

Rezolvarile problemelor date la Concursul de Fizică Ion Agarbiceanu 2010

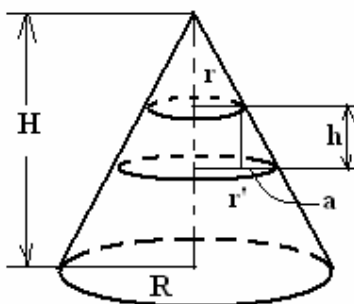
1. a) La o deplasare în jos cu dz a masei M capatul din stanga al barei se ridică tot cu dz , iar centrul de greutate al barei se ridică cu $dz/2$ **1 p**

Lucrul mecanic total al forței de gravitație este nul : $Mgdz - mgdz/2 = 0$ deci

$$M = m/2 \quad \text{1 p}$$

- b) Deplasăm cercul în jos paralel cu el însuși cu distanța h . Raza sa se mărește de la r la $r' = r + a$ **2,5 p**

Din desen: $\frac{a}{h} = \frac{R}{H}$ **0,5 p**



Lucrul mecanic virtual al greutății este egal cu Gh **1 p**

Notând cu T tensiunea în fir, lucrul virtual al acestei forțe la alungirea firului este

$$L_{\text{fir}} = T(2\pi r' - 2\pi r) = 2\pi a T \quad \text{1,5 p}$$

Scriind ca lucrul mecanic virtual total este nul, găsim: $T = \frac{GH}{2\pi R}$ **2 p**

Aplicatie numerică: $T \approx 0,318 \text{ N}$ **0,5 p**

2. a) Echilibrul unui volum mic de aer de grosime dr aflat la adâncimea r se scrie

$$\rho g dr = -dp \quad \text{1,5 p}$$

Densitatea este dată de legea gazelor ideale: $\rho = \frac{Mp}{RT}$ **0,5 p**

Rezulta $\frac{dp}{p} = -\frac{Mg_0}{RT} dr$ **0,5 p**

ecuație care se integrează între $r=R_0$, unde $p=p_0$ și $r=R_0 - h$, unde $p=p(h)$ **1 p**

Se găsește: $\ln \frac{p}{p_0} = \frac{Mg_0}{RT} h \approx 11,4$ **0,5 p**

$$p \approx 89322 p_0 \quad \text{0,5 p}$$

- b) Accelerația gravitațională depinde de adâncime după legea lui Gauss, valabilă pentru

forțe care depind invers proporțional de pătratul distanței: $g(r) = g_0 \frac{r}{R_0}$ **2 p**

Se găsește $\frac{dp}{p} = -\frac{Mg_0}{RT} \frac{rdr}{R_0}$, $\ln \frac{p'}{p_0} = \frac{Mg_0}{2RT} \frac{h(2R_0 - h)}{R_0} \approx 11,3$ **1 p**

$$p' \approx 80822 p_0 \quad \text{0,5 p}$$

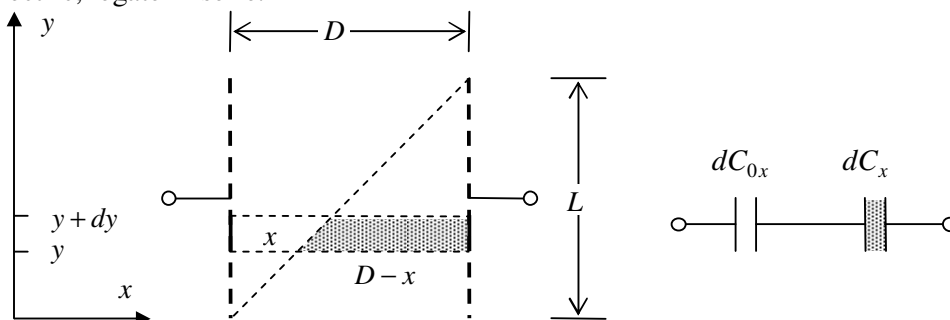
$$c) \varepsilon = \frac{|p' - p|}{p'} = \frac{89322 - 80822}{80822} \cong 10,5\%$$

1 p

d) In nici un caz oamenii n-ar fi putut cobori asa de adanc, unde presiunea ajunge la valori de peste 80 000 de atmosfere. La asemenea presiuni aerul inceteaza sa mai fie un gaz (nu mai vorbim de gaz perfect). Aerul la temperatura normala se lichefiaza la aproximativ 3000 de atmosfere

1 p

3. Fie sistemul cartezian xyz din figura. Vom imparti condensatorul in lamele de grosime dy (paralele cu planul xOz). Sa consideram lamela cuprinsa intre planele $y = ct$ si $y + dy = ct$. Se obtin doua condensatoare elementare, unul cu aer si altul cu dielectric, legate in serie.



