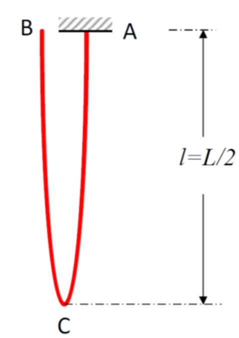
NUME SI PRENUME
....
UNIVERSITATEA
....

Probleme alese:			

CONCURSUL DE FIZICĂ GENERALĂ PENTRU STUDENȚII ÎN INGINERIE "ION I. AGARBICEANU"
Ediția a XI-a 2023 13 Mai 2023
Proba teoretică, Secțiuna Fizică 1

Fiecare concurent participă in concurs cu 3 din cele 6 subiecte, la alegere. Pe prima foaie de concurs candidatul va specifica sub semnatură numerele subiectelor pentru care a optat.

1. Un lanț (sfoară) uniform de lungime $L = 2l$ și masa $M = 2m$ este prins de capatul A ca în figură. La momentul $t = 0$ capătul B este lăsat liber de la nivelul capătului A. Să se găsească viteza de coborâre a punctului C în momentul în care energia cinetică a părții aflate în mișcare este maximă. Aplicație numerică : $l = 100\ cm; g = 10\frac{m}{s^2}$.



- din oficiu 1p
- figura 1p
- capătul B cade cu accelerația g 1p
- punctul de curbură C se deplasează cu accelerația $\frac{g}{2}$ 1p

fie $\varepsilon = \frac{M}{L} = \frac{2m}{2l} = \frac{m}{l}$ masa unității de lungime 0,5p

- relațiile $2z + y = 2l$ rezultă $z = l - \frac{y}{2}$ 0,5p

- masa porțiunii aflată în mișcare

$m(z) = z \cdot \varepsilon = \left(l - \frac{y}{2}\right)\frac{m}{e}$ 0,5p

- viteza de cădere (Galilei)

$v_B^2(y) = 2gy$ 0,5p

- energia cinetică a porțiunii aflate în mișcare

$E_c(y) = \frac{1}{2}m(z) \cdot v^2(y) = \frac{mg}{e}\left(l_y - \frac{y^2}{2}\right)$ 1p

- valoarea lui y pentru care E_{cin} este maximă

$\frac{dE_c}{dy} = \frac{mg}{e}(l - y) \equiv 0$ rezultă $l = y$ 1p

- viteza lui B în acel moment

$v_B^2(e) = 2gl$ 1p

- viteza punctului C în acel moment (Galilei)

$v_C^2(e) = 2\frac{g}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{gl}{2}$ $\quad v_C = \sqrt{\frac{gl}{2}}$ 0,5p

- numeric

$v_c = \sqrt{\frac{10}{2} \cdot 1} = \sqrt{5}\, m/s$ 0,5p

2. O cameră dintr-un apartament de bloc este încălzită de la temperatura iniţială $\theta_1 = 0^0 C$ la temperatura finală $\theta_2 = 20^0 C$. Volumul camerei este $V = 50\, m^3$. Considerând presiunea exterioară $p_0 = 10^5\, N/m^2$, să se afle care este cantitatea de căldură necesară. Se consideră că aerul este format din molecule biatomice.

***Barem rezolvare** :*

- din oficiu ***1.0 p***

- nu se modifică volumul camerei şi nici presiunea. Drept urmare cantitatea de gaz din cameră variază ***1.5 p***

- într-un proces infinitezimal sistemul trece de la parametrii p_0, V, ν, T *la* $p_0, V, \nu - d\nu, T + dT$ ***0.5 p***

- în acest proces infinitezimal transformarea poate fi considerată izobară ***1.0 p***

- căldura schimbată în acest proces este $dQ = \nu C_p dT = \frac{7}{2}\nu R dT$ ***1.5 p***

- din ecuaţia termică de stare ($p_0 V = \nu R T$ *) rezultă* $\nu = \frac{p_0 V}{RT}$ ***0.5 p***

- căldura schimbată devine $dQ = \frac{7}{2} \cdot \frac{p_0 V}{RT} \cdot R dT = \frac{7}{2} p_0 V \cdot \frac{dT}{T}$ ***1.5 p***

- prin integrare se obtine $Q = \int_0^Q dQ = \frac{7}{2} p_0 V \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{7}{2} p_0 V \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$ ***1.5 p***

- calcul numeric : $T_1 = 273\, K$, $T_2 = 293\, K$, $Q \cong 1{,}237\, MJ$ ***1.0 p***

3. Un corp punctiform de masă m se află în repaus în vârful unei emisfere de masă M, (vezi figura 1). Printr-un mic impuls, corpul începe să alunece, fără frecare, pe emisferă. La un unghi θ, măsurat față de verticala care trece prin centrul emisferei, corpul se desprinde de emisferă. Considerați că emisfera se poate deplasa orizontal fără frecare și că inițial se află în repaus.

