Examen Admitere Anticipată 2026 - Fizică

1. Considerând notațiile din manualele de fizică, lucrul mecanic (L) efectuat de un gaz ideal într-un proces izoterm $1 \to 2$ este:

Rezolvare:
Răspunsul este:

$$\boxed{L = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}} \tag{1}$$

2. Consumul lunar de energie al unei familii este 200 kWh. Echivalentul în Jouli al acestei energii este:

Rezolvare:
Energia se poate exprima ca

$$E = P \cdot t \tag{2}$$

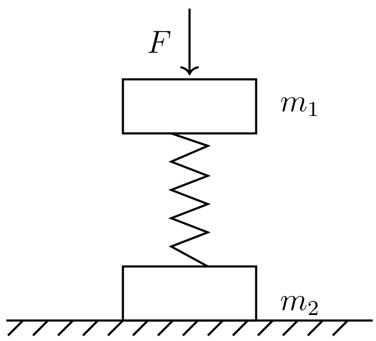
unde P este puterea, iar t este timpul. Știm că 1 kW $= 10^3$ W și că 1 h $= 3600$ s $= 3,6 \cdot 10^3$ s. Atunci

$$1 \text{ kWh} = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h} = 10^3 \text{ W} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} \tag{3}$$

Pentru 200 kWh:

$$\boxed{200 \text{ kWh} = 200 \cdot 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} = 720 \cdot 10^6 \text{ J} = 720 \text{ MJ}} \tag{4}$$

3. Două corpuri de masă $m_1 = 4$ kg și $m_2 = 3$ kg sunt legate printr-un resort ideal. Forța minimă cu care trebuie apăsat corpul de masă m_1 pentru ca, lăsând sistemul liber, corpul m_2 să se desprindă de pe suprafața orizontală este: (Se cunoaște $g = 10$ m/s^2)



Rezolvare:
Notăm cu k constanta elastică a resortului. În absența forței exterioare F, resortul este comprimat sub acțiunea greutății corpului m_1. La echilibru,

$$kx_0 = m_1 g \tag{5}$$

Astfel, sub acțiunea greutății lui m_1, resortul se comprimă cu

$$x_0 = \frac{m_1 g}{k} \tag{6}$$

În cazul în care acționează forța suplimentară F care apasă în jos corpul m_1, resortul trebuie să echilibreze atât greutatea corpului m_1, cât și forța F:

$$kx_1 = m_1 g + F \tag{7}$$

În acest caz compresia devine:

$$x_1 = \frac{m_1 g + F}{k} \tag{8}$$

Corpul m_2 se desprinde în momentul în care forța de reacțiune normală din partea suprafeței orizontale devine zero. Cu alte cuvinte, corpul se desprinde când este tras în sus de resort cu o forță egală cu greutatea sa, adică resortul este alungit cu x_2 în raport cu lungimea netensionată și

$$kx_2 = m_2 g \tag{9}$$

Pentru ca m_2 să se desprindă, forța elastică exercitată de resort asupra lui trebuie să fie cel puțin egală cu greutatea sa, $F_e \geq m_2 g$. Valoarea minimă a forței F corespunde cazului-limită în care desprinderea are loc exact în punctul cel mai de sus al mișcării lui m_1, când viteza acestuia devine zero. Vom considera momentul inițial cel în care resortul este comprimat cu x_1, iar momentul final cel în care resortul este întins cu x_2. În acest timp, corpul m_1 a urcat o înălțime $x_1 + x_2$. Alegem energia potențială elastică nulă atunci când resortul este nedeformat. Deformările x_1 și x_2 se măsoară față de această lungime. Aplicând legea conservării mecanice obținem:

$$\frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2 + m_1 g\left(x_1 + x_2\right) \tag{10}$$

Prin prelucrare:

$$\begin{gathered} kx_1^2 - kx_2^2 = 2m_1 g\left(x_1 + x_2\right) \\ k\left(x_1 - x_2\right)\cancel{\left(x_1 + x_2\right)} = 2m_1 g\cancel{\left(x_1 + x_2\right)} \end{gathered} \tag{11}$$

se obține că:

$$kx_2 = kx_1 - 2m_1 g \tag{12}$$

Din ecuațiile (7) și (12):

$$kx_2 = F - m_1 g \Rightarrow F = m_1 g + kx_2 \tag{13}$$

Impunând ca $kx_2 = m_2 g$ rezultă că:

$$\boxed{F = \left(m_1 + m_2\right) g = 70\ \mathrm{N}} \tag{14}$$

4. Legea de mișcare a unui punct material cu masa $m = 200$ g este $x(t) = 2 - 8t + 0,5t^2$ (poziția este exprimată în metri și timpul în secunde). Forța care acționează asupra corpului este:

