noduri putem avea oricâte laturi.

Prin *ochi de rețea* se înțelege orice contur închis format din laturi de rețea.

De exemplu, în figura 2.33 avem un ochi de rețea: pornind din nodul M pe latura de sus, ajungem în N și ne întoarcem pe latura de jos în M.

Ochiul de rețea poate fi parcurs fie în sens orar, fie în sens antiorar (trigonometric, v. fig. 2.34).

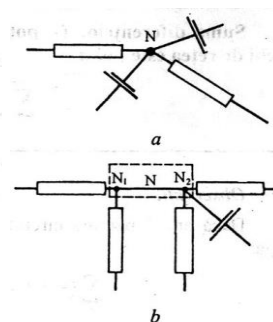


Fig. 2.32. Noduri de rețea

²³ Supraconductibilitatea nu este deocamdată o tehnologie comercială.

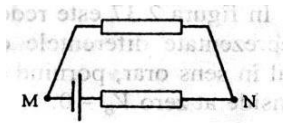


Fig. 2.33. Ochi de rețea

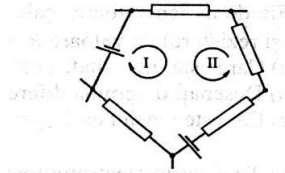


Fig. 2.34. Sens orar (I) și antiorar (II) de parcurs al unui ochi de rețea

Teorema întâi a lui Kirchhoff

Suma intensităților curenților care se întâlnesc într-un nod de rețea este zero (fig.2.35):

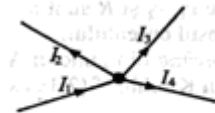


Fig. 2.35.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

Convenție: se iau cu semn pozitiv (negativ) intensitățile curenților care ies din nod și cu semn negativ (pozitiv) intensitățile curenților care intră în nod.

Exemplu

Pentru situația indicată în fig. 2.35:

$$-I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0 \text{ sau } I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

Teorema a doua a lui Kirchhoff

La parcurgerea unui ochi de rețea, suma diferențelor de potențial este nulă:

$$\sum_{k=1}^l U_k = 0.$$

Convenție: dacă sensul tensiunii coincide cu sensul de parcurs al ochiului, atunci tensiunea intră cu semn pozitiv (negativ); dacă sensul tensiunii este opus sensului de parcurs al ochiului, atunci tensiunea intră cu semn negativ (pozitiv).

Exemplu

Să considerăm circuitul simplu, cu un singur ochi, format dintr-un generator real și o rezistență de sarcină, reprezentat în figura 2.36. Pornim dintr-un punct oarecare, să zicem B, și parcurgem ochiul într-unul din cele două sensuri posibile, adunând toate tensiunile întâlnite pe fiecare latură. La sosirea în punctul de plecare va trebui să ajungem la același potențial. Dacă parcurgem ochiul în sens orar, atunci:

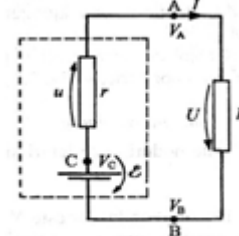


Fig. 2.36.

$$0 = (V_B - V_C) + (V_C - V_A) + (V_A - V_B)$$

$$0 = -\mathcal{E} + u + U \quad (2.18)$$

Exemplu

Circuitul din figură are două noduri și trei ochiuri. Teorema întâi a lui într-un singur nod, iar teorema a doua se aplică pe două ochiuri fundan

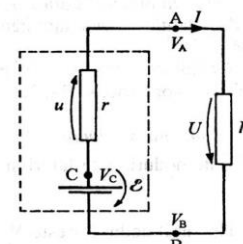


Fig. 2.36.

Teorema întâi a lui Kirchhoff:

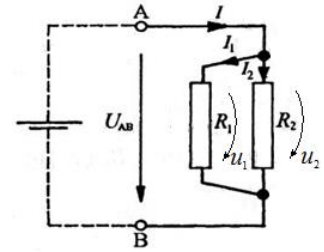
$$-I + I_1 + I_2 = 0.$$

Teorema a doua a lui Kirchhoff:

$$-U_{AB} + u_1 + u_2 = 0.$$

$$-u_1 + u_2 = 0$$

Utilizând legea lui Ohm, se obține un sistem de trei ecuații cu necunoscutele I, I_1, I_2 .



III. Curent alternativ

Prin *curent alternativ* se înțelege ansamblul mărimilor electromagnetice cu variație oscilatorie armonică, cu frecvența $f=50\text{Hz}$. Acestea pot fi tensiunea electrică $u(t) = U \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{0u})$, intensitatea curentului $i(t) = I \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{0i})$, sau alte marimi electrice și magnetice studiate.

