



NUME SI PRENUME

.....

UNIVERSITATEA

.....

Probleme alese:

--	--	--

CONCURSUL DE FIZICĂ GENERALĂ PENTRU STUDENȚII ÎN INGINERIE “ION I. AGARBICEANU”

Ediția a XII-a 2024 18 Mai 2024

Proba teoretică, Secțiunea Fizică 1

barem

Fiecare concurent participă în concurs cu 3 din cele 6 subiecte, la alegere. Pe prima foaie de concurs candidatul va specifica sub semnătură numerele subiectelor pentru care a optat.

1.

Oficiu (2p)

Desen (1p)

Hidrogen molecular: H_2 $m \cong 2u$ (1p)

Rezolvând ecuația Schrödinger unidimensională rezultă:

$$\psi(x) = A \sin Kx; \quad KL = n\pi \Rightarrow K = \frac{n\pi}{L} \quad (2p)$$

$$E = \frac{\hbar^2 K^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2$$

De unde putem obținem energia asociată nivelului n și energia în starea fundamentală:

$$E_n = \frac{\hbar^2}{8mL^2} n^2 \Rightarrow E_1 = 4,12 \cdot 10^{-40} \text{ J} \quad (2p)$$

Energia de agitație termică se calculează astfel:

$$E_{cl} = \frac{k_B T}{2} = 2,07 \cdot 10^{-21} \text{ J} \quad (1p)$$

În final se calculează n :

$$\frac{E_{cl}}{E_1} = 5 \cdot 10^{18} \Rightarrow n \cong 2 \cdot 10^9 \quad (1p)$$

2.

Oficiu

(2p)

a) densitatea spectrală de energie: $\rho_\lambda(T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left[\frac{hc}{\lambda kT}\right] - 1} \left[\frac{J}{m^3 \cdot nm} \right]$ (2p)

Folosind notația $x = \frac{hc}{\lambda kT}$ obținem $\lambda = \frac{hc}{xkT}$ de unde rezultă că $d\lambda = -\frac{hc}{kT} \frac{dx}{x^2}$

Vom considera că densitatea de fotoni cu lungimea de undă $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ este

$$n_\lambda = \frac{\rho_\lambda}{E} = \frac{\rho_\lambda}{hc} \lambda$$

Astfel că densitatea totală de fotoni se obține integrând după toate lungimile de undă:

$$\begin{aligned} N &= \int_0^\infty n_\lambda |d\lambda| = 8\pi \int_0^\infty \frac{1}{\lambda^4} \frac{1}{\frac{hc}{e^{\lambda kT} - 1}} |d\lambda| = \frac{8\pi}{(hc)^4} \int_0^\infty \frac{(xkT)^4}{e^x - 1} \frac{hc}{kT} \left(\frac{1}{x^2} \right) dx \\ &= 8\pi \frac{K^3}{h^3 c^3} T^3 \int_0^\infty \frac{x^2}{e^x - 1} dx = 2,029 \cdot 10^7 T^3 \end{aligned} \quad (3p)$$

b) Din legea Stefan – Boltzmann obținem densitatea de energie radiantă totală:

$$B_\lambda = \frac{c}{4} \rho_\lambda; \quad B = \tau T^4; \quad \rho = \frac{4\tau}{c} T^4 \cong 7,56 \cdot 10^{-16} T^4$$

Astfel că energia medie per foton este:

$$\frac{\rho}{N} = \frac{E}{NV} = \varepsilon_0 = \frac{7,56 \cdot 10^{-16} T^4}{2,029 \cdot 10^7 T^3} \cong 3,73 \cdot 10^{-23} T \quad (3p)$$

3.

Oficiu

(2p)

Vom nota E_0 energia fotonului incident, E_{ei} energia inițială a electronului, E_1 energia fotonului împrăștiat și E_{ef} energia finală a electronului. De asemenea, p_0 impulsul fotonului incident, p_{ei} impulsul electronului înainte de ciocnire, p_1 impulsul fotonului împrăștiat și p_{ef} impulsul electronului după ciocnire.

Ținând cont de conservarea energiei și a impulsului:

$$\begin{cases} E_0 + E_{ei} = E_1 + E_{ef} \\ \vec{p}_0 + \vec{p}_{ei} = \vec{p}_1 + \vec{p}_{ef} \end{cases} \quad (1p)$$

$$\begin{cases} \frac{hc}{\lambda_0} + E_{ei} = \frac{hc}{\lambda_1} + \sqrt{m_{0e}^2 c^4 + p_{ef}^2 c^2} \\ \vec{p}_0 + \vec{p}_{ei} = \vec{p}_1 + \vec{p}_{ef} \end{cases}$$

Se obține în cele din urmă relația:

$$\Delta\lambda = 2\lambda_0 c \frac{(p_0 - p_{ei})}{E_{ei} + p_{ei}c} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3p)$$

Vom determina pe rând expresiile mărimilor ce apar în relația de mai sus:

$$E_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{E_0}$$

$$p_0 c = \frac{hc}{\lambda_0} = E_0$$

Din legătura dintre energia totală, E , energia cinetică relativistă, T , și masa de repaus, m_0 , a unei particule și din relația energie-impuls:

$$E = E_0 + T \quad \text{și} \quad E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

avem că energia totală inițială a electronului este:

$$E_{ei} = T + E_{0ei}$$

iar impulsul:

$$T + E_0 = \sqrt{p_{ei}^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

$$p_{ei} c = \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)} \quad (2p)$$

În final, pentru $\theta = \pi$, se obține:

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \Delta\lambda \Rightarrow E_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = 2,35 \text{ GeV} \quad (2p)$$

4.

