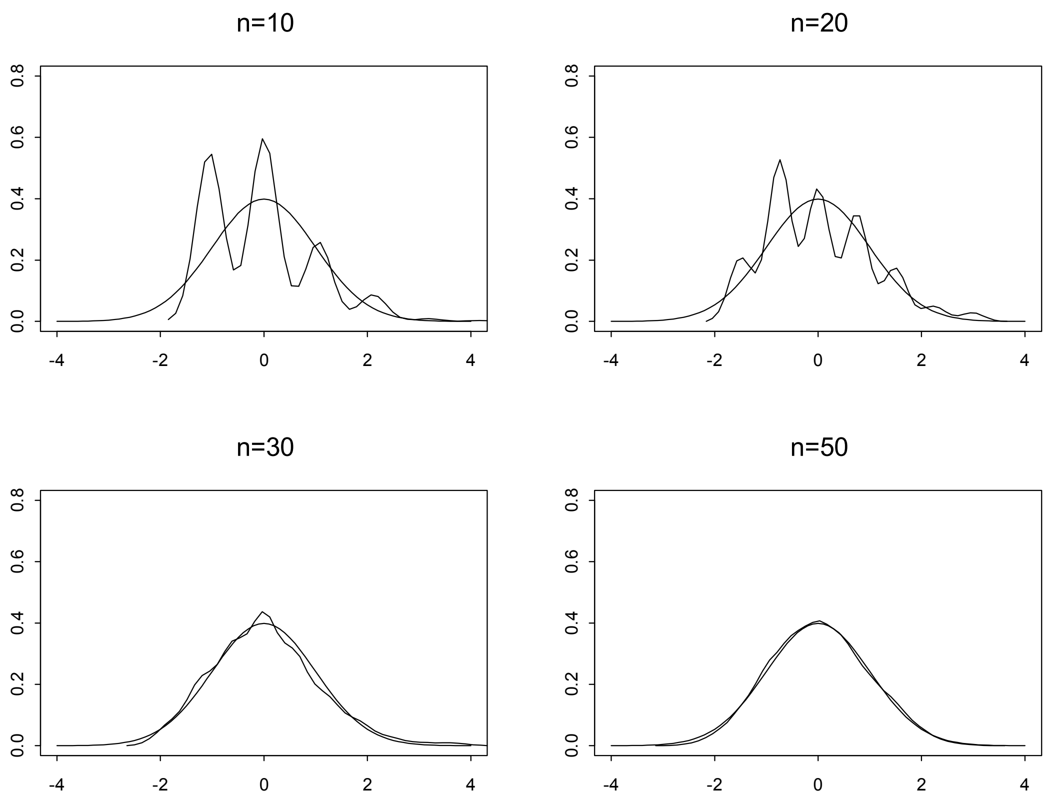
Teorema Limita Centrala

In documentul prezent se afla doua ilustrari ale convergentei in distributie date de Teorema Limita Centrala. La curs am demonstrat teoretic ca

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{\sigma} \xrightarrow{d} N(0;1)$$

Fig 1



In figura 1 se gaseste prima ilustrare. Este vorba despre estimatorul $\hat{p}$ al probabilitatii de a obtine o fata a unei monede strimbe. In acest caz am luat ca probabilitate adevarata p=0.1 Cele patru grafice corespund cazurilor n=10, 20, 30 si 50 de aruncari. Clopotul lui Gauss identic in cele patru grafice reprezinta functia de densitate a normalei de medie 0 si varianta 1. A doua curba din fiecare grafic reprezinta o estimare a functiei de densitate a raportului $\frac{\sqrt{n}(\hat{p}-p)}{\sqrt{p(1-p)}}$ facuta cu G=500 de valori ale estimatorului $\hat{p}$. In statistica adesea trebuie sa estimam si functii de densitate, nu numai parametrii sau vectori de parametrii.

Deja pentru n=30 putem spune ca s-a atins convergenta deoarece cele doua curbe aproape coincid. In schimb valori ca n=10 sau n=20 sint prea mici ca sa concluzionam ca $\hat{p}$ este distribuit normal.
Figurile de mai sus au fost obtinute cu urmatorul cod in R:

```
par(mfrow=c(2,2))
G<-500
p<-0.1;estp<-numeric(G)
for(g in 1:G){
n<-10
estp[g]<-mean(rbinom(n,size=1,prob=0.1))
}
plot(density(sqrt(n)*(estp-p)/sqrt(p*(1-p))),type="lines",
xlim=c(-4,4),ylim=c(0,0.8),xlab="",ylab="")
x<-seq(from=-4,to=4,by=0.1);lines(x,dnorm(x))
title("n=10")
estp<-numeric(G)
for(g in 1:G){
n<-20
estp[g]<-mean(rbinom(n,size=1,prob=0.1))
}
plot(density(sqrt(n)*(estp-p)/sqrt(p*(1-p))),type="lines",
xlim=c(-4,4),ylim=c(0,0.8),xlab="",ylab="")
x<-seq(from=-4,to=4,by=0.1);lines(x,dnorm(x))
title("n=20")
estp<-numeric(G)
for(g in 1:G){
n<-30
estp[g]<-mean(rbinom(n,size=1,prob=0.1))
}
plot(density(sqrt(n)*(estp-p)/sqrt(p*(1-p))),type="lines",
xlim=c(-4,4),ylim=c(0,0.8),xlab="",ylab="")
x<-seq(from=-4,to=4,by=0.1);lines(x,dnorm(x))
title("n=30")
estp<-numeric(G)
for(g in 1:G){
n<-50
estp[g]<-mean(rbinom(n,size=1,prob=0.1))
}
plot(density(sqrt(n)*(estp-p)/sqrt(p*(1-p))),type="lines",
xlim=c(-4,4),ylim=c(0,0.8),xlab="",ylab="")
x<-seq(from=-4,to=4,by=0.1);lines(x,dnorm(x))
title("n=50")
```