Valorile capacitatilor celor doua condensatoare, sunt respectiv:

$$dC_{0x} = \varepsilon_0 \frac{dS_x}{x} = \varepsilon_0 \frac{Ldy}{x} \quad dC_x = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{dS_x}{D-x} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{Ldy}{D-x} \quad \mathbf{3 p}$$

Din asemanarea triunghiurilor din figura, obtinem: $\frac{D}{L} = \frac{x}{y} \Rightarrow x = \frac{D}{L}y$

Cu aceasta, valorile celor doua capacitati devin:

$$dC_{0x} = \varepsilon_0 \frac{L^2 dy}{Dy} \quad dC_x = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{L^2 dy}{DL - Dy} \quad \mathbf{2 p}$$

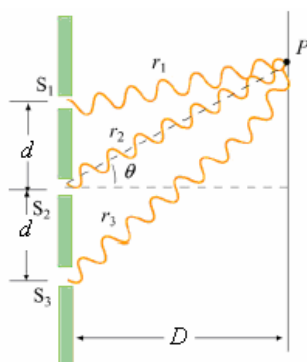
Capacitatea echivalenta a acestei lamele devine:

$$\frac{1}{dC(y)} = \frac{1}{dC_{0x}} + \frac{1}{dC_x} = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r L^2} \cdot \frac{L + y(\varepsilon_r - 1)}{dy} \quad dC(y) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r L^2}{D} \cdot \frac{dy}{L + y(\varepsilon_r - 1)} \quad \mathbf{1 p}$$

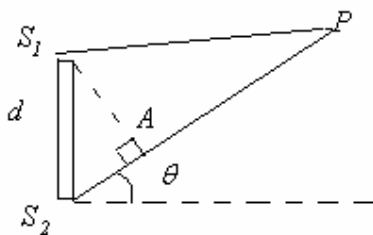
Fiecare astfel de fasie constituie un condensator elementar, toate acestea fiind legate in paralel. Capacitatea echivalenta se obtine prin integrare dupa y intre 0 si L . Astfel:

$$C = \int_0^L \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r L^2}{D} \cdot \frac{dy}{L + y(\varepsilon_r - 1)} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r L^2}{D(\varepsilon_r - 1)} \int_0^L \frac{dy}{y + \frac{L}{\varepsilon_r - 1}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r L^2}{D(\varepsilon_r - 1)} \ln \left(y + \frac{L}{\varepsilon_r - 1} \right) \Big|_0^L$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 L^2}{D} \cdot \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1} \ln \varepsilon_r \quad \mathbf{4 p}$$



4. a)



a) Defazajul dintre doua unde succesive este

$$\varphi = k \cdot AS_2 \cong \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad \mathbf{2\ p}$$

b) Scriem expresiile amplitudinii totale a campului electric în punctul P neglijând dependenta temporală:

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 + E_3 = E_0 [\sin \omega t + \sin(\omega t + \varphi) + \sin(\omega t + 2\varphi)] = \\ &= 2E_0 \cos \varphi \sin(\omega t + \varphi) + E_0 \sin(\omega t + \varphi) = E_0 (1 + 2 \cos \varphi) \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad \mathbf{1\ p}$$

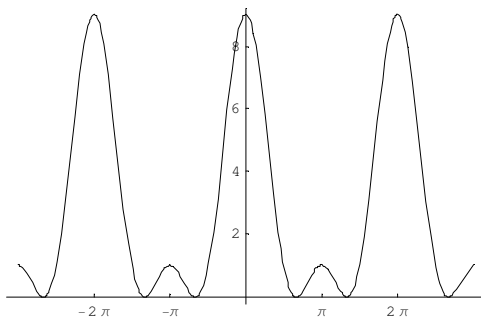
Intensitatea este proportională cu media temporală a lui E^2 , adică

$$I \propto E_0^2 (1 + 2 \cos \varphi)^2 \langle \sin^2(\omega t + \varphi) \rangle = \frac{E_0^2}{2} (1 + 2 \cos \varphi)^2 = I_0 (1 + 2 \cos \varphi)^2,$$

$$\text{deoarece } \langle \sin^2(\omega t + \varphi) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Prin urmare, în punctul P, } I = I_0 \left[1 + 2 \cos \left(\frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \right] \quad \mathbf{2\ p}$$

Figura de interferență este reprezentată în figura următoare.