Rezolvare:
Din principiul II al dinamicii:

$$F = ma$$

Pentru a determina forța rezultantă care acționează asupra corpului de masă m, trebuie să determinăm mai întâi accelerația acestuia. Folosim legea mișcării pentru mișcarea rectilinie uniform variată, $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, și comparăm cu legea de mișcare a corpului de masă m, astfel identificăm accelerația ca fiind $a = 1\ \mathrm{m/s^2}$. Deoarece $m = 200\ \mathrm{g} = 0,2\ \mathrm{kg}$, avem că:

$$\boxed{F = 0,2\ \mathrm{kg} \cdot 1\ \mathrm{m/s^2} = 0,2\ \mathrm{N}} \tag{15}$$

Obs.: Prin definiție $v(t) = \frac{dx}{dt}$ și $a(t) = \frac{dv}{dt}$. Din legea de mișcare vedem că:

$$v(t) = -8 + t; \qquad a = 1 \text{ m/s}^2$$

5. Un gaz ideal monoatomic se află inițial la presiunea $p_1 = 2 \cdot 10^5$ N/m^2 și ocupă volumul $V_1 = 1$ litru. Gazul suferă o transformare în urma căreia ajunge în starea finală caracterizată de $p_2 = 3 \cdot 10^5$ N/m^2 și $V_2 = 2$ litri. Variația energiei interne a gazului în această transformare este:

   Rezolvare:
   Variația energiei interne a unui gaz ideal este:

   $$\Delta U = \nu C_V \Delta T \tag{16}$$

   Scriem ecuația termică de stare pentru ambele stări:

   $$\begin{aligned} p_2V_2 &= \nu RT_2 \\ p_1V_1 &= \nu RT_1 \end{aligned} \tag{17}$$

   Scăzând cele două ecuații obținem:

   $$p_2V_2 - p_1V_1 = \nu R\Delta T \tag{18}$$

   Pentru gazul ideal monoatomic $C_V = 3/2$ R, astfel că ecuația (16) devine:

   $$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T \tag{19}$$

   Folosind conversia 1 litru $= 10^{-3}$ m^3 obținem că:

   $$\boxed{\Delta U = \frac{3}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right) = 6 \cdot 10^2 \text{ J}} \tag{20}$$

6. La un concurs de săniuțe, concurenții primesc fie săniuțe din plastic, fie săniuțe din fier care sunt mai rapide, accelerația unei săniuțe din fier fiind de 1,44 ori mai mare decât cea a unei săniuțe din plastic. De pe linia de start pleacă la fiecare interval de 5,5 s câte o săniuță, alternându-se cele din plastic cu cele din fier. Intervalul de timp la care se succed săniuțele din fier în depășirea aceleiași săniuțe din plastic este:
   Rezolvare:
   Vom nota cu a_f accelerația săniuței din fier și cu a_p accelerația săniuței din plastic. Între acestea, conform enunțului, există relația:

   $$a_f = 1,44 \cdot a_p \tag{21}$$

   Considerăm o săniuță din plastic care pornește la momentul $t = 0$. Poziția acesteia după timpul t este:

   $$x_p(t) = \frac{1}{2}a_pt^2 \tag{22}$$

   O săniuță din fier care pornește mai târziu, la momentul τ, va avea poziția:

   $$x_f(t) = \frac{1}{2}a_f\left(t - n\tau\right)^2; \qquad n = 1, 3, 5, \ldots \tag{23}$$

și începe să o depășească pe cea din plastic în momentul în care pozițiile amândurora devin egale:

$$\frac{1}{2}a_p t^2 = \frac{1}{2}a_f\left(t - n\tau\right)^2 \tag{24}$$

astfel că:

$$t = \sqrt{\frac{a_f}{a_p}}\left(t - n\tau\right) \qquad \Rightarrow t\left(\sqrt{\frac{a_f}{a_p}} - 1\right) = \sqrt{\frac{a_f}{a_p}}n\tau \tag{25}$$

prin prelucrare:

$$t = \frac{\sqrt{\dfrac{a_f}{a_p}}}{\sqrt{\dfrac{a_f}{a_p}} - 1}n\tau \tag{26}$$