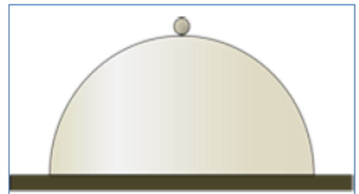


Figura 1

a) Scrieți ecuația care permite calcularea unghiului q.

b) Calculați unghiul θ dacă $M = m$.

P.O. 1 p.

Fie v_x și v_y componentele (orizontală, respectiv verticală) ale vitezei corpului și V_x viteza emisferei.

Din conservarea impulsului (pe axa orizontală): $mv_x = MV_x$. 1 p.

Considerăm momentul la care particula se află la unghiul θ. Din SR legat de emisferă se observă imediat că

$$\frac{v_y}{v_x + V_x} = \mathrm{tg}\theta \Rightarrow v_y = \left(1 + \frac{m}{M}\right) v_x \mathrm{tg}\theta$$ (condiția ca particula să rămână în contact cu emisfera).

2 p.

Din conservarea energiei, $\frac{1}{2}m\left(v_x^2 + v_y^2\right) + \frac{1}{2}MV_x^2 = mgR\left(1 - \cos\theta\right)$. 1 p.

Eliminând v_y se obține: $v_x^2 = \frac{2gR(1-\cos\theta)}{(1+k)\left(1+(1+k)\mathrm{tg}^2\theta\right)}$, unde $k = \frac{m}{M}$. 1 p.

Componenta v_x poate doar să crească (componenta orizontală a reacțiunii normale accelerează particula).

Aceasta va fi maximă atunci când are loc desprinderea corpurilor.

Ca urmare, trebuie găsit unghiul θ la care v_x atinge valoarea maximă.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}v_x^2 = \left(1 + (1+k)\mathrm{tg}^2\theta\right)\sin\theta - (1-\cos\theta)(1+k)\frac{2\mathrm{tg}\theta}{\cos^2\theta} = 0,$$ 1 p.

adică

$$k\cos^3\theta - 3(1+k)\cos\theta + 2(1+k) = 0.$$ 1 p.

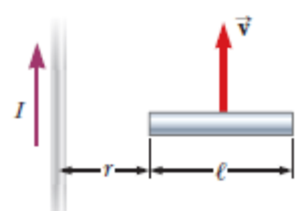
b. Pentru cazul particular $k = 1$ ecuația se poate scrie:

$$\left(\cos\theta - 2\right)\left(\cos^2\theta + 2\cos\theta - 2\right) = 0$$ 1 p.

Singura soluţie care are sens este $\cos\theta = \sqrt{3} - 1 \cong 0,732 \Rightarrow \theta \cong 42,9^\circ$ 0.5 p.

c. Dacă emisfera este fixă ($k = 0$) $\Rightarrow \cos\theta = 2/3$. 0.5 p.

4. O bară conductoare de lungime l se mişcă cu viteza constantă v paralelă cu un conductor filiform prin care trece un curent electric de intensitate I ca în figură. Bara rămâne perpendiculară pe conductor, capătul cel mai apropiat aflându-se la distanța r. Sistemul bară-conductor se află în vid ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ H/m$). Găsiţi valoarea tensiunii electice



generate între capatele barei. Aplicaţie numerică: $l = 15.5\ cm; r = 0.5\ cm; v = 20\frac{m}{s}; I = 5\ A; ln2 = 0.693$.