Rețelele de alimentare cu energie electrică (casnice, industriale) sunt *rețele de curent alternativ*.

Inducția electromagnetică

Inducția electromagnetică este *fenomenul de generare a unui câmp electric variabil în timp de către un câmp magnetic, de asemenea variabil în timp*.

Dacă acest câmp electric este generat într-un mediu conductor, atunci va da naștere unui curent electric. Fenomenul stă la baza producerii și transportului la distanță a energiei electrice, prin sistemele energetice naționale și regionale.

Legea inducției electromagnetice (ecuația a treia a lui Maxwell)

Tensiunea electromotoare indusă într-un circuit este proporțională cu viteza de variație a fluxului magnetic prin suprafața circuitului:

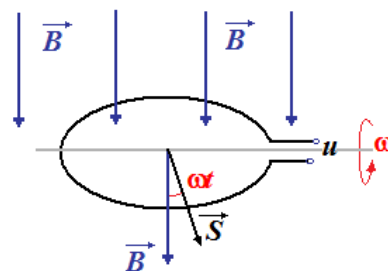
$$u(t) = - \frac{d\Phi^m}{dt}$$

Semnul negativ este convențional, și exprimă faptul că lucrul mecanic utilizat pentru rotirea spirei se transferă la energia potențială a câmpului electromagnetic din spirală.

Aplicație: generarea tensiunii alternative sinusoidale.

Fie o spirală conductoare, cu suprafața S , plasată în câmpul magnetic uniform B , produs, de exemplu, de un ansamblu de magneți permanenți. Tensiunea electromotoare care apare la bornele spirei, aflată în mișcare de rotație cu viteza unghiulară $\omega=2\pi f$, este:

$$u(t) = - \frac{d\Phi^m}{dt} \Rightarrow u(t) = - \frac{d(\vec{B} \cdot \vec{S})}{dt}$$



Ținând cont de expresia produsului scalar, rezultă

$$u(t) = - \frac{d(B \cdot S \cdot \cos(2\pi ft))}{dt}$$

de unde

$$u(t) = \underbrace{2\pi fBS}_{\text{amplitudinea } U} \cdot \sin(2\pi ft)$$

sau

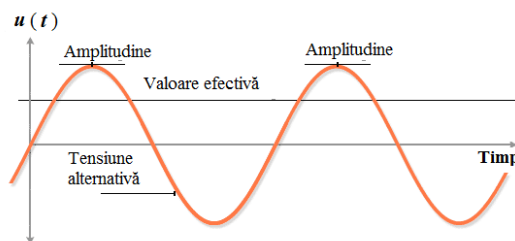
$$u(t) = U \cdot \sin(2\pi ft).$$

Ultima expresie caracterizează tensiunea electromotoare alternativă produsă de generatorul-spiră.

Dacă în loc de o singură spiră ar fi N spire, atunci tensiunea electromotoare a generatorului echivalent ar fi de N ori mai mare:

$$U = 2\pi f B N S.$$

Frecvența tensiunii alternative este $f=50\text{Hz}$, iar amplitudinea U a tensiunii este de $220\sqrt{2} \approx 314\text{V}$. Valoarea cunoscută, de 220V , a tensiunii de la rețea este *valoarea efectivă* (radăcina pătrată a valorii pătratice medii), adică valoarea unei tensiuni electrice continue, care, într-un interval de timp egal cu o perioadă ($T=20\text{ms}$), degajă pe o rezistență electrică aceeași căldură ca tensiunea electrică alternativă:



$$U_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U^2 \cdot \sin^2(2\pi ft) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} U^2 \cdot \frac{1}{2} T}, \text{ adică } U_{\text{ef}} = \frac{1}{\sqrt{2}} U.$$

Exemplu

Pentru a obține o valoare efectivă de 220V pentru tensiunea indusă, având o bobină (rotor) cu $N=2000$ de spire și secțiunea $S=900\text{cm}^2$, este necesar un câmp magnetic cu inducția

$$B = \frac{U_{\text{ef}} \cdot \sqrt{2}}{2\pi f N S} \Rightarrow B = \frac{314}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 2000 \cdot 0,09} \Rightarrow B=5,55\text{mT}.$$

Pentru comparație, inducția magnetică a câmpului terestru este de circa $0,02\text{mT}$.