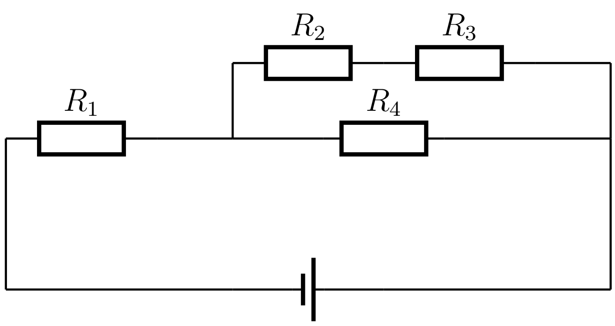
Remarcăm că $1,44 = (1,2)^2$ și înlocuim numeric

$$t = \frac{1,2}{0,2}n\tau = 6n\tau \tag{27}$$

O săniuță din fier care pornește după τ secunde după cea din plastic o va depăși pe aceasta la momentul $t = 6\tau$. Deoarece săniuțele pleacă din 5,5 în 5,5 secunde, cu alternanță între cele de plastic și cele de fier, înseamnă că $\tau = 5,5$ s și $\Delta n = 2$. astfel că intervalul de timp la care se succed săniuțele din fier în depășirea aceleiași săniuțe din plastic este:

$$\boxed{\Delta t = 6\Delta n\tau = 66\text{ s}} \tag{28}$$

7. Pentru circuitul din figură se cunoaște că valoarea rezistenței rezistorului R_1 este egală cu 6 Ω, iar puterea consumată de acesta este P_1. Puterile consumate de ceilalți rezistori sunt: $P_2 = \dfrac{P_1}{9}$; $P_3 = \dfrac{P_1}{3}$ și $P_4 = \dfrac{8P_1}{9}$. Rezistența rezistorului R_4 este:



Rezolvare:
Observăm că R_1 este legat în serie cu o grupare paralelă formată din R_2 și R_3, care sunt în serie, iar acestea două în paralel cu R_4. Considerăm I_1 curentul care trece prin R_1 și $I_{2,3}$ curentul care trece prin R_2 și R_3. Notăm cu U tensiunea pe gruparea paralelă. Astfel puterea consumată de R_2 va fi:

$$P_2 = I_{2,3}^2 R_2 \tag{29}$$

iar de R_3

$$P_3 = I_{2,3}^2 R_3 \tag{30}$$

Raportul acestora:

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{R_3}{R_2} = 3 \Rightarrow R_3 = 3R_2 \tag{31}$$

Rezistența echivalentă a ramurii de sus, cea prin care trece curentul $I_{2,3}$, este $R_2 + R_3 = 4R_2$, iar puterea consumată de rezistorii R_2 și R_3 împreună este:

$$P_{2,3} = P_2 + P_3 = \frac{4P_1}{9} \tag{32}$$

Din enunț:

$$P_4 = \frac{8P_1}{9} \tag{33}$$

Vom folosi acum faptul că pe ramurile paralele tensiunea este aceeași.

$$P_{2,3} = \frac{U^2}{4R_2}; \qquad P_4 = \frac{U^2}{R_4} \tag{34}$$

astfel că:

$$\frac{\frac{U^2}{R_4}}{\frac{U^2}{4R_2}} = \frac{\frac{8P_1}{9}}{\frac{4P_1}{9}} \Rightarrow \frac{4R_2}{R_4} = 2 \Rightarrow R_4 = 2R_2 \tag{35}$$

Pe ramura de sus:

$$U = I_{2,3}\left(R_2 + R_3\right) = I_{2,3} \cdot 4R_2 \tag{36}$$

Astfel curentul prin R_4 este:

$$I_4 = \frac{U}{R_4} = \frac{4I_{2,3}R_2}{2R_2} = 2I_{2,3} \tag{37}$$

Curentul prin R_1 este suma curenților de pe cele două ramuri:

$$I_1 = I_{2,3} + I_4 = 3I_{2,3} \tag{38}$$

Puterea consumată de R_1:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 9R_1 I_{2,3}^2 = 9P_2 = 9R_2 I_{2,3}^2 \tag{39}$$