- din oficiu 1p
- desen 2 p
- $B(x) = \mu_0 \frac{I}{2\pi x}$ 1p
- fluxul elementar prin suprafața hasurată

$$d\phi = B(x) \cdot y = B(x) \cdot vt = \frac{\mu_0 vIt}{2\pi} \cdot \frac{dx}{x} \quad 1p$$

- fluxul total

$$\phi = \int_r^{r+l} d\phi = \frac{\mu_0 vIt}{2\pi} \int_r^{r+l} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 vIt}{2\pi} ln\left(1 + \frac{l}{r}\right) \quad 3p$$

- tensiune indusă

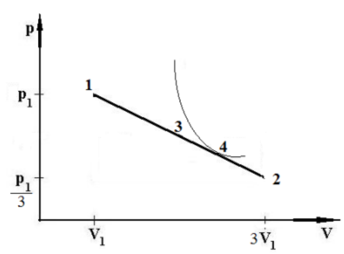
$$|e| = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 vI}{2\pi} ln\left(1 + \frac{l}{r}\right) \quad 1p$$

- numeric

$$|e| = \frac{4\pi 10^{-7} 20 \cdot 5}{2\pi} = ln\left(1 + \frac{15,5}{0,5}\right) = 69,3\ \mu V \quad 1p$$

5. O cantitate de gaz ideal monoatomic ($C_V = \frac{3}{2}R$) parcurge un proces termodinamic din starea iniţială (p_1, V_1) în starea finală ($p_1/3$, $3V_1$). Graficul acestui proces, în coordonate (p, V), este un segment de dreaptă, iar $p_1 = 100\text{kPa}$ şi $V_1 = 6\text{L}$. Să se calculeze: a) căldura primită de gaz în timpul încălzirii; b) căldura schimbată de gaz în întregul proces termodinamic; c) căldura primită de gaz.

P.O. 1 p.



Ecuaţia dreptei care trece prin punctele 1 şi 2 este $p = aV + b$. 0.5 p.

Impunând condiţia ca dreapta să treacă prin stările 1 şi 2, se obţine

$a = -\frac{p_1}{3V_1}$ şi $b = \frac{4p_1}{3}$. 0.5 p.

a) Deoarece stările 1 şi 2 se găsesc pe aceeaşi izotermă, temperatura gazului creşte până în punctul de tangenţă cu ultima izotermă, care este punctul 3. Acesta se găseşte la mijlocul dreptei 1-2, deci are

$V_3 = 2V_1$ şi $p_3 = \frac{2p_1}{3}$. 1 p.

Căldura primită de gaz la încălzire este

$Q_i = Q_{13} = \Delta U_{13} - L_{13} = \frac{4}{3} p_1 V_1 = 800\,\mathrm{J}$. 1 p.

b) Căldura schimbată de gaz cu mediul extern pe întreaga transformare este

$Q_{12} = \Delta U_{12} - L_{12} = -L_{12} = \frac{4}{3} p_1 V_1 = 800\,\mathrm{J}$. 1 p.

c) Gazul va primi căldură până în punctul de tangenţă cu adiabata (4). 0.5 p.

Ecuaţiile pe care trebuie să le satisfacă coordonatele acelui punct sunt $pV^{\gamma} = \text{const.}$ şi $p = aV + b$, adică

$(aV + b)V^{\gamma} = \text{const.}$ 0.5 p.

Prin derivare, se obţine

$V_4 = -\frac{b\gamma}{a(\gamma + 1)} = \frac{5}{2} V_1$, 1 p.

iar

$p_4 = \frac{b}{\gamma + 1} = \frac{p_1}{2}$. 1 p.

Căldura totală primită de gaz este

$Q_p = Q_{14} = \frac{3}{2} p_1 V_1 = 900\,\mathrm{J}$. 2 p.

6. Permitivitatea unei sfere neomogene de rază R aflată în vid variază după legea

$$\varepsilon\,(r) = \varepsilon_0 \left(\frac{r}{R} + 2 \right)$$

Să se calculeze câmpul electric creat de o sarcină Q distribuită în întregul volum al sferei.

Din oficiu 1p

$\iint \vec{D}\vec{n} dS = Q$ 2p

Pentru $r < R$ unde R este raza sferei rezultă:

$D 4\pi r^2 = Q_{int}$ 2p

Ținând cont de variația permitivității mediului și de 5.5 se obține:

$\varepsilon_0 \left(\frac{r}{R} + 2 \right) E 4\pi r^2 = Q_{int} = \frac{r^3}{R^3} Q$ 2p

Rezultă:

$E = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^2 (r + 2R)}$ 2p

Pentru $r > R_0$ aplicarea legii lui Gauss pe o suprafață sferică concentrică cu sfera conduce la:

$$\varepsilon_0 E 4\pi r^2 = Q$$

Rezultă:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$ 1p