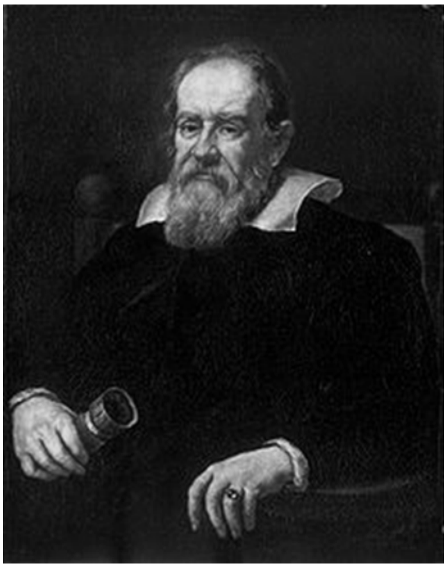
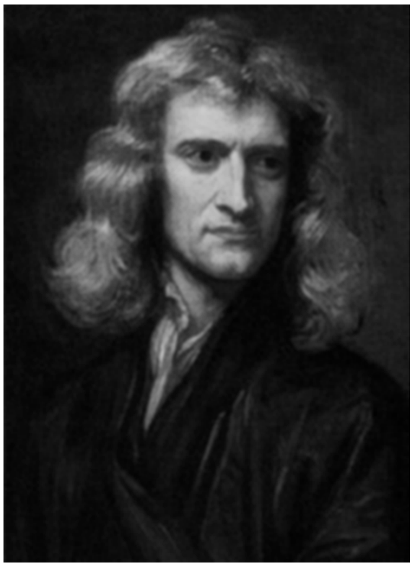
Completare teoretică 1:

Notă istorică: În antichitate (cca 330 î.Hr.) Aristotel credea că un corp se mişcă numai atâta timp cât asupra lui se exercită o forţă şi că se opreşte dacă încetează acţiunea forţei. Această opinie a fost contestată de mai multe ori, dar abia după aproape 2000 de ani a fost înlocuită de Galileo Galilei.





Galileo Galilei (1564-1642) Isaac Newton (1642-1727)

(după Wikipedia)

Galilei afirma că *un corp care se mişcă pe o suprafaţă plană îşi continuă mişcarea atâta timp cât nu este perturbat*. Concepţia sa a fost explicitată în 1687 sub forma *primei legi a lui Newton*: *Un obiect îşi menţine viteza constantă atâta timp cât asupra lui nu acţionează o forţă netă*. Acesta este corpul material liber.

Completare teoretică 2:

La următoarea adresă relativitatea galileană este prezentată folosind un desen animat.

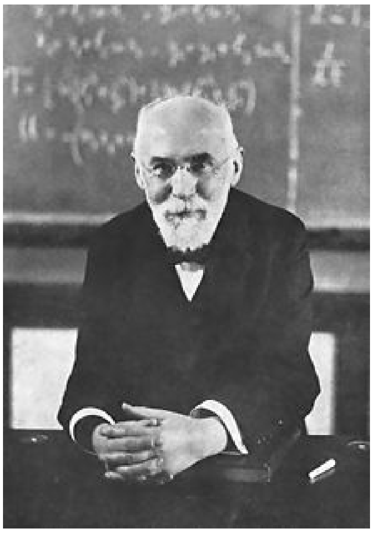
http://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/ClassMechanics/Relativity/Relativity.html

Completetare teoretică 3:

Istoria TRR începe odată cu lucrările lui Maxwell de la jumătatea secolului al XIX-lea. Maxwell a realizat o sinteză monumentală, arătând că electricitatea, magnetismul şi optica sunt părţi ale aceleiaşi realităţi fizice, şi anume *câmpul electromagnetic.* Ecuaţiile câmpului electromagnetic (ecuaţiile lui Maxwell) descriu o multitudine de fenomene şi au fost aplicate în numeroase domenii, începând cu reţelele şi motoarele electrice, aparatele radio, TV şi cele cu microunde şi ajungând la toate aparatele optice şi la transmisia semnalelor pe fibre optice.

James Clerk Maxwell (1831-1879) (după Wikipedia)

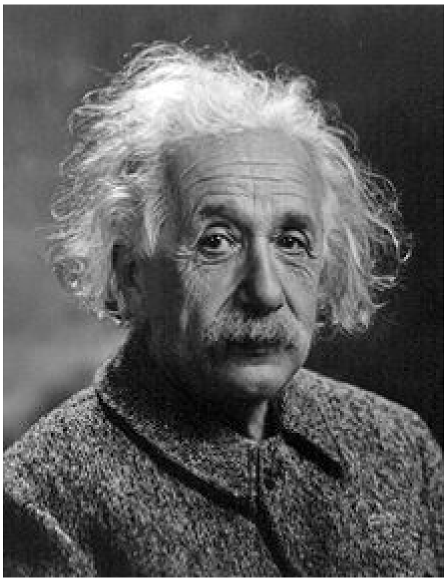
Asupra acestui subiect au efectuat cercetări Fresnel (în 1822), Fizeau (în 1851), Michelson şi Morley în anii 1881-1887, precum şi mulţi alţii. Interpretarea experienţelor a fost începută de către Henri Poincaré, Joseph Larmor şi Hendrik Lorentz, care au demonstrat majoritatea rezultatelor în anii 1890-1905, lucrând în ipoteza existenţei eterului.



