

Concursul Ion I. Agârbiceanu 2013

Proba teoretică. Enunțuri

1. Se studiază mișcarea unui proiectil de masă $m=20$ kg lansat sub unghiul $\theta=30^\circ$ dintr-un tun aflat pe sol. Viteza inițială este $v_0=600$ m·s⁻¹, iar accelerația gravitațională $g=10$ m·s⁻². Proiectilul suferă din partea aerului o forță de frânare proporțională cu viteza sa: $\vec{F}_f = -b\vec{v}$, unde $b=0,02$ kg·s⁻¹.

a). Rezolvați ecuațiile de mișcare pe cele două axe, orizontală și verticală.

b). Arătați că durata τ a mișcării până la căderea proiectilului pe sol rezultă din

$$\text{ecuația } \tau = \left(\frac{v_0 \sin \theta}{g} + \frac{m}{b} \right) \left(1 - e^{-\frac{b}{m}\tau} \right).$$

Calculați aproximativ această durată, dezvoltând în serie exponențială și reținând primii trei termeni. Este acceptabilă această aproximație ?

c). Calculați în aproximația de la punctul b) locul unde cade pe sol proiectilul.

d). Comparați rezultatele cu cele care se obțin în absența frecării cu aerul.

2. O rachetă cu aria frontală efectivă egală cu A pleacă de pe sol vertical în sus cu accelerația constantă a .

a). Deduceți cum variază forța de frânare a aerului în funcție de aria A , de viteza rachetei v și de densitatea atmosferei ρ .

b). Presupunând atmosfera izotermă la temperatura T , deduceți variația densității cu înălțimea, cunoscând densitatea la nivelul mării ρ_0 . Accelerația gravitațională g este constantă.

c). În condițiile de la punctul b) calculați înălțimea la care forța de frânare este maximă. Aplicație: $R=8,3$ J·(mol·K)⁻¹, $g=9,8$ m·s⁻², $T=250$ K, $M=28,9$ g·mol⁻¹.

d). Desenați un grafic al forței de frecare în funcție de înălțime.

3. Densitatea de sarcină electrică în nucleee ușoare se aproximează prin relația

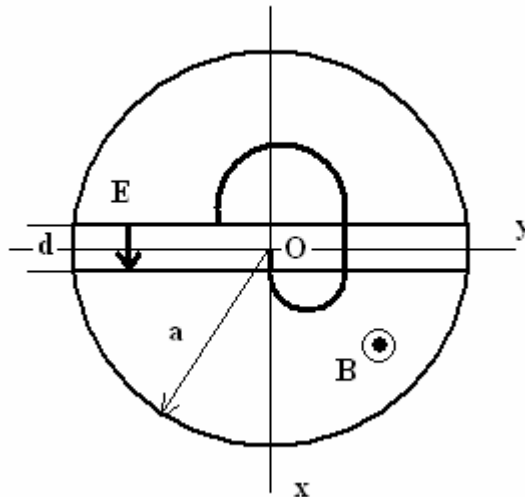
$$\rho(\vec{r}) = \rho_0 \left(1 - \frac{\vec{r}^2}{a^2} \right), \text{ unde } \rho_0 > 0, \text{ iar } a \text{ este "raza" nucleului.}$$

a). Calculați sarcina totală a nucleului.

- b). Calculați câmpul electric în exteriorul și în interiorul nucleului. Verificați continuitatea acestuia.
- c). Calculați potențialul electric în exteriorul și în interiorul nucleului. Verificați continuitatea acestuia.

Indicații: se folosește legea lui Gauss și relația dintre câmp și potențial, $\vec{E} = -\nabla V$. Se alege potențialul nul la infinit.

4. Într-un ciclotron se accelerează protoni nerelativiști de masă m și sarcină e folosind un câmp magnetic uniform și constant perpendicular pe un câmp electric uniform care variază sinusoidal. Câmpul magnetic este paralel cu axa Oz , $\vec{B} = B\vec{u}_z$ și acționează în interiorul unui cilindru de rază a , cu axa Oz . Câmpul electric este paralel cu axa Ox , $\vec{E} = E_0 \cos \omega t \cdot \vec{u}_x$ și acționează numai într-o regiune de lărgime d așezată simetric față de planul yOz , ca în figură.



În momentul inițial, în originea O se află în repaus un proton.

- a). Calculați creșterea energiei cinetice a protonului la fiecare trecere prin intervalul de accelerare. Se presupune că intensitatea câmpului electric are valoarea maximă, iar câmpul magnetic nu influențează mișcarea protonului în această regiune

Determinați relația care dă raza de curbură a traiectoriei pentru o particulă cu viteza v care se mișcă în regiunea cu câmp magnetic constant

- b). Descrieți în detaliu traiectoria protonului. De ce se folosește un câmp electric alternativ? Calculați: razele și vitezele pe fiecare semicerc parcurs, intervalul de timp între două accelerări succesive, frecvența câmpului electric pentru ca să aibe mereu un efect accelerator, viteza finală, energia cinetică finală a protonului și numărul total de rotații efectuate de acesta

- c). Aplicație numerică: $a=0,2$ m, $d=2$ cm, $m=1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $B=0,5$ T, $E_0=10^5$ V·m⁻¹. Energia se va exprima în eV

5. O anumită cantitate de gaz ideal poliatomic ($C_V=2R$) parcurge un ciclu reversibil format dintr-o destindere izobară $2 \rightarrow 3$ la presiunea p_2 , o destindere adiabetică $3 \rightarrow 4$, o comprimare izobară $4 \rightarrow 1$ la presiunea $p_1=p_2/8$ și o comprimare adiabetică $1 \rightarrow 2$.
- Desenați ciclul
 - Calculați randamentul ciclului
- Principiul întâi al termodinamicii pentru procese reversibile se scrie $dU = TdS - pdV$, unde U este energia internă, iar S este o funcție de stare numită *entropie*.
- Să se determine entropia unui mol de gaz ideal în funcție de temperatura absolută și de volum
 - Să se calculeze variația de entropie în procesele $1 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 4$, precum și în cursul parcurgerii întregului ciclu
6. Se aproximează atmosfera cu un gaz ideal biatomic. Presupunem că procesele sunt adiabatice și că accelerația gravitațională $g=9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ este constantă. Găsiți gradientul temperaturii dT/dz și estimați valoarea sa cunoscând $R=8,3 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ și știind că masa molară a aerului este $M=28,9 \text{ g/mol}$.