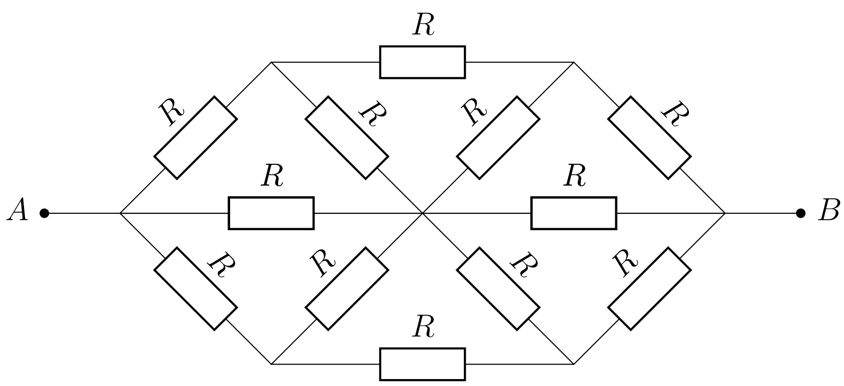
(Am folosit $P_1 = 9P_2$). Astfel:

$$R_2 = R_1 = 6\ \Omega \tag{40}$$

În final, din ecuația (35) obținem

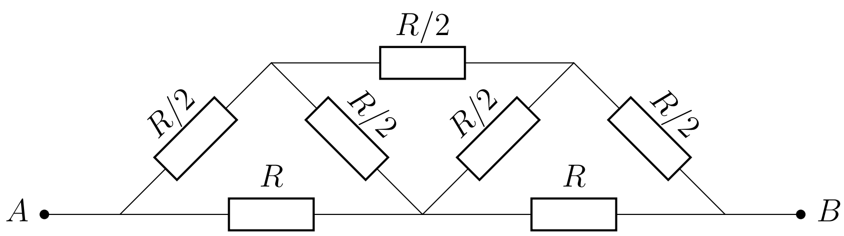
$$\boxed{R_4 = 12\ \Omega} \tag{41}$$

8. Fie configurația de rezistori identici ($R = 1\ \Omega$) din figura de mai jos. Între A și B se conectează o sursă cu tensiunea electromotoare $E = 5$ V și rezistența internă $r = 0,2\ \Omega$. Cei trei rezistori care au un capăt comun în vârful B sunt introduși într-un cilindru cu piston mobil fără frecare, care conține 1 mol de gaz ideal monoatomic. Știind că gazul este încălzit izobar de către cei trei rezistori, lucrul mecanic efectuat de acesta într-un timp de 10 s este:

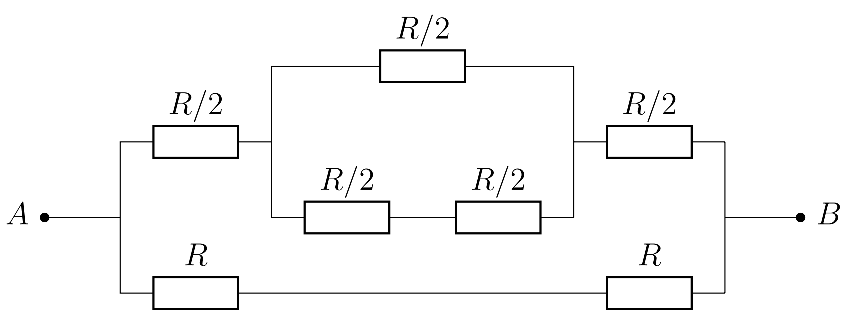


Rezolvare:

Aflarea rezistenței R_{AB} - Metoda 1: Circuitul este simetric atât față de axa orizontală care trece prin mijlocul său, cât și față de axa verticală. Deoarece sursa este conectată între punctele A și B, iar geometria circuitului și valorile rezistențelor rămân neschimbate prin aceste reflexii, rezultă că punctele simetrice ale rețelei au același potențial electric. Prin urmare, două noduri simetrice sunt echipotențiale. Dacă între două astfel de noduri există o ramură, diferența de potențial pe acea ramură este nulă, deci prin ea nu circulă curent. În schimb, două rezistențe simetrice care leagă aceleași două regiuni echipotențiale sunt parcurse de curenți egali și pot fi înlocuite prin rezistența lor echivalentă în paralel. Pe cale de consecință, din motive de simetrie „sus-jos", circuitul de mai sus se poate reduce la:



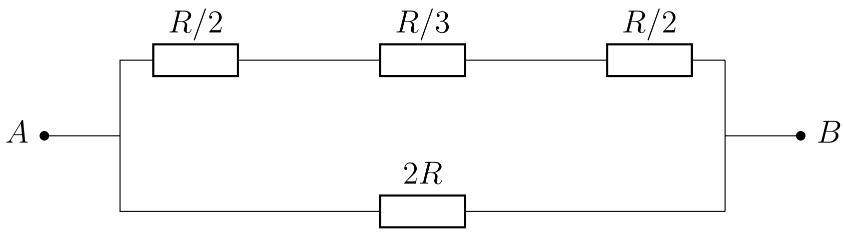
Circuitul obținut păstrează simetria stânga-dreapta. Din nou, nodurile simetrice față de axa verticală sunt echipotențiale, astfel încât rezistențele centrale simetrice pot fi grupate corespunzător.



Ramura centrală este formată din două rezistențe $R/2$ în serie, deci are rezistența echivalentă R. Această ramură este în paralel cu o altă rezistență $R/2$, astfel că:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R/2} = \frac{1}{R} + \frac{2}{R} = \frac{3}{R} \tag{42}$$

de unde $R_{eq} = \dfrac{R}{3}$. Astfel, ramura superioară devine o serie de rezistențe $R/2+R/3+R/2$. Pentru legarea în serie folosim $R_s = \sum_{k=1}^{n} R_k$, iar pentru legarea în paralel $\dfrac{1}{R_p} = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{R_k}$.

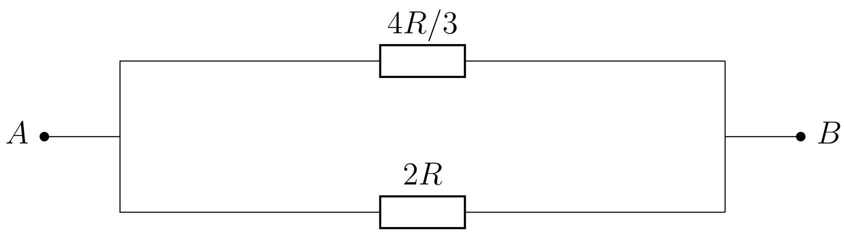


Efectuând calculele obținem în final pentru ramura de sus:

$$\frac{R}{2} + \frac{R}{3} + \frac{R}{2} = \frac{4R}{3} \tag{43}$$

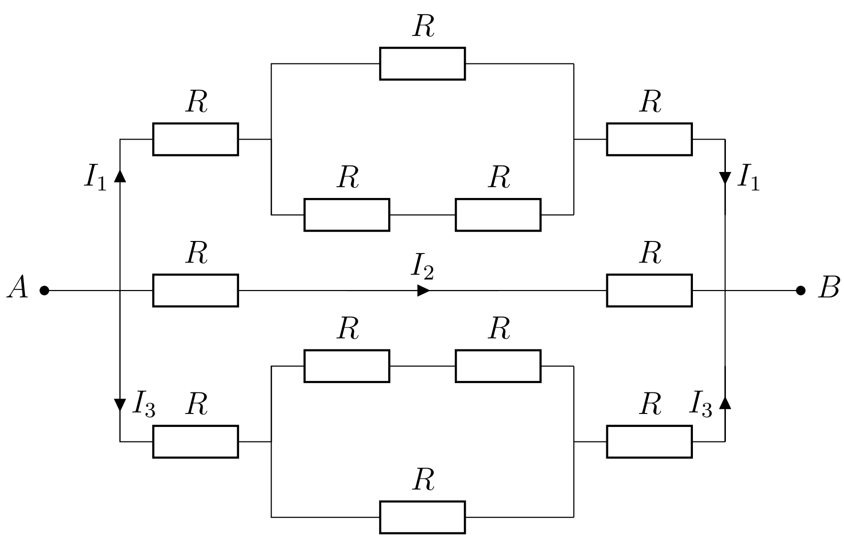
și pentru ramura de jos:

$$R + R = 2R \tag{44}$$



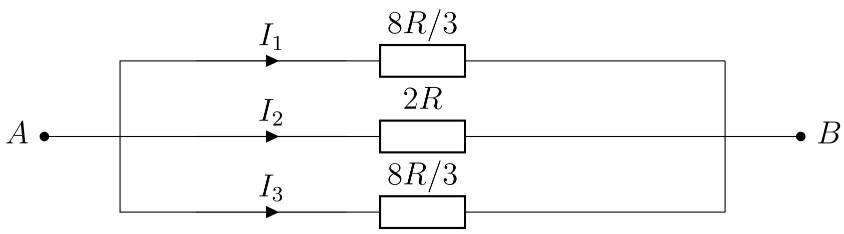
$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{2R} + \frac{3}{4R} = \frac{2}{4R} + \frac{3}{4R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{4R}{5} \tag{45}$$