Oficiu

(2p)

Energia asociată nivelului n este:

$$E_n = -\frac{1}{2}mv_n^2 = -\frac{1}{2}m\alpha^2c^2\frac{1}{n^2} = -\frac{1}{2}m\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}\right)^2c^2\frac{1}{n^2} = -\frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0\hbar)^2}\frac{1}{n^2} \quad (2p)$$

Pentru hidrogen și deuteriu putem scrie:

$$\text{H:} \quad E_n = -\frac{\mu_1 e^4}{2(4\pi\epsilon_0\hbar)^2}\frac{1}{n^2} \quad \text{cu} \quad \mu_1 = \frac{m \cdot M}{m+M} = \frac{m}{1+\frac{m}{M}} \quad (2p)$$

$$\text{D:} \quad E_n = -\frac{\mu_2 e^4}{2(4\pi\epsilon_0\hbar)^2}\frac{1}{n^2} \quad \text{cu} \quad \mu_2 = \frac{m \cdot 2M}{m+2M} = \frac{m}{1+\frac{m}{2M}}$$

Observăm că $E \sim \mu$, iar din legătura dintre energia unui foton și lungimea sa de undă

$$E = \frac{hc}{\lambda} \text{ vedem că } \lambda \sim \frac{1}{\mu}, \text{ cu alte cuvinte: } \lambda_\mu = \text{const.}$$

Din relațiile și considerentele de mai sus se obține:

$$\lambda_D = \lambda_H \frac{\mu_H}{\mu_D} = \lambda_H \frac{1+\frac{m}{2M}}{1+\frac{m}{M}} \cong \lambda_H \left(1 + \frac{m}{2M}\right) \left(1 - \frac{m}{M}\right) \cong \lambda_H \left[1 - \frac{m}{2M}\right] \quad (2p)$$

$$\cong \lambda_H \left[1 - \frac{1}{2 \cdot 1840}\right] = \lambda_H - \frac{\lambda_H}{3680}$$

$$\lambda_H: \quad 656,3 \quad 486,1 \quad 434,0 \quad \dots \quad 364,5 \quad \text{nm} \quad (2p)$$

$$\lambda_D: \quad 656,12 \quad 485,97 \quad 433,9 \quad \dots \quad 364,4 \quad \text{nm}$$

5.

Oficiu

(2p)

Conservarea impulsului:

$$P_1 = p'_1 + p'_2 = (m_1 + m_2)V \quad (2p)$$

Energia cinetică a particulei α :

$$T = \frac{p_1^2}{2m_1} \Rightarrow P_1^2 = 2m_1T \quad (2p)$$

Luând în calcul faptul că nucleul poate suferi un recul în urma interacțiunii, putem scrie că energia cinetică inițială a particulei α se transformă în energia cinetică a sistemului și energia potențială la distanța minimă de apropiere.

$$T = \frac{(m_1+m_2)V^2}{2} + \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$T - \frac{(m_1+m_2)V^2}{2} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$T - \frac{p_1^2}{2(m_1+m_2)} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$T - \frac{2m_1T}{2(m_1+m_2)} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\frac{T}{1+\frac{m_1}{m_2}} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\Rightarrow r = \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T} \quad (2p)$$

Pb: $r = 0,59 \text{ pm}$

(2p)

Li: $r = 0,034 \text{ pm}$

6.

Oficiu

(2p)

Vom nota cu T energia cinetică relativistă a electronului.

$$T = h\nu_{sh} = \frac{hc}{\lambda_{sh}}$$

Lungimea de undă de Broglie asociată electronului este:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (3p)$$

Din relația energie – impuls putem obține expresia impulsului:

$$E^2 - E_0^2 = p^2 c^2; \quad p = \frac{\sqrt{(E-E_0)(E+E_0)}}{c} = \frac{\sqrt{T(T+2m_0 c^2)}}{c} \quad (3p)$$

Astfel că lungimea de undă a electronului devine:

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{T(T+2m_0 c^2)}} = \frac{hc\sqrt{\lambda_{sh}}}{\sqrt{hc\left(\frac{hc}{\lambda_{sh}} + 2m_0 c^2\right)}} = \frac{\sqrt{hc\lambda_{sh}}}{\sqrt{\frac{hc}{\lambda_{sh}} + 2m_0 c^2}} = \frac{\lambda_{sh}}{\sqrt{1 + \frac{2m_0 c^2 \lambda_{sh}}{hc}}}$$
$$\lambda = \frac{\lambda_{sh}}{\sqrt{1 + \frac{2\lambda_{sh}}{\lambda_c}}} = 3,3 \text{ pm} \quad (2p)$$