Câmpul magnetic se obține fie cu magnet permanent, fie cu ajutorul altei bobine (stator), ale cărei spire sunt parcurse de curentul electric i :

$$B = \mu \frac{N_{\text{stat}} i}{d},$$

unde d este diametrul bobinei stator.

Pentru a obține inducție magnetică mare, bobina stator se înfășoară pe miez din material cu permeabilitate magnetică mare (denumite *ferite*).

Autoinducția

Se cunoaște că un circuit parcurs de curent electric i generează câmp magnetic B . Acest câmp magnetic dă naștere unor fluxuri magnetice prin ochiurile circuitului, în circuit formându-se

cuplaje prin *inductanțe mutuale*²⁴. În particular, există flux magnetic chiar prin circuitul străbătut de curentul i , acesta fiind modul în care a fost definită inductanța (proprie) a circuitului. Dacă intensitatea curentului este variabilă în timp, atunci și fluxul magnetic este variabil în timp, și, conform legii inducției electromagnetice, în *același* circuit se *autoinduce* o tensiune electromotoare care va produce un curent electric ce se va suprapune peste cel inițial, astfel că, în orice moment, intensitatea curentului este suma algebrică dintre curentul electric inductor și curentul electric (auto)indus.

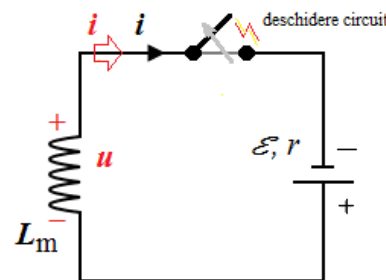
Pentru a determina expresia tensiunii electrice autoinduse, este convenabil să folosim expresia inductanței circuitului

$$u(t) = -\frac{d\Phi^m}{dt} \Rightarrow u(t) = -\frac{d(L_m i)}{dt} \Rightarrow u(t) = -L_m \frac{di}{dt}.$$

Cu cât inductanța este mai mare, cu atât tensiunea autoindusă este mai mare. Polaritatea acesteia este întotdeauna în așa fel încât să se opună tendinței de variație a curentului inductor.

Aplicație: bobina de inducție

Dacă într-un circuit cu o bobină cu inductanța L_m se întrerupe, printr-o metodă oarecare, curentul, atunci în bobină se va autoinduce o tensiune cu polaritatea din figură, de același sens cu tensiunea electromotoare a generatorului, dar mult mai mare, care ionizează aerul dintre terminalele comutatorului, și tinde astfel să mențină curentul electric prin circuit.



$$|u(t)| = L_m \frac{di}{dt} \gg \mathcal{E}.$$

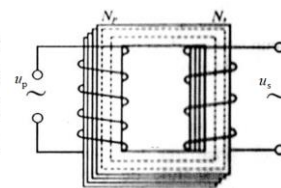
Spre exemplu, pentru o inductanță de 1H și un comutator electronic care poate rupe un curent de 1A în timp de 1μs (deci o viteză de variație de 10⁶A/s), tensiunea autoindusă este, în medie

$$|u| = 1 \cdot 10^6 = 10^6 \text{ V}.$$

Invers, la închiderea circuitului, inductanța se va opune creșterii intensității curentului în circuit, acesta ajungând *lent* la valoarea staționară.

Transformatorul

Un transformator este alcătuit din două bobine înfășurate pe același miez de fier făcut din lamele numite tole. Bobina la bornele căreia se aplică tensiunea ale cărei valori trebuie modificate se numește primar. Bobina la bornele căreia se obține tensiunea modificată se numește secundar (fig. 3.81).



²⁴ Analog cu capacitățile mutuale.

Tensiunea alternativă sinusoidală aplicată primarului determină în acesta un curent alternativ sinusoidal care crează un câmp magnetic variabil în timp ale cărui linii se vor închide în marea lor majoritate prin miezul de fier. În primar și în secundar se vor induce tensiuni de aceeași frecvență dar cu amplitudini diferite:

$$u_p(t) = -N_p \frac{d\Phi^m}{dt} \quad u_s(t) = -N_s \frac{d\Phi^m}{dt},$$

unde Φ^m este fluxul magnetic, iar N_p și N_s este numărul de spire din bobina primară (“primar”), respectiv bobina secundară (“secundar”).

Raportul de transformare m pentru un transformator fără pierderi verifică relațiile:

$$\frac{U_{\max_s}}{U_{\max_p}} \cong \frac{I_{\max_p}}{I_{\max_s}} \cong \frac{N_s}{N_p} \cong m$$