Henri Poincaré (1854–1912) Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)

(după Wikipedia)

În urma unor contradicţii între prezicerile teoriilor şi rezultatele experimentale Einstein a renunţat la ipoteza eterului.



Albert Einstein (1879-1955) (după Wikipedia)

Completare teoretică 4:

Atât principiul inerţiei, cât şi ecuaţiile electromagnetismului cer ca transformările (17) să fie liniare. Ele se scriu (eliminând ca neinteresante translaţiile şi rotaţiile spaţiale, ca şi schimbarea scalei timpului):

$$x'_\mu = \sum_{\nu=1}^{4} \alpha_{\mu\nu} x_\nu \qquad \mu = 1, 2, 3, 4 \qquad (18)$$

Transformările liniare (18) se scriu matricial astfel:

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \ldots\ldots & & \alpha_{24} \\ \ldots\ldots\ldots & & & \\ \alpha_{41} & \ldots\ldots & & \alpha_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \qquad (18')$$

Notând cu $\mathcal{X}$ ansamblul celor patru coordonate măsurate în sistemul (*S*), cu $\mathcal{X}'$ acelaşi ansamblu măsurat în (*S'*), şi cu α matricea necunoscută a transformării Lorentz, scriem:

$$\mathcal{X}' = \alpha\ \mathcal{X} \qquad (18'')$$

Transformarea inversă se obţine înmulţind la stânga relaţia (18'') cu matricea α^{-1}:

$$\mathcal{X} = \alpha^{-1}\ \mathcal{X}' \qquad (19)$$

sau, pe componente:

$$x_\nu = \sum_{\mu=1}^{4} \alpha_{\nu\mu} x'_\mu \qquad \nu = 1, 2, 3, 4 \qquad (19')$$

Deoarece sistemele (*S*) şi (*S*') sunt echivalente, există relaţiile de reciprocitate:

$$\frac{\partial x'_\mu}{\partial x_\nu} = \frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\mu} \qquad (20)$$

Folosind (18) şi (19') rezultă că matricea α este *ortogonală*:

$$\alpha_{\mu\nu} = \left(\alpha^{-1}\right)_{\nu\mu} \qquad \text{sau} \qquad \alpha\alpha_t = I \qquad (21)$$

unde α_t este matricea transpusă, iar I matricea identitate de ordinul 4. În concluzie transformarea Lorentz est liniară, matricea ei asociată este ortogonală. Spre deosebire de transformarea Galilei, aici se modifică şi timpul – a patra dimensiune.

<u>*Completare teoretică 5*</u>:

Efectuăm operaţiile presupuse de ortogonalitatea $\alpha\alpha_t = I$ din relaţia (21). Se obţin condiţiile următoare:

$$\alpha_{12} = \alpha_{13} = \alpha_{42} = \alpha_{43} = 0 \qquad (23)$$

precum şi:

$$\begin{cases} \alpha_{11}^2 + \alpha_{14}^2 = 1 \\ \alpha_{11}\alpha_{41} + \alpha_{14}\alpha_{44} = 0 \\ \alpha_{41}^2 + \alpha_{44}^2 = 1 \end{cases} \qquad (24)$$

După cum rezultă din (23), coordonatele transversale nici nu se modifică, nici nu intervin în transformare. Matricea Lorentz se simplifică în continuare:

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \\ x_4' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 & \alpha_{14} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \alpha_{41} & 0 & 0 & \alpha_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

Rămânem cu două ecuaţii, pe care le scriem în coordonatele obişnuite (x, t):

$$\begin{cases} x' = \alpha_{11}x + \alpha_{14}(ict) \\ \\ ict' = \alpha_{41}x + \alpha_{44}(ict) \end{cases} \qquad (25)$$

Originea O' a sistemului (*S*'), pentru care *x*'=0, are în sistemul (*S*) ecuaţia d*x*/d*t*=*V*. Analog, Originea O a sistemului (*S*), pentru care *x*=0, are în sistemul (*S'*) ecuaţia d*x*'/d*t*'= –*V*. Aceste condiţii înlocuite în ecuaţiile (25) duc la egalităţile:

$$\frac{\alpha_{14}}{\alpha_{11}} = \frac{\alpha_{14}}{\alpha_{44}} = i\frac{V}{c} = i\beta \tag{26}$$

Deci

$$\alpha_{11} = \alpha_{44}\,, \tag{27}$$

condiţie care înlocuită în a doua relaţie (24) duce la

$$\alpha_{14} = -\alpha_{41} \tag{28}$$

Prima relaţie (24) şi relaţia (26) permit găsirea coeficienţilor α_{11} şi α_{44}

$$\alpha_{11}^2 = \alpha_{44}^2 = \frac{1}{1 - V^2/c^2} = \frac{1}{1-\beta^2}$$

Extragem radicalul, alegând numai valoarea pozitivă, pentru că altfel s-ar modifica sensul timpului şi găsim în final:

$$\alpha_{11} = \alpha_{44} = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{29}$$

şi

$$\alpha_{14} = -\alpha_{41} = \frac{iV/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{30}$$

Introducem şi notaţia:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{31}$$

şi găsim relaţiile (32-34).

Completetare teoretică 6:

De ce trebuie să măsurăm capetele riglei în acelaşi moment $t'_A = t'_B$? Dacă nu facem acest lucru, la lungimea riglei se adună şi distanţa parcursă de sistemul (S') în intervalul dintre măsurători. Exemplu: un automobil se deplasează rectiliniu şi uniform cu viteza u=30 m/s. Lungimea proprie a vehiculului este l_0=4 m. Viteza fiind mica, folosim relativitatea galileană. Dacă măsurăm poziţiile celor două bare ale maşinii de pe trotuar, aceste poziţii trebuie determinate în acelaşi moment. Dacă le determinăm în două momente diferite, care diferă prin Δt=2 s, mărimea măsurată este $l'=l_0+u\,\Delta t$=64 m, un rezultat evident greşit

Completare teoretică 7:

La pagina 340 din referinţa [5] se tratează pe scurt experienţa efectuată de Bertozzi în anul 1964 (W. Bertozzi, *Speed and Kinetic Energy of Relativistic Electrons,* American Journal of Physica, 551, 1964) Folosind un generator electrostatic Van de Graaff (http://en.wikipedia.org/wiki/Van_de_Graaff_generator) şi un accelerator liniar (http://en.wikipedia.org/wiki/Linac) s-au accelerat electroni până la energii cinetice de 15 MeV. Vitezele lor s-au determinat măsurând timpul de zbor între două repere, iar energiile cinetice prin măsurări calorimetrice. Rezultatul este conţinut in graficul următor, unde parametrul $\beta^2 = (v/c)^2$ este reprezentat în funcţie de energia cinetică nerelativistă raportată la m_0c^2, cu m_0 masa de repaus a electronului. Dreapta continuă este prezicerea mecanicii lui Newton, dată de relaţia $\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 2\frac{E_{cin}}{m_0c^2}$. Rezultatele experimentale se aşează însă pe curba întreruptă, modelată corect de teoria relativistă prin relaţia $\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1-\left(\frac{m_0c^2}{m_0c^2+E_{cin}}\right)^2$. În aceste relaţii E_{cin} este energia cinetică clasică dată de relaţia (43) din §6.1. Această curbă are o clară tendinţă de saturaţie, arătând că viteza electronilor nu poate depăşi viteza luminii în vid. Într-adevăr, curba nu depăşeşte asimptota orizontală $\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1$.

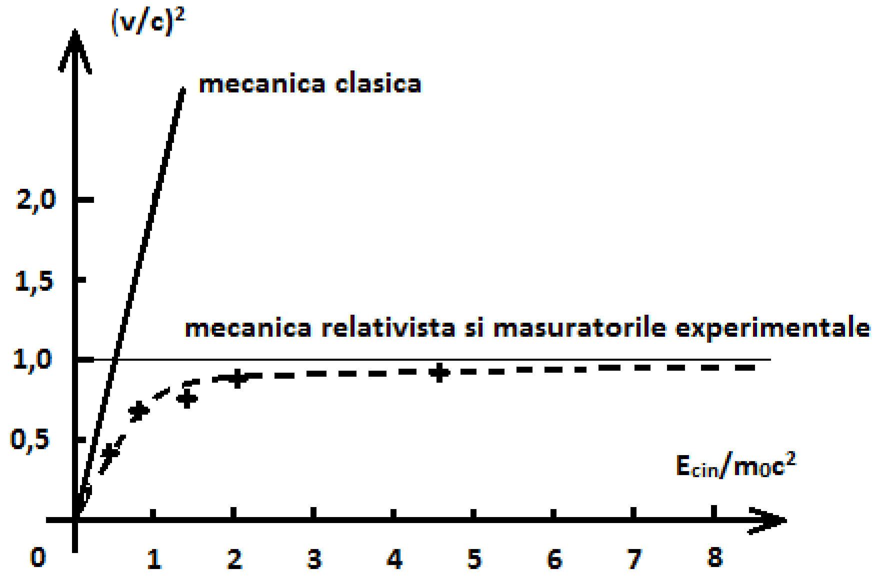


Fig. 7.1

Completare teoretică 8:

Să demonstrăm ultima egalitate din relaţia (45). Pentru aceasta calculăm radicalul:

$$\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}=\sqrt{1-\frac{(v'+V)^2}{c^2\left(1+\frac{v'V}{c^2}\right)^2}}=\frac{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1+\frac{v'V}{c^2}}$$

(ultima egalitate presupune aducerea la acelaşi numitor sub radical, câteva simplificări şi găsirea unui factor comun). Calcule analoge duc la expresia

$$\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}=\frac{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1-\frac{v'V}{c^2}}$$

Din ultimele două relaţii scriem raportul $\dfrac{1+\frac{v'V}{c^2}}{1-\frac{v'V}{c^2}}$ şi rezultă relaţia (45) din curs.