$\mathbf{2\ p.}$

c) Extremele lui I se obțin din condiția

$$\frac{dI}{d\varphi} = 2I_0 (1 + 2 \cos \varphi) (-2 \sin \varphi) = 0 \quad \mathbf{1\ p}$$

Pentru $\cos \varphi = -1/2$ se obțin minime nule, iar maximele apar pentru $\sin \varphi = 0$, sau $\varphi = m\pi$. Astfel, $I_1 = 9I_0$, pentru m par și $I_2 = I_0$ pentru m impar.

$$\text{Raportul cerut este } \frac{I_1}{I_2} = 9 \quad \mathbf{2\ p}$$

5. a) Considerând o mică deplasare x a vergelei față de axa mediană a sistemului forțele care apar asupra vergelei sunt arătate în figură $\mathbf{1,5\ p}$

Condiția de echilibru la translație pe direcția verticală este:

$$N_1 + N_2 = mg \quad \mathbf{0,5 \text{ p}}$$

în timp ce condiția de echilibru la rotație (scrisă pentru un punct aflat la intersecția vergelei cu axa mediană) este:

$$N_1 \frac{d}{2} = mgx + N_2 \frac{d}{2} \quad \mathbf{1 \text{ p}}$$

Forța de revenire ce acționează asupra vergelei este dată de forța de frecare rezultantă:

$$F_{rev} = F_{f1} - F_{f2} = \mu(N_1 - N_2) = \frac{2\mu mg}{d} x$$

adică forța de revenire este o forță de tip elastic, de sens invers elongației, îndreptată către poziția de echilibru $\mathbf{2 \text{ p}}$

Constanta elastică este $k = \frac{2\mu mg}{d}$, de unde rezultă perioada de pendulare :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \pi \sqrt{\frac{2d}{\mu g}} \quad \mathbf{1 \text{ p}}$$

De aici se obține valoarea coeficientului de frecare:

$$\mu = \frac{2\pi^2 d}{gT^2} \cong 0,10 \quad \mathbf{0,5 \text{ p}}$$

b) Folosind formula lui Gauss de propagare a erorilor calculăm abaterea pătratică medie a coeficientului de frecare:

$$\sigma_\mu^2 = \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)^2 \sigma_T^2 = \left(-\frac{4\pi^2 d}{gT^3} \right)^2 \sigma_T^2 \quad \mathbf{1 \text{ p}}$$

Rezultă:

$$\Delta \mu = \frac{4\pi^2 d}{gT^3} \Delta T = 0,01, \Rightarrow \mu = 0,10 \pm 0,01. \quad \mathbf{0,5 \text{ p}}$$

c) Dacă viteza unghiulară a rotelor scade către zero, mișcarea nu mai este periodică și încetează în cazul $\omega = 0$ $\mathbf{0,5 \text{ p}}$

d) Dacă se schimbă sensul de rotație al scripetilor, forțele de frecare ce acționează asupra vergelei își schimbă sensul, ceea ce face ca forța rezultantă în plan orizontal să nu mai fie către punctul de echilibru, ci către exterior. Ca urmare, vergeaua este aruncată de pe scripeți $\mathbf{1,5 \text{ p}}$

$$\mathbf{6. a) \Delta S = C_p \ln \frac{273}{298} - \frac{\lambda_T}{273} + C_p \ln \frac{373}{298} + \frac{n\lambda_V}{373} = 0} \quad \mathbf{4,5 \text{ p}}$$

de unde $n = 0,11 \text{ mol}$ $\mathbf{0,5 \text{ p}}$

b) Caldura necesara pentru incalzirea unui mol de apa si vaporizarea unei zecimi de mol este $Q_2 = C_p(373 - 298) + n\lambda_V = 10124,5 \text{ J}$ $\mathbf{2 \text{ p}}$

Caldura cedata prin racirea si inghetarea unui mol de apa este

$$Q_1 = C_p(298 - 273) + \lambda_T = 8002,5 \text{ J} \quad \mathbf{2 \text{ p}}$$

Masina termica efectueaza lucrul mecanic $L = Q_2 - Q_1 = 2122 \text{ J}$ $\mathbf{1 \text{ p}}$