Aflarea rezistenței R_{AB} - Metoda 2: Prin aplicarea unei tensiuni între A și B se observă că, datorită simetriei stânga-dreapta, curenții care ies din A, anume I_1, I_2 și I_3, sunt egali cu cei care intră în B.



Rezistența echivalentă se poate calcula și în acest caz:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{3}{8R} + \frac{1}{2R} + \frac{3}{8R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{4R}{5} \tag{46}$$



Curentul pe întreg circuitul este:

$$I = \frac{E}{R_{AB} + r} \tag{47}$$

Din prima teoremă a lui Kirchhoff:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \tag{48}$$

Se observă că $I_1 = I_3$, deci

$$I = 2I_1 + I_2 \tag{49}$$

Din a doua teoremă a lui Kirchhoff:

$$I_1 \frac{8R}{3} = I_2 \cdot 2R \Rightarrow I_2 = \frac{4}{3} I_1 \tag{50}$$

Reîntorcându-ne în ecuația (49):

$$I = 2I_1 + \frac{4}{3}I_1 = \frac{10}{3}I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{3}{10}I \tag{51}$$

Deoarece $I_1 = I_3$, obținem că $I_2 = I - 2I_1 = \frac{4}{10}I$. Putem acum calcula puterea disipată pe fiecare rezistor introdus în cilindru:

$$P_1 = I_1^2 R, \qquad P_2 = I_2^2 R, \qquad P_3 = I_3^2 R \tag{52}$$

Astfel că puterea disipată de toți cei trei rezistori:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = I_1^2 R + I_2^2 R + I_3^2 R = \left(\frac{9}{100} + \frac{16}{100} + \frac{9}{100}\right) I^2 R = \frac{34}{100} I^2 R \tag{53}$$

ceea ce din ecuația (47) devine:

$$P = \frac{34}{100} \frac{E^2}{\left(\frac{4R}{5} + r\right)^2} R = \frac{34}{100} \frac{25E^2}{(4R + 5r)^2} R \tag{54}$$

Căldura degajată de rezistori:

$$Q = \frac{34}{100} \frac{25E^2}{(4R + 5r)^2} Rt \tag{55}$$

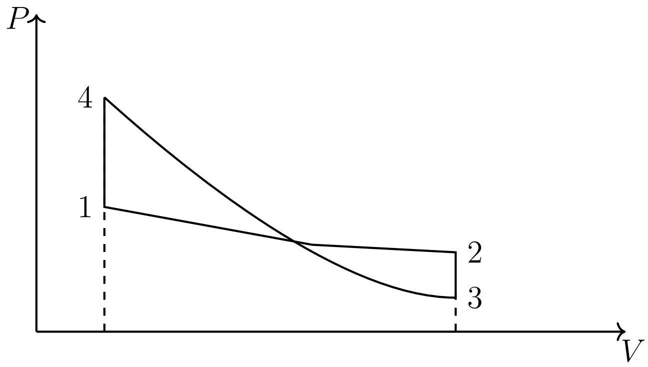
va fi transferată integral gazului. Într-o transformare izobară $p=$ const., astfel că $L = p\Delta V = \nu R\Delta T$. De asemenea, $Q = \nu C_p \Delta T$, unde $C_p = C_V + R$. Pentru un gaz ideal monoatomic $C_V = 3/2R$, deci $C_p = 5/2R$. Astfel că $Q = \frac{5}{2}\nu R\Delta T$. Prin combinarea relațiilor anterioare, rezultă că:

$$L = \frac{2}{5}Q = \frac{34}{10}\frac{E^2}{(4R+5r)^2}Rt \tag{56}$$

Înlocuind numeric cu $E = 5$ V, $R = 1\ \Omega$, $r = 0,2\ \Omega$, $t = 10$ s:

$$\boxed{L = 34 \text{ J}} \tag{57}$$

9. Un mol de gaz ideal monoatomic parcurge ciclul 12341 din figură unde transformările 2-3 și 4-1 sunt izocore, transformarea 1-2 este izotermă și transformarea 3-4 este adiabatică. Temperatura izotermei este $T = 400$ K, iar temperaturile T_3 și T_4 îndeplinesc condițiile $T_3 = \frac{T}{e-1}$ și $T_4 = eT_3$, unde e este baza logaritmilor naturali ($e \simeq 2,718$). Se cunoaște $R = 8,31$ J/(mol·K). Lucrul mecanic efectuat pe acest ciclu este:



Rezolvare:

Lucrul mecanic pe o transformare izocoră este nul, astfel că rămâne de calculat lucrul mecanic pe transformarea izotermă, L_{12} și pe cea adiabatică, L_{34}.

$$L_{12} = \nu RT \ln\frac{V_2}{V_1} \tag{58}$$

În transformarea adiabatică $Q = 0$, astfel că:

$$L_{34} = -\nu C_V (T_4 - T_3) \tag{59}$$

unde am folosit $\Delta U = Q - L$. Conform enunțului, $T_4 - T_3 = eT_3 - T_3 = T_3(e-1) = T$. Lucrul mecanic pe întreg ciclul este:

$$L = L_{12} + L_{34} = \nu RT\ln\frac{V_2}{V_1} - \nu C_V T \tag{60}$$

Pentru a obține o relație între volumele V_1 și V_2 vom folosi transformarea adiabatică $3-4$:

$$T_3 V_2^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \tag{61}$$

unde am folosit faptul că $V_4 = V_1$ și $V_3 = V_2$. Astfel că se obține:

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_4}{T_3} = e \tag{62}$$

Aplicând logaritm natural:

$$\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\gamma - 1} \tag{63}$$

Prin definiție exponentul adiabatic este $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$, iar pentru gazul ideal monoatomic $C_V = 3/2R$. Din relația Robert-Mayer, $C_p = C_V + R$, se obține $C_p = 5/2R$. Astfel că:

$$\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\frac{5}{3} - 1} = \frac{3}{2} \tag{64}$$

Revenind la ecuația (60) obținem:

$$\boxed{L = \nu\frac{3}{2}RT - \nu\frac{3}{2}RT = 0 \text{ J}} \tag{65}$$

10. Un recipient din două compartimente cu volumele $V_1 = 2$ m^3 și $V_2 = 5$ m^3 legate printr-o conductă cu volum neglijabil este umplut cu 240 moli de gaz ideal. Când temperatura compartimentului 1 este $T_1 = 400$ K și cea a compartimentului 2 este $T_2 = 500$ K, numărul de moli din compartimentul 2, la echilibru, este:

Rezolvare:
Scriem ecuația termică de stare pentru cele două compartimente la echilibru:

$$p_1V_1 = \nu_1RT_1, \qquad p_2V_2 = \nu_2RT_2 \tag{66}$$

La echilibru presiunile vor fi egale, $p_1 = p_2$, astfel că:

$$\frac{\nu_1T_1}{V_1} = \frac{\nu_2T_2}{V_2} \tag{67}$$

Obținem astfel o relație între numărul de moli din cele două incinte.

$$\nu_1 = \nu_2\frac{V_1T_2}{V_2T_1} \tag{68}$$

Din datele problemei: $\nu = \nu_1 + \nu_2 = 240$ mol. Prin înlocuire:

$$\nu_2\frac{V_1T_2}{V_2T_1} + \nu_2 = \nu \quad \Rightarrow \nu_2 = \frac{\nu}{\left(\frac{V_1T_2}{V_2T_1} + 1\right)} \tag{69}$$

Rezolvând numeric cu $\nu = 240$ mol, $V_1 = 2$ m^3, $V_2 = 5$ m^3, $T_1 = 400$ K, $T_2 = 500$ K:

$$\boxed{\nu_2 = 160 \text{ moli}} \tag{70}$$

Observație privind întrebarea (1): lucrul mecanic în procese reversibile se poate determina din $L = \int_{V_1}^{V_2} pdV$, în convenția folosită în liceu pentru lucru mecanic. Din ecuația termică de stare valabilă pentru gazul ideal putem exprima $p = \dfrac{\nu RT}{V}$, astfel că
$L = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \nu RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{1}{V}dV = \nu RT\ln\frac{V_2}{V_1}$, dat fiind că pentru un proces izoterm $T = \text{const}$.