A doua ilustrare priveste estimatorul $\overline{x}$ al mediei unei populatii normale. Aici am ales o populatie normala de medie 2 si varianta 4. Se poate vedea ca $\overline{x}$ este distribuita normal pt orice valoare *n* ceea ce confirma rezultatul teoretic de la curs conform caruia sume de normale, sau normale inmultite sau adunate cu constante sint tot normale. In acest caz nu avem nevoie de teorema limita centrala pt a stabili distributia lui $\overline{x}$.

Fig 2

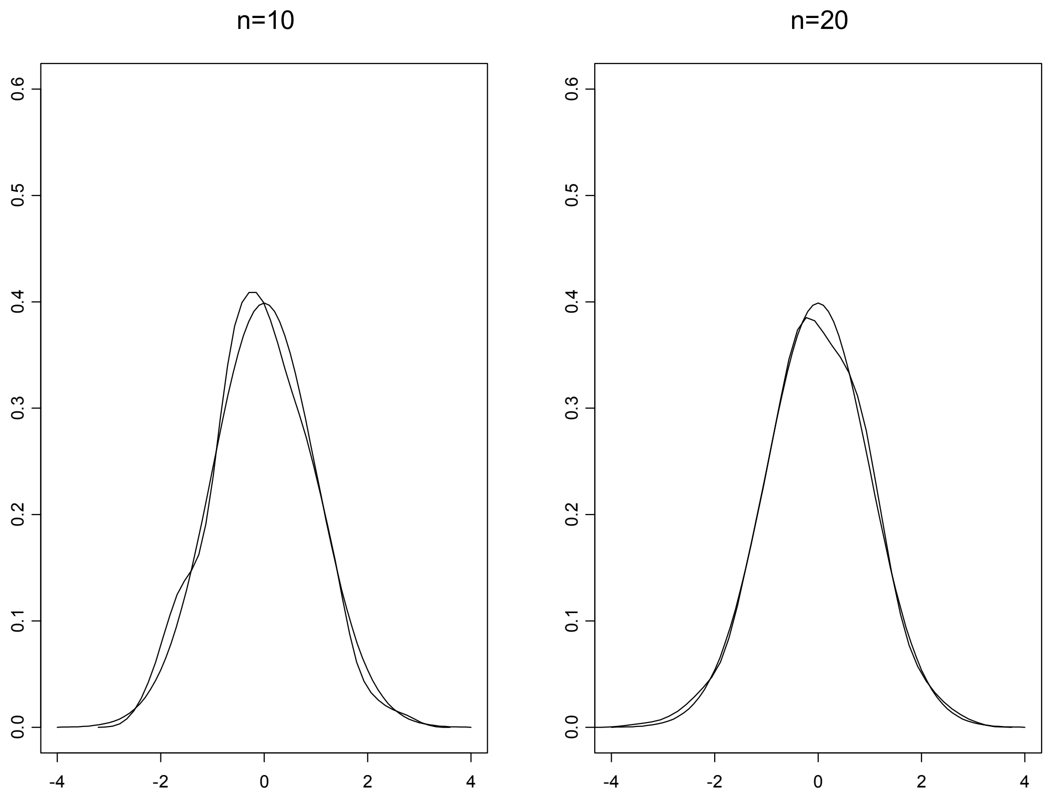


Figura 2 a fost obtinuta cu codul R de mai jos:

```
par(mfrow=c(1,2))
G<-500
miu<-2;sigma<-2;estmiu<-numeric(G)
for(g in 1:G){
n<-10
estmiu[g]<-mean(rnorm(n,mean=miu,sd=sigma))
}
plot(density(sqrt(n)*(estmiu-miu)/sigma),type="lines",
xlim=c(-4,4),ylim=c(0,0.6),xlab="",ylab="")
x<-seq(from=-4,to=4,by=0.1);lines(x,dnorm(x))
title("n=10")

for(g in 1:G){
n<-20
estmiu[g]<-mean(rnorm(n,mean=miu,sd=sigma))
}
plot(density(sqrt(n)*(estmiu-miu)/sigma),type="lines",
xlim=c(-4,4),ylim=c(0,0.6),xlab="",ylab="")
x<-seq(from=-4,to=4,by=0.1);lines(x,dnorm(x))
title("n